DELLA NATURA DE' FIUMI TRATTATO FISICO-MATEMATICO...



DELLA

NATURA DE' FIUMI

TRATTATO

FISICO-MATEMATICO

DEL DOTTORE

DOMENICO GUGLIELMINI

CON LE ANNOTAZIONI

DI

EUSTACHIO MANFREDI

VOLUME PRIMO

MILANO

DALLA SOCIETÀ TIPOGRAFICA DE' CLASSICI ITALIANI

M. DCCC. XXI.

AVVERTIMENTO

DEGLI

EDITORI

Fra le Opere di Domenico Guglielmini, per la nostra Raccolta de' Classici, abbiamo scelto il solo Trattato della Natura de' Fiumi, sì perchè senza dubbio esso è il capo d'opera dell'Autore, sì perchè fu scritto originariamente in italiano, e in fatto di stile e di lingua può servire di modello nelle Opere scientifiche. In un momento nel quale v'è chi altamente proclama in Italia il diritto che hanno tutte le scienze di far entrare nel comun deposito della favella le loro particolari nomenclature, noi crediamo

che debba riuscire più gradita la riproduzione di un' Opera nella quale trovasi una messe abbondante e scelta di tutti i migliori termini propri della scienza idraulica.

La presente edizione è tratta da quella in 4.° uscita in luce in Bologna l'anno 1739 dai rinomati tipi di Lelio della Volpe; e l'abbiamo fedelmente seguita ad eccezione di pochissimi luoghi nei quali era manifesto l'errore tipografico. Abbiamo eziandio conservata l'ortografia particolare del testo, giacchè troppo frequenti e forse inopportuni sarebbero stati i cangiamenti necessari per introdurvi le moderne fogge ortografiche. Maggiore libertà ci siamo presa intorno all' interpunzione, perchè in questa un giudizioso sistema giova, più che non si crede, a prontamente intendere lo scritto. L' Opera fu da noi divisa in due volumi

di mole prossimamente eguale: rapportando alla fine d' ogni capitolo le relative Annotazioni del Manfredi. E come le nuove figure adoperate dall' Autor delle Note prendevano la loro numerazione dopo tutte quelle del testo; stante lo spezzamento dell' Opera in due volumi, ci è convenuto mettere nell' ultima tavola del primo tomo quella parte di esse che vengono in questo citate, e con diversa indicazione, per la quale abbiamo trascelta quella delle lettere minuscole dell' alfabeto: proseguiremo coll' egual metodo nel secondo volume. Le tavole poi furono tutte ridotte a miglior forma così per la parte del disegno, come per quella dell' esattezza geometrica, avendovi inoltre rettificati alcuni errori sfuggiti nelle edizioni precedenti, secondo il consiglio e la direzione di persone intelligenti.

La Vita dell' Autore è nuovo lavoro

di egregio e distinto nostro concittadino, versatissimo nelle scienze fisiche e matematiche, il quale ha pur voluto prestare graziosamente la sua assistenza alla presente edizione.

VITA

DI

DOMENICO GUGLIELMINI

Bologna è stata la patria di Domenico Guglielmini, quantunque gli avi suoi avessero avuta fino da remoti tempi la loro stabile dimora in Novara. Furono le civili discordie insorte in quel paese verso la metà del secolo XVI che determinarono i genitori di Domenico a cambiare il domicilio. Egli nacque il dì 27 settembre dell' anno 1655 di Giulio e di Gentile Neri: e sortì dalla natura un temperamento robusto, cagione di quella ferma salute che troppo era necessaria nella laboriosa e pazientissima vita da lui costantemente condotta. O fosse la poca perizia de' suoi primi institutori, o fosse una lodevole curiosità del fervido giovanetto, avvenne che sul principio egli si divagasse in diversi studi ed in moltiplici discipline, dove però non gli fu dato di trovare riposo a quella smania dell' utile e del vero che per le anime grandi suole essere un vivacissimo stimolo. Perciò dalla sua prima applicazione poco vantaggio ritraendo oltre quello di conoscere che

egli allora aggiravasi fuor di via, si abbandonò tosto con incredibil coraggio nello studio di due scienze assai ben rispondenti alla forza ed alla severità del suo ingegno. Prese in un medesimo tempo a studiare le matematiche sotto il magistero di Geminiano Montanari, e la medicina sotto quello del celebre Malpighi: e in ciascuna di queste due facoltà fece sì rapidi progressi, quanti appena se ne sarebbero potuti sperare da chi nato con felici disposizioni per una sola di esse, a quella sola avesse dirette tutte le forze dello spirito.

È costume tra coloro che s' interessano di ciò che concerne la storia delle scienze o delle lettere, che non sì tosto sono essi informati dell' amore con cui taluno a qualche ramo dell'umano sapere si è consacrato, immediatamente domandano quali poi furono i frutti del suo studio pertinace. Ma in tal consuetudine non so se lodevolmente consultisi la ragione, la quale ci fa palese che dal tempo dell' erudirsi a quello dell' insegnare non suol essere sì veloce il corso, nè sì breve la carriera. Perciò mentre nel nostro Domenico si andava educando quell' ingegno felice che, fatto forte ed adulto, dovea divenir creatore di una nuova scienza, sarebbe irragionevole il pretenderlo autore di qualche opera profonda in cui si scorgesse il senno e la maturità di un provetto. Non mancarono però di uscir fuori alcune scintille del suo genio, e di brillar di tratto in tratto molto chiare nella sua gioventù, accendendo così le più liete speranze in chiunque aspettava di vederlo un giorno nel mondo scientifico

divenuto splendentissimo luminare. Tali furono quelle varie tesi ch' egli compose in età di 21 anno, e che poi raccolse in uno scritto uscito in luce in Bologna nel 1667 sotto il titolo di *Volantis flammae epitropeia*; tale la dissertazione sulla natura delle comete pubblicata nel 1681: dirò brevemente di queste due operette.

Apparve nel 1666 sul meridiano di Faenza una meteora così vasta e luminosa come la luna nel plenilunio; e mentre il più delle genti si limitava a mirar stupefatta colà dove quel meraviglioso lume splendeva, la grandezza, la distanza, la posizione, il movimento di lui fermarono lo studio del maestro di Guglielmini, che soddisfece a tutte queste ricerche in un opuscolo intitolato *Fiamma volante*. Eravi di que' tempi in Faenza certo Cavina, uomo stizzoso ed inurbano, che prendea diletto di glossare continuamente le opere del Montanari colla vanità di farsi credere in ogni cosa di lui più valente. Costui, che anche non provocato mostravasi verso il professor di Bologna di animo mal disposto e di agresti maniere, non potè trattenere le ingiurie quando questi trascurò di far conto delle sue osservazioni non per altro motivo fuori di quello della loro troppa discrepanza da ogni altra meritevole di fede. Il Montanari, che aveva sempre deplorato quel disordine assai familiare fra i dotti, per cui nel fervor delle dispute le passioni giostrando a tumulto alzano una nube che offusca la verità, non volle rispondere all'avversario, e nemmeno permise che il Guglielmini suo fervoroso

discepolo prendesse le sue difese. Ma questi trovò il mezzo di scendere in lizza senza che fosse offesa la modestia del precettore, e fu lo stratagemma di sostenere personalmente alcune pubbliche tesi in casa di un rispettabile Senatore ed alla presenza dell' avversario medesimo. Non venne però il Cavina al paragone; e fu prudenza, chè una sconfitta avuta dal discepolo troppo sarebbe gravata a chi vantavasi sopra il maestro; ma il Guglielmini fece egualmente l' esperimento, e le sue proposizioni in numero di quindici sono appunto quelle che compongono la citata operetta. Replicò il Faentino con molti scritti, ne' quali stemperò al solito la sua bile; evvi contro di essi una lettera apologetica del Guglielmini a certo Francesco Martino Vespiniani, nella quale si rende ragione del silenzio tenuto in tutto quest' affare dal Montanari, dicendovisi con motto spiritoso che il valoroso soldato più non ama combattere quando non colla spada e collo scudo, ma si viene al confronto coi pugni e coll' unghie.

La dissertazione sulle comete fu da lui composta due anni dopo essere stato ricevuto dottore in Medicina nell' Università di Bologna, quando la celebre cometa del 1680 venne a svegliare e mettere in movimento gl' ingegni dei dotti. E fu ancora l' affetto pel suo precettore che lo indusse a fabbricare un sistema per sostenere la proposizione arrischiata dal Montanari sulla natura delle comete, ch' esse cioè non sono corpi la cui formazione debba cercarsi come quella de' pianeti all' origine del

Mondo, ma sì bene corpi che ora si compongono, or si dissolvono. Parlando di questo lavoro del Guglielmini, dirò che il lettore si accorge di vagare nel regno delle ipotesi: e in verità è difficile che non giri il capo a chi trattiensi a guardar fisso per entro ai turbinosi vortici di Cartesio; l'autore stesso candidamente dichiara di non aggiunger fede al suo sistema, e così disarmando la critica, non ci lascia luogo se non a rilevare la perspicacia e la forza della sua mente. Miglior argomento del suo sapere in Astronomia fu l'osservazione di un ecclisse di sole accaduto il 12 giugno del 1684, di cui fece una nitida esposizione in una lettera al celebre Bibliotecario Antonio Magliabecchi. Ma che in tale scienza ei moltissimo valesse, ne avremo in seguito una prova sicura quando vedremo in lui il collaboratore del gran Cassini.

Era però la scienza delle acque quella nella quale Domenico Guglielmini, chiamato da' suoi speciali talenti, fabbricarsi dovea il monumento della sua immortalità. Fino da' suoi primi anni avea preso singolare diletto di studiar la natura in questa parte, nella quale pare ch' ella, più che in ogni altra, sia gelosa di nascondersi sotto impenetrabili veli. Il lottar di continuo colle correnti infeste ai campi Bolognesi formò, per così dire, una specie di ginnastica in cui gradatamente educò le sue forze, e si fe' dotto all' arringo dove poi divenne il robustissimo degli atleti. Riconosciuto per questa parte universalmente il suo merito, tacquero l'invidia e il dispetto

ne' suoi rivali, o almeno le loro grida furono superate da quelle della riconoscenza di molti suoi concittadini, de' quali egli avea difesi i poderi o accresciute le sostanze. Perciò con esempio assai raro ebbe l' anno 1686 nella sua stessa patria, insieme al titolo di primo Professore in Matematica, la sopraintendenza generale delle Acque dello Stato: e dopo sei anni fu creata appostatamente per lui una nuova cattedra sotto il nuovo nome d' Idrometria, che gli fu conferita coll' obbligo di rendere di pubblico diritto i frutti de' suoi studi e delle sue sperienze. Ordinariamente gl' ingegni si piegano e si adattano alle diverse scienze: ma il vedere invece una nuova scienza che si crea e si adatta all' ingegno di un uomo, fa rammentare quegli antichi prodi celebrati da' poeti, pei quali i Celesti fabbricavano particolarmente l' armatura acconcia alla loro persona. Questi onori dalla sapienza di quel Governo conferiti al Guglielmini lo confermarono validamente nell' intrapresa carriera; e in ciò può dirsi che felice fu la sua sorte, giacchè è indubitato che le circostanze esteriori, in mezzo alle quali trovasi il dotto, contribuiscono in molta parte a' suoi successi ed alla sua gloria.

Nell' intervallo di tempo passato, da che il Guglielmini ottenne la prima carica sino a quando fu decorato della seconda, egli pubblicò il suo libro *De aquarum fluentium mensura*, dedicato al Senato di Bologna: e fu quest' opera che cominciò ad acquistargli per tutt' Europa la fama di valente Idraulico. Essa

è divisa in sei libri e in un un' appendice; è fondata sopra una teorica non molto rigorosa, ma è in generale assai utile per tutti coloro che hanno bisogno di pratici precetti per la condotta delle acque. Vi è di fatto esaminato tutto ciò che concerne il movimento delle acque negli acquedotti; vi è determinata la posizione e le dimensioni di questi acquedotti relativamente alle loro declività ed ai volumi d' acqua che debbono portare; vi sono dati dei metodi per misurare le quantità d' acqua che sortono degli orificj in tempi dati e sotto altezze date. Le principali proposizioni elementari stabilite già dal Castelli nel suo trattato sulla Misura delle acque correnti, pubblicato nel 1628, sono riprodotte nell' opera del Guglielmini; una però (ed è la più rilevante) vi si trova contraddetta, la quale ha per oggetto la misura delle velocità medie e delle portate dei fiumi. Avea detto il Castelli che una tale velocità doveva prendersi proporzionale all' altezza delle sezioni: e il Guglielmini, dietro il principio generale di stimare la velocità negli efflussi proporzionalmente alla radice quadrata della distanza della luce dal supremo livello (principio ricevuto poi da tutti gl' Idraulici), volle che la suddetta velocità dovesse stimarsi non nella semplice, ma nella sudduplicata ragion dell' altezza. Oggidì che per mezzo di formole analitiche si hanno delle equazioni fra la velocità media e la portata di un fiume, la pendenza e le dimensioni dell' alveo, è facile provare che quando il moto della corrente è assai rapido,

vale la regola del Guglielmini; ma quando è assai lento, torna ancora meglio quella del Castelli; perchè avendosi due termini di cui uno contiene come fattore la potenza semplice della velocità media, e l'altro il quadrato della medesima, si può supporre senza notabile errore che svanisca il primo rimpetto al secondo nel caso della corrente rapida, e il secondo rimpetto al primo nel caso della corrente lenta. (Vedi Venturoli Elem. d'Idr. lib. 2. cap. XXXV.) Non voglio altresì tralasciar d'accennare che ne' Corollarj della Proposizione VIII del lib. V viene dal Guglielmini per la prima volta assegnata la curvatura che prende il pelo della corrente negli alvei di sezione rettangolare, ed è quella di un'iperbola cubica che volge la sua convessità verso il fondo del canale, e converge ad esso come a suo asintoto.

Ma in que' tempi in cui la parte teorica delle scienze fisiche non era ancora sopravvegghiata dal magistero universal dell' analisi, e così non aveasi questo mezzo sovrano per diffinir le quistioni, la nuova generalità introdotta dal nostro Autore nel principio Torricelliano trovò degli oppositori, tra' quali si distinse Dionisio Papino che pubblicò i suoi dubbj negli Atti di Lipsia. Non giova recitar qui i sofismi che servirono a quel Fisico, altronde valente, per illudere se stesso e per generar sulle prime dei timori nel medesimo Guglielmini. Non vale nemmeno produrre in mezzo l' apologia che della sua dottrina formò il professor di Bologna in quattro lettere

scritte una al Leibnitz, l' altra al Magliabecchi, la terza di nuovo all' illustre presidente dell' Accademia di Berlino, e la quarta ancora al celebre Bibliotecario del Duca di Toscana. Le due prime sotto il titolo di *Epistolae Hydrostaticae* furono impresse a parte; ad esse si aggiunse la terza nella raccolta delle Opere del Guglielmini fatta in Genevra l' anno 1719, e la quarta fu poi inserita da Francesco Maria Zanotti nel primo tomo degli Atti dell' Accademia di Bologna. Il loro argomento è generalmente la confutazione delle obbiezioni di Papino: la seconda e la quarta contengono alcune utili riflessioni sul movimento dell' acqua ne' sifoni: nella terza l' Autore risponde principalmente ad una lettera che il suo avversario avea diretta al chiarissimo Huyghens. costituendolo giudice di quella controversia. Morì sgraziatamente allora il grand' uomo, e il Guglielmini non potè dal suo giudizio ottenere solenne e clamoroso il trionfo; ma vendicò presso la posterità la sua fama il suffragio del più grande scrittore d' Idrodinamica, di Daniele Bernoulli, di cui sono queste memorabili parole che sentenziano la lite « Quod veteres obscure et sine « veris mensuris viderunt, id demum cl. Gu- « lielminus in tract. de Aq. fluent. propo- « sitione accuratiori et generaliori complexus « est tali, *eamdem velocitatem*, inquiens, *esse* « *aquae fluentis per canalem inclinatum ac* « *si fluxerit e vase per lumen simile et aequale* « *sectioni, tantumdem a superficie aquae re-* « *motum, quantum sectio ab horizontali per*

« *initium alvei*, quam propositionem impu-
« gnavit Dionysius Papinus, ipse multum a ve-
« ritate aberrans « (Dan. Ber. Hydr. Sect. 1. § 5.) Sembra che sia proprio di certe principali verità di filosofia naturale il non poter essere stabilite con posto onorevole nella serie delle umane cognizioni, se non dopo essere state discusse lungamente ed impugnate anche da uomini dottissimi.

Ora passiamo a vedere il nostro Filosofo che rompe gli ozj felici del suo gabinetto, e n' esce per rendere di pratico vantaggio il frutto delle sue meditazioni. Mantova, Modena, Cremona mirarono l' Uomo benefico accorso a divertire le imminenti innondazioni; Piacenza principalmente, minacciata di deplorabil disastro dalla piena straripata del Po, stupì nel vedere abbassato l' orgoglio del gran fiume italiano, ed i suoi flutti infranti e dispersi davanti alle moli innalzate dal sapientissimo riparatore. Fin d' allora agitavasi la celebre quistione dell' immissione del piccol Reno nel Po, cagione d' interminabili controversie fra le due città di Bologna e di Ferrara. Sostenne Guglielmini gl' interessi della sua patria con quel calore che inspiravagli il sentimento unanime de' suoi concittadini, tra' quali, come Epaminonda fra i Tebani, era riguardato capace di resistere da solo contro una lega anche formidabile di avversarj. Provò egli infatti a tutto rigor di dimostrazione ai due Cardinali Legati Pontificj, che l' unione dei due fiumi non potea che riuscire di gran vantaggio a' Bolognesi e di niun danno a'

Ferraresi. Le sue decisioni furono molto applaudite, i suoi talenti vennero celebrati fino all' esagerazione: gli fu conferito l' onore di formar dei disegni per tutti i travagli da farsi sulle acque di Bologna, di Ferrara e di Ravenna; ma, ciò che più interessava, l' esecuzione de' suoi progetti venne protratta ad un tempo che poi non giunse giammai.

Frattanto l' amor degli studi tranquilli faceva sentire al Guglielmini quel predominio ch' egli già gli aveva concesso; e nel tempo de' suoi viaggi, ed anche quando risuonavano i suoi dettati sulle sponde delle riviere e de' torrenti, gli poneva nell' animo, pieno di vivacità e di dolcezza, il desiderio di una stanza solinga. Ciò rilevasi dalle lettere scritte dal Guglielmini a' suoi amici in que' giorni, ne' quali egli correva l' Italia disimpegnando le sue tante pubbliche incombenze. Sì grande era l' attività del suo ingegno, che non solo nelle idrauliche cose, ma in molte altre parti di fisica e matematica egli provava un deciso bisogno di stendere e fissar le sue idee. Si sa che viaggiando ed operando, la sua mente di tratto in tratto occupavasi di tutt' altro, e perciò notati alcuni pensieri, trovava il momento per qualche breve scrittura. A noi non è noto tutto ciò ch' egli scrisse, e molto meno quello che aveva intenzione di scrivere; sappiamo però che in quel tempo attendeva ad un' opera di Statica per consiglio ed incitamento del gran Leibnitz, che seco lui per molti giorni visse famigliarmente in Bologna; ma questo

libro andò ad unirsi con quello della scienza dell' infinito dello stesso Leibnitz: opere e per l' eccellenza degli argomenti, e pel merito degli autori, e per le circostanze de' tempi affrettate con caldo voto dai dotti, ebbero, come l' eco, il nome soltanto e non il corpo.

Abbiamo nondimeno alcuni monumenti illustri che ci attestano la felicità colla quale attendeva il Guglielmini oltre l' idraulica ad altre parti di fisica e matematica. Tali sono le sue riflessioni sulla figura dei sali, ch' egli stese primieramente in un discorso recitato nell' accademia filosofica di monsignor Marsigli, e su cui ritornò dopo quindici anni in una dissertazione epistolare stampata in Venezia nel 1705. Le sue vedute in questa materia sono, che i principj costituenti di alcuni sali hanno figure costanti ed inalterabili, tra le quali assegna il cubo, il parallelepipedo romboidale, il prisma triangolare, la piramide quadrangolare e qualch' altra. Da queste figure primitive egli tira la spiegazione del fenomeno della cristallizzazione tanto mirabile per la costanza e l' uniformità con cui si eseguisce. Ognuno che sappia i grandi progressi della Cristallografia ai nostri giorni, potrà convenientemente pregiare que' tratti di luce che primi s' intromisero in un bujo felicemente poi dissipato da un illustre Ingegno Francese. L' azione dei sali presenta in seguito al Guglielmini l' occasione di far valere i principj tanto a lui cari di geometria e di meccanica: egli infatti la deduce dalle complicate proprietà del movimento che prendono le molecule primitive

a motivo della diversa loro figura. Anche questa vista è sottilissima, e conduce ad una deliziosa speculazione che riesce tanto più interessante per lo spirito geometrico che l'anima e l'informa. Il suo sistema fu contraddetto da un membro dell'Accademia di Parigi, ma egli seppe difenderlo assai bene, e mantenerlo anche presso gli stranieri in durevole riputazione.

Guglielmini idraulico, medico, fisico, fu anche astronomo pratico e calcolatore. Già lo vedemmo ne' suoi primi anni mandare alcuni lampi d'ingegno in questa scienza; ora aggiungeremo ch' egli attendeva con molta costanza nei calcoli e nelle veglie ad un corso regolare di osservazioni celesti, e ne teneva corrispondenza con Gian Domenico Cassini, il quale dovette più d'una volta affermare che a niuno sarebbe stato Guglielmini inferiore nella scienza degli astri, se ad essa sola avesse diretta l'attenzione e lo studio. Non è dunque meraviglia se per molti anni egli sostenne il penoso incarico di compilare il Calendario Astronomico Medico; non è meraviglia se venuto il Cassini a Bologna nel 1695 a ristorare quel gran gnomone di S. Petronio, da lui quarant' anni prima edificato, stette il Guglielmini degno compagno del grand' uomo su quel luogo dove avea questi invitati i più famosi Astronomi d'Europa onde diffinire i punti più delicati dell'Astronomia. Divisero i due Filosofi il peso di quel grande travaglio, e composero insieme una lunga Memoria delle operazioni fatte per la costruzione e la verificazione di

quel prodigioso strumento. Cassini, che fu l' Ipparco de' suoi tempi, aveva giovata la scienza delle acque di alcuni eccellenti scritti e di alcune belle operazioni sul Po e sulla Chiana: di più, avea preceduto il Guglielmini nella sua medesima carica; ed a vicenda il primo Idraulico italiano non fu straniero a quegli studi che rendevano immortale il suo predecessore e collega; così que' due sublimi intelletti, conservando ciascuno il primato nella sua scienza, s' incontrarono sui campi delle loro conquiste.

Non è però d' ordinario permesso ad un ingegno già deciso per alcun genere di studi, lo stornarsene a lungo, e molto meno l'abbandonarlo: si può per qualche tempo far contrasto alla inclinazione; ma avviene come di una diga opposta alla foga di un torrente che non diverte ma accumula l' acque, onde poi vinto l' ostacolo esse corrono più turgide e violente. Così il Guglielmini che pareva in que' tempi da altre occupazioni trattenuto, non sì tosto per la nuova cattedra d' Idrometria si conobbe in obbligo di scorrere con maggior impegno la provincia a lui sì cara, concepì il disegno della grand'opera sulla *Natura de' Fiumi*, raccogliendo il frutto delle meditazioni e delle fatiche di molti anni, e chiamando ad esame tutto ciò ch' era stato fatto prima di lui sul medesimo argomento. Lungo tempo senza dubbio gliene costò la compilazione: essa comparve la prima volta in Bologna nel 1797, ed ottenne una fama europea conservata, dentro i giusti limiti, fino a' nostri giorni. Eustachio Manfredi non teme di chiamare questo libro originale ed unico

nel suo genere, e lo stesso Leibnitz, scrivendo a Giovanni Bernoulli per invitarlo a studiare il gran problema del moto delle Acque, gli consiglia a premunirsi della lettura delle due opere del Guglielmini.

A fare almeno in parte comprendere al Lettore i pregi del libro della Natura de' Fiumi, giudico opportuno di premettere pochi cenni sulla difficoltà della materia; giacchè è indubitato che quanto è più incolto e selvaggio un terreno, riesce tanto più mirabile il vedervi lussureggiare una messe ubertosa. Il corso di un' acqua sopra un fondo e tra due rive è un fenomeno di osservazione giornaliera, sì che, l' abitudine di vederlo togliendo a chi non è filosofo la curiosità dell' indagine, crede questi con uno sguardo superficiale di conoscerlo a sufficienza. Ma chi è solito a frugar per entro alla natura delle cose, comincia a pensare che l' acqua corrente deve muoversi diversamente veloce a diverse profondità. Gli strati inferiori portando la pressione de' superiori, sono spinti da maggior forza, e dovrebbero muoversi anche quando, essendo il fondo orizzontale, restasse immobile il primo strato alla superficie: per questo motivo adunque la velocità deve crescere andando dalla superficie al fondo del fiume. Ma gli strati che urtano nel fondo da tal resistenza trattenuti correranno meno veloci, e così formando un impedimento agli strati superiori, dovrà per questo verso la velocità andar crescendo dal fondo alla superficie. Ecco due principj in contrasto: quale dunque e dove sarà la massima velocità, e quale

la scala de' suoi aumenti e delle sue diminuzioni? Questa ricerca basta a confondere e render mutolo chiunque non è avvezzo a bilanciar freddamente il concorso di molte cagioni nella produzione di un naturale fenomeno. S' allontana un fiume dalla sorgente, e va perdendo successivamente l' accelerazione e il pendío; perciò più lontano dalla fonte correndo meno veloce, in pari sezione sarà minore la sua portata; ma dove corre meno veloce le acque sono sempre a maggiore altezza; ivi dunque cresce la pressione e quindi la velocità, dunque per questa parte cresce la portata: vi è pertanto qui pure la concorrenza di opposti principj che s' intaccano fra di loro. Più rapida è la corrente, maggiori in quantità ed in grossezza sone le ghiaje ch' essa trasporta, e quindi pel loro sedimento deve viepiù alzarsi il fondo dell' alveo; da un' altra parte quanto più rapida è la corrente, maggiore è la forza che tende a scalzare il fondo e ad abbassarlo. Urta la fiumana nelle rive e tende ad allargare il suo letto, con ciò perde di altezza e di forza a corrodere. Ognun comprende che più facilmente si corrodono le rive quanto sono meno tenaci e consistenti; ma dove sono più tenaci ivi cresce, colla profondità dell' alveo, il pericolo della loro rottura; quale dunque si romperà più presto, la sponda debole o la forte? S' oppone un ostacolo alla corrente; essa non ha forza di vincerlo, s' alza dunque l' acqua dietro di esso, e da quest' altezza tira la forza che le mancava; quindi la sua perdita cagiona la sua vittoria. Così un piccolo fiume

ch' entrar vuole in un maggiore, ributtato da prima dalla resistenza prevalente, s' innalza, si gonfia e prende la forza che basta ad entrare. Due fiumi unendosi dovrebbero allargare l' alveo comune per dare sfogo alla maggiore massa d' acqua: ecco un motivo di spavento; ma in quell' unione si perde l' attrito di due sponde e di un fondo, cresce la forza a scavare il fondo comune, s' aumenta dunque la velocità nel tronco inferiore, e le rive corrono leggier pericolo: ecco quanto basta a tranquillarsi. Conviene mettersi più addentro nel soggetto, e vedrassi in molti altri punti la pugna di varie cagioni per cui mille effetti nascono e muojono poco dopo, e talora appena nati crescono rapidamente perchè si combinano, talora appena distrutti dalla collisione risorgono più vigorosi: e quindi un trascorrere, un inseguirsi, un intrecciarsi, un avvicendarsi incessante, da mettere nell' animo del Filosofo più paziente lo sconforto e la disperazione.

Io non dirò che il Guglielmini abbia sciolto il gran problema generale del moto de' fluidi; egli non era profondo analista, e così privo del più poderoso strumento per costringere la natura a svelare i suoi segreti; nè volle nè potè cogliere un alloro non ancora pienamente concesso a' più sublimi Geometri. Dirò bene che dove si tratti de' più malagevoli problemi si manifesta talvolta ne' chiari ingegni un altro motivo di somma lode, e sta in quella sagacità per cui essi vengono destramente ad evitare lo scontro delle difficoltà insormontabili, e andando per una via tortuosa sanno ottenere,

se non in tutto, almeno in parte l'intento. Il Guglielmini è tra' più distinti per questa parte: egli non ha cercato di nascondere le difficoltà del gran problema, lo ha anzi posto sotto quel punto di vista che basta a mettere a terra l'orgoglio degl' ignoranti, e ad invitare gli sforzi de' saggi: e quanto a sè, non si abbandonò alle speculazioni che formano il pascolo del solo spirito, ma tenne sempre di mira la pratica applicazione, il pratico vantaggio. Nel suo libro, dice Eustachio Manfredi, vanno distinte due diverse scienze, una intorno alle Acque, e l'altra intorno agli Alvei de' fiumi. La prima non trae dal nostro Autore il suo essere, nè da lui solo il suo avanzamento. Dopo quanto ne insegnarono il Castelli, il Torricelli, il Mariotte e lo stesso Guglielmini nel suo libro della Misura delle acque correnti: non si fa nella presente opera che ampliarla o correggerla in alcune parti. È la seconda scienza della quale deve Guglielmini riguardarsi creatore, giacchè di essa non se ne avevano prima che poche cognizioni, fra le quali alcune false, alcune pregiudicate; e che quantunque dirozzate in seguito alquanto dal Barattieri, dal Michelini, dal Cassini e da qualch' altro, erano ben lontane dall' essere legate con un metodo che le facesse discendere da' generali princípj. Fu il Guglielmini che anatomizzò (secondo una sua propria espressione) il letto delle correnti, che del poco che sapeasi e del molto ch' egli trovò, formò un sistema novello in cui nulla introdusse che non fosse degno della maestà della filosofia.

Veniamo però più particolarmente a parlare del suo libro, seguendo il prospetto che ne diede il Bossut in un' appendice al suo trattato d'Idrodinamica. Esso è diviso in quattordici capitoli: nei primi quattro sono poste delle definizioni e delle nozioni preliminari sull' equilibrio de' fluidi, sull' origine de' fonti e de' fiumi, e sulla distinzione e denominazione delle diverse parti di un fiume: indi si tien discorso del principio del moto nelle acque correnti dedotto dalla legge Galileana dell' accelerazione de' gravi che scendono verticalmente o per piani inclinati. Comincia l'Autore al capitolo quinto le sue considerazioni sul letto delle riviere, e si rappresenta un alveo stabilito come il resultato dell' equilibrio tra molte forze e resistenze, equilibrio che può turbarsi momentaneamente per una cagione che alcuna ne accresca o diminuisca, ma che viene poi a poco a poco rimesso per una tendenza continua in tutti gli alvei verso di questo stato. Dietro quest' idea luminosa, che domina anche in tutte le seguenti dottrine, si va ponderando ogni genere di forze e di resistenze, e se ne cavano molte conseguenze importanti sull' inclinazione, sulla formazione e sulla permanenza degli alvei; una delle più curiose è la curva spirale che prende il fondo in un tratto lungo di fiume, la quale ha per polo il centro della terra. Bello è vedere da' suoi principj discendere che i fiumi scorrenti fra le montagne avendo pietroso l' alveo debbono godere di maggiore declività: che i fiumi i quali vanno per letti di

materia omogenea debbono essere molto più larghi che profondi: che i fiumi che si congiungono debbono avere dopo l' unione un alveo comune di minore inclinazione: che questa inclinazione deve andar scemando più che il fiume si avvicina alla foce; e poi esaminando la natura, trovare che nel fatto tali cose si verificano precisamente.

Il sesto capitolo tratta della direzione che prendono gli alvei de' fiumi. Questa dovrebbe essere rettilinea sino al mare, se si togliesse di mezzo ogni ineguaglianza nelle resistenze; ma la diversa tenacità delle rive formate ora di terre cedevoli, ora di ghiaje consistenti, ora di massi invincibili, è la cagione dei seni e delle tortuosità d' ogni sorta. È sempre il principio dell' equilibrio tra la forza e la resistenza che regola la formazione e lo stato come del fondo, così delle rive: esso stesso c' insegna che soffriranno queste alcuna alterazione quando l' afflusso d' acque straniere cambierà l' ordinario volume della corrente. Segue il capitolo VII; ed è qui appunto che il gran problema del movimento delle acque, avendo riguardo alla configurazione del letto, viene assalito con armi troppo sproporzionate. Guglielmini vi fa sentire tutta la sua arte, tutto il suo ingegno; ma si vede un uomo che, circondato da un' opposizione poderosissima, si aggira, si arrabatta con ogni possa, schermisce e non vince. Le sue proposizioni mancano di rigore geometrico, e al più non presentano che un' idea generale e approssimata del movimento dell' acqua.

I due capitoli seguenti trattano dello sbocco e dell'unione de' fiumi, nella quale teorica entra quella pure dei rigurgiti. Nel X, parlandosi delle escrescenze e delle decrescenze de' fiumi, si fa un confronto dei fiumi piccoli coi grandi; i primi traboccano più sovente dai loro letti, i secondi con maggior ruina e per maggior tempo: per ogni fiume vi sono dei periodi regolari delle maggiori piene che possono però essere turbati da combinazioni particolari. L' esame delle piccole correnti d' acqua derivate per lo più dalla pioggia che scola dalle campagne forma il soggetto del capitolo XI; soggetto interessante per l' agricoltura e per la salubrità del clima. Meritevole d' ogni attenzione è l'argomento del capitolo seguente, perchè tratta de' canali navigabili, ai quali applica il Guglielmini i principj già da lui stabiliti sui grandi fiumi; di belle ed utili istruzioni egli ci fa dono per condurre quest'acque che si diramano sulle province, così benefiche per vivificare il commercio e l' industria; si sa che questa materia fu dopo il nostro Autore da altri ingegni italiani con successo coltivata. Torna nel capitolo XIII a prender di mira la fertilità de' campi ed il bene dell' inferma umanità, occupandosi dell' asciugamento degli stagni e delle paludi. Due mezzi egli ci addita per arrivare a questo scopo, e sono l' essiccazione e l' alluvione: comprendesi facilmente il primo, e il secondo consiste nell' introduzione di un' acqua corrente che via si porti l' acque nocive dello stagno. Rimane allora un limo, dal quale può trarsi

quella fecondità che veniva tolta dalle acque limacciose. Contiene l'ultimo capitolo degli opportuni ammaestramenti per coloro che si accingono alla perigliosa impresa di cambiare l'alveo di un fiume. Così termina questo libro che doveva essere seguito da un secondo tomo rimasto in parte manoscritto tra le carte dell' Autore e sgraziatamente perduto.

Pareva che il Guglielmini avesse sacrificata alle matematiche e particolarmente all' idraulica l'altra sua scienza la medicina: ma non fu vero, perchè anche quando le matematiche avevano ne' suoi studi la preminenza, non lasciava di esercitare la professione di medico pratico, ed era questa che gli forniva il sufficiente a sostenere una povera e laboriosa vita. Il Filosofo tanto benefico che col frenare un solo torrente salvava immense sostanze, era per ordinario corrisposto di assai bassa mercede, ed ebbe più volte a soffrir disagio in un sistema di vivere, non dirò alieno dal lusso, ma inferiore ben anco alla comune coltura e politezza. Cambiarono però queste circostanze quando l'anno 1698, partito da Bologna, accettò nell' Università di Padova la cattedra di Matematica collo stipendio di mille ducati, e il motivo principale per cui determinossi a cedere agli onorevoli inviti della Repubblica di Venezia fu l'amor della pace turbata in que' tempi fra i Dottori Bolognesi da forti dissensioni e da reciprochi oltraggi. Non si trovò però molto pago dell' incarico assunto, perchè gli dispiaceva sommamente l'uso in que' tempi comune tra que' professori

di declamar spesse volte dalla bigoncia con grande pompa di parole e di erudizione varie dissertazioni, i cui argomenti erano de' più triviali e popolari. Ciò gli si volea persuadere conveniente alla dignita del maestro e all'istruzione de'discepoli; ma egli diversamente sentiva, lagnandosi in una lettera ad Antonio Magliabecchi d'essere tutto occupato nel far niente. Gli tornavano perciò molto più grate alcune pubbliche incumbenze in cui poteva metter fuori la sua attività e le sue cognizioni, e queste furono principalmente molte operazioni d'acqua nei campi di Padova, una spedizione in Dalmazia l'anno 1700 a riparare le ruine di Castelnuovo, ed un'altra nel Friuli per divertire un torrente impetuoso che minacciava la fortezza di Palma.

Nel 1702 mutò la cattedra di Matematica in quella di Medicina teorica, e a tale passaggio erasi preparato, richiamando la sua attenzione a questo genere di studi colla pubblicazione fatta l'anno precedente di un opuscolo intitolato *De sanguinis natura et constitutione*. È pure alla luce la prelezione che lesse quando fece il solenne ingresso nel nuovo insegnamento, ed è intitolata *Pro theorica medica adversus empiricam sectam*. Pubblicò due anni dopo la seconda dissertazione sui sali di cui già parlammo, e quindi prese il vezzo di scrivere e stampare in materie mediche sotto nomi mentiti. Col nome di Giulio Molinieno comparve una sua lettera a certo professor Alfonso Donnoli, nella quale aggiunge maggior peso ai sentimenti esposti da quel valent-

uomo in una sua prelezione che avea per oggetto di metter concordia fra i due partiti che allora agitavano la medica palestra, l' uno dei quali pretendeva che a niun altro precetto badar si dovesse fuori di quelli che ne venivano dagli antichi, e l' altro al contrario era così vago delle moderne dottrine da deridere rimpetto ad esse gli oracoli d' Epidauro. Scrisse in un altro opuscolo il nome di Giuseppe Donzelini figlio di Antonio, e lo chiamò *Symposium medicum, sive quaestio convivalis de usu mathematum in arte medica*, nella quale dimostra quanto giovi nell' arte salutare il procedere con geometrici principj. Col nome di Teofilo Aletini comparve un' altra sua lettera dove difende l' onore del suo maestro Marcello Malpighi da alcuni assalti di certo Girolamo Sbaralea, uomo di tempra somigliante a quel Cavina che già dicemmo aver travagliato il Montanari. Nel 1707 ripigliò il suo nome in un' operetta *Exercitatio de idearum vitiis, correctione et usu ad statuendam et inquirendam morborum naturam*, come pure nell' altra *De principio sulphureo* che comparve dopo la sua morte con una dissertazione sull' etere. Si hanno pure nella raccolta delle Opere del Guglielmini alcune sue lettere a Gio. Maria Lancisi, ed un' altra ad Alessandro Boni di medico argomento. Altre sue lettere di soggetto assai vario, e dirette a G. Desnoues, sono stampate nel libro *Lettres des Savans sur différentes nouvelles decouvertes*, impresso pel Rossi in Roma nel 1706. I suoi commenti nella prima

parte degli Aforismi d' Ippocrate con tre prelezioni da lui recitate in diverse occasioni furono pubblicati con aggiunte nel 1748 da Giuseppe Ferdinando suo figlio. Tutti questi lavori di Domenico Guglielmini non furono dal giudizio sempre equo della posterità coronati di quella lode ch' ella largamente profuse alle opere idrauliche.

Consta dalla lettera 161 del Commercio epistolare di Leibnitz e di Giovanni Bernoulli che Guglielmini quando rinunziò la cattedra di Matematica e prese quella di Medicina, si adoperò con impegno onde nella prima fosse collocato il celebre Ermanno tanto benemerito della scienza delle acque. Dalla lettera 177 dell' opera medesima rilevasi ancora che al Guglielmini era stata offerta la carica di primo Medico presso il gran Duca di Toscana coll' annuo stipendio di 1600 scudi fiorentini. Non solo questa splendida offerta, ma la ricerca che del suo consiglio facevasi per tutt' Italia in occasione di difficili malattie, prova quant' ei nell' arte medica valesse, ed in quanta riputazione anche per questa parte egli fosse presso i suoi contemporanei. Il suo nome per due titoli chiarissimo passò l' Alpe ed il mare, e fu con gloria registrato nelle primarie scientifiche società d' Europa, quali sono quelle di Londra, di Parigi e di Berlino.

In tutto il tempo ch' egli tenne le cattedre di Padova non cessò di servire, benchè assente, la patria con tutti i lumi di peritissimo Idraulico: sicchè questa non mai gli tolse, finchè visse, le cariche che gli aveva conferite e di

cui sopra parlammo. Ognuno crederebbe che sotto il peso di tante incumbenze affaticata fosse e quasi oppressa l'attività di quest'uomo. Ma di essa convien farsi un'idea ben superiore all'ordinario. Non solo egli compiva con esattezza tutti i suoi doveri, ma trovava il tempo di attendere di notte alle osservazioni astronomiche, e, quello che più fa meraviglia, di scrivere nel suo gabinetto opere pensatissime, di cui alcune rimasero inedite, come tre opuscoli, *De febribus*, *De methodo medendi*, *De materiae affectionibus*; e ciò che più interessa, come ne abbiamo già fatto cenno, il secondo volume dell'opera della Natura de' Fiumi che avrebbe ingrandita la fama dell'autore e l'utile della scienza. Sempre occupato, sempre instancabile, egli non negava l'opera de' suoi talenti a chiunque gliene avesse fatta ricerca: e con una pieghevolezza invidiabile passava d'uno in altro argomento disparatissimo, per esempio, dalle materie d'idraulica a quella delle ossa petrificate degli elefanti, intorno alla quale era stato consultato da certo Ernesto Tenzelio. Era solito poi di stendere tutti i suoi scritti con isquisitezza di sentimento e di concetto, taluno nella bella lingua d'Augusto, tal altro nel pretto italiano, in cui facilmente trovasi lo stesso gusto e sapore che ne' libri de' primi padri del nostro linguaggio, senza lo studio di que' modi vieti e pedestri che fanno cadere nell'affettazione i loro servili imitatori. Compieva i suoi lavori con somma diligenza, e dicea ch'ei non era mai sì triste che quando o per sua trascuratezza

o per sua inerzia (nomi per lui quasi vuoti di senso) qualsivoglia affare non suo ito sen fosse infelicemente. Con pari fervore, con pari lena indefessa così nelle piacevoli cure si adoperava come nelle penose, tra le quali fu senza dubbio l'edizione postuma accuratissima di tutte le Opere del suo maestro Marcello Malpighi. Quando i suoi amici lo pregavano a rallentare per qualche momento quel suo metodo di trarre i giorni in incessante lavoro, e l'esortavano a darsi a studi più giocondi, a cedere alle domestiche dolcezze: ei soleva rispondere colla gravità di un Greco o di un Romano, che vivea per la patria, e che voleva servire la patria anche colla perdita de' comodi e della salute.

L'eccesso della fatica ruinò in lui finalmente un robustissimo temperamento. Avea da giovine sofferti alcuni sgorghi di sangue seguiti da una malattia nel polmone, ma da questa erasi perfettamente ristabilito. Negli ultimi anni fu preso da un morboso languore, da cui non si potè mai riavere, quantunque con ogni sforzo cercasse di vincerlo. Fu in seguito travagliato da alcuni forti dolori alle fauci ed ai lombi; in ultimo lo assalì un fierissimo dolor di capo, che poi gli diede tre mesi di tregua, ma ripigliò con maggior forza al principio di maggio dell'anno 1710. Allora vi si unirono con febbre alcune alienazioni di mente, ed altri sintomi peggiori, onde la malattia si fece grave e pericolosa. Parve nondimeno che il male cominciasse a piegare, quando

una spaventosa perdita di sangue dalle narici tolse all' infermo sino allo sfinimento le deboli forze che gli restavano, sì che una volta nell' atto che, inclinato sul gomito, aveva chiesto il bacino, tutto ad un tratto mancò e spirò. Memore di quella religione che per tutta la vita egli coltivò con cuor sincero e devoto, pochi giorni prima egli avea domandati e ottenuti tutti gli spirituali sussidii: la sua morte accadde il dì 12 di luglio dell' anno suddetto, avendo vissuto cinquantaquattro anni, nove mesi e quindici giorni. Pel suo matrimonio con Costanza Gioannetti Bolognese (che gli fu sempre moglie docile ed amorosa) egli era padre di tre figliuole e di un figlio: raccomandò morendo l' ultima di quelle, (giacchè le due maggiori da qualche tempo avevano preso il sacro velo) insieme colla moglie e colla madre decrepita, ad alcuni suoi amici per senno e virtù provatissimi, e instituì erede l'unico suo figlio Giuseppe Ferdinando. Il patrimonio di cui questi venne in possesso era formato quasi per intiero dalle fatiche di quell' uomo indefesso, e sarebbe salito ad uno stato agiatissimo se morte non avesse sospesi quegli stipendj generosi che dal Veneto Senato erano stati ne' suoi ultimi anni decretati al Guglielmini; quello che più importa, passò nel figlio l' amor degli studi paterni, lo spirito delle paterne scienze.

Era il carattere di Domenico Guglielmini quello di un uomo franco e leale, quanto nemico di quelle affettazioni che rendono ad un filosofo nojosa la compagnia delle persone

oziose e galanti, altrettanto sensibile alla vera e soda amicizia. Alcuni di que' cervelli leggieri e sventati che si applaudono e fan rumore quando riescono a far seco folleggiare anche per un solo momento qualche persona assennata intorno agli idoli della vanità, si vendicarono del disprezzo in cui teneva il Guglielmini i loro riti e le loro frivolezze col farlo passare per uomo di ruvide maniere e di zotica vita. Ma tale egli non era veracemente: chè se il suo aspetto era composto in aria grave ed anche severa, piacevolissimo riusciva il suo tratto e affabile il suo discorso. Era d'animo forte e paziente, aveva orrore della frode e della doppiezza, avrebbe sacrificato ogni interesse all'amor della pace, e non lagnavasi se talvolta le sue fatiche erano mal riconosciute, o scarsamente compensate. Fu di alta statura, ma negli ultimi anni alquanto incurvata, di membra ampie e robuste: avea gli occhi neri e vivaci, folti e contratti i sopraccigli, e alcun poco fosco e livido il colorito.

Il suo corpo fu decentemente sepolto nella chiesa di S. Massimo in Padova con questa iscrizione:

HIC · IACET
DOMINICVS · GVGLIELMINI
BONONIENSIS
IN · PATAVINO · GYMNASIO
PVBLICVS · THEORICAE · MEDICINAE
PROFESSOR · PRIMARIVS
OBIIT · DIE · XII · IVLII · MDCCX
AETATIS · SVAE · LIV

Poco dopo l'amico del suo cuore, l'Abate Felice Viale, gli eresse un sontuoso monumento nella Basilica di S. Antonio, e vi scrisse il seguente elogio.

D · O · M ·

DOMINICO · GVGLIELMINO · BONONIENSI

IN · PATRIO · PRIMVM · MOX · IN · PATAVINO · GYMNASIO
MATHESEOS · INDE · THEORICAE · MEDICINAE
PVBLICO · PROFESSORI · PRIMARIO
VIRO · MORVM · PROBITATE · SCIENTIARVM · PERITIA
SCRIPTIS · EDITIS · EDENDISQVE · CLARISSIMO
A · SERENISSIMA · VENETORVM · REPVBLICA
HVC · INGENTIBVS · STIPENDIIS · ACCITO · ET · IN · ARDVIS
ADHIBITO
QVEM
DVM · CERTATIM · MAGNI · PRINCIPES · MAGNIS
MVNERIBVS · AMBIVNT
POST · LONGAM · DVBIAM . VIXQVE · MEDICIS
EXPLORATAM
AEGRITVDINEM
IN · IPSO · AETATIS · ROBORE · FORTVNAEQVE
SECVNDISSIMAE · PLAVSV
PRINCIPVM . PRINCEPS · DEVS · TERRIS · ERIPVIT
CAELOQVE · LOCAVIT
AETATIS · SVAE · ANNO · LIV
SAECVLI · VERO · XVIII . ANNO · X
FELIX · ABBAS · VIALE · PVBLICVS · BOTANICVS · PROFESSOR
HORTIQVE · MEDICI · PATAVINI · PRAEFECTVS
AMICO · ET · COLLEGAE · DESIDERATISSIMO
AETERNVM · HOC · AMORIS · ET · MAERORIS · MONVMENTVM
POSVIT

DELLA

NATURA DE' FIUMI

PREFAZIONE

DELL' AUTORE

Ho considerato più volte, dachè provenga che le proposizioni matematiche restino provate con ragioni cotante ferme, che meritino nome di dimostrazioni, e sforzino gl' ingegni degli uomini all' assenso; laddove le fisiche non ammettono, se non motivi probabili, che non oltrepassano la sfera del verisimile. Negli andati tempi, quando i filosofi si fermavano su la corteccia de' soli nomi, e assegnata che aveano per cagione d' un effetto naturale o una virtù, o una facoltà, o una qualità, sembrava loro d' essere arrivati all' ultimo termine del sapere, era facile il credere che la diversa natura degli oggetti della fisica e della matematica potesse riputarsi autrice dell' incertezza dell' una, e dell' evidenza dell' altra; a' nostri giorni però, ne' quali gli uomini penetrando più a dentro e sino al midollo delle cose, hanno cominciato ad assegnare per cagioni degli effetti della natura, non più ideali virtù, ma in luogo loro la grandezza, la figura e il moto de' primi componenti materiali, non può dirsi che l' incertezza della fisica abbia origine dall' oggetto di essa, quale s' innalzi di gran

lunga sopra quello delle matematiche; essendo che la grandezza e la figura sono pure gli oggetti della geometria, siccome il moto si è quello della meccanica.

Pertanto sempre più resta con gran ragione da dubitare e da ricercare maturamente, d' onde nasca, che, sebbene restano occupate l' una e l' altra di queste due scienze in trattare dell' oggetto medesimo, nulladimeno la matematica si è tanto avanzata, e tutto 'l giorno così va avanzandosi, che sembra di non avere limiti alla sua estensione; ove al contrario, la filosofia naturale, abbenchè nel secolo presente abbia fatto qualche progresso, contuttociò resta così indietro, come se non avesse alcuna connessione colla matematica suddetta: e pure bisogna confessare ch' essa è obbligata di riconoscere tutto 'l suo, qualsisia, accrescimento dall' attenzione che hanno avuta i matematici d' impiegare in vantaggio della medesima le regole della geometria e della meccanica.

Considerando perciò che i matematici, gelosissimi dell' evidenza delle proposizioni, richiedono ne' loro supposti una perfetta astrazione da tutto ciò che può alterare le conseguenze delle dimostrazioni, il che per fare, assumono delle idee puramente intellettuali, nelle quali non cade alcuna, benchè menoma, imperfezione; ove al contrario, i fisici sono tenuti d' ammettere ne' loro supposti tutto quello che concorre, o che può attualmente concorrere alla produzione d' un effetto: mi son persuaso di riconoscere in ciò l' origine

dell' incertezza della filosofia naturale; e mi sono confermato in tale credenza col riflettere, che in quelle scienze, nelle quali i matematici prendono a discorrere d' oggetti fisici, come sono l' optica, le meccaniche, l' astronomia ec., si contentano che le loro proposizioni si verifichino, dentro una certa latitudine, ed in teorica; poco curandosi, se l' esperienza fa riscontrare nell' applicazione delle medesime qualche picciola diversità: ed in fatti non sono state ricevute nel numero delle matematiche, anche miste, se non quelle scienze che hanno un oggetto assai semplice, le cui affezioni dipendono o da una sola, o da poche cagioni; e che ponno essere poco mutate dalle resistenze e dall' impurità della materia.

La multiplicazione adunque delle circostanze, dalle quali o si produce o si varia, o s' accresce o si scema un effetto, è quella che apporta tutta la difficoltà di provare le proposizioni fisiche colla stessa evidenza colla quale sono dimostrate le geometriche: ed in ciò non v' ha dubbio veruno; poichè chiunque ha avuta mano in cercare delle verità spettanti alla quantità anche astratta, sa bene per prova quanto difficile si renda il metodo di rinvenirle, quando i supposti si multiplicano oltre il dovere; e non per altro riescono facili gli Elementi d' Euclide in proporzione della geometria più recondita, se non perchè le loro proporzioni, il più delle volte, poc' altro suppongono, che la sola idea, o diffinizione della figura; e se talvolta v' è qualche cosa di più,

non dà tormento all' immaginazione per essere conceputa: al contrario riesce astrusa la ricerca della natura delle linee di più alto grado, solo perchè i supposti s' accrescono di numero; e perciò è d' uopo di facilitarne i metodi coll' analisi, che serve d' appoggio, o, com' altri dicono, d' estensione all' immaginativa.

Se dunque nella più astratta geometria, il multiplicare i dati serve ad accrescere la difficultà di rinvenire ciò che da quelli può derivare; quanto più tal multiplicazione avrà luogo, in rendere difficile la ricerca degli effetti naturali e delle regole, con che opera la natura? posciachè, posta sempre la cagione medesima, e parimenti il medesimo soggetto, nel quale dee prodursi l' effetto; anzi data la cognizione di più cagioni insieme operanti, ciascheduna colla sua energia; e supposta la cognizione del soggetto in ordine a tutte le circostanze nelle quali esso si trova; dato in oltre per conosciuto il concorso del mezzo, e di tutto ciò che può estrinsecamente fomentare, o alterare, o impedire l' effetto; non è già impossibile assolutamente parlando, (abbenchè, oltre ogni credere, difficilissimo) di trovare per via di dimostrazione ciò che ne dee succedere, quando tutto il predetto debba operare per necessità di natura; ma non può finalmente aversi, in tutti i casi, veruna sicurezza, che tutto quello che una volta ha cooperato a produrre un effetto, debba altresì concorrervi un' altra; e che non si varii per conseguenza l' effetto medesimo.

Questa, e niun' altra, è la cagione per la quale i medici hanno bel dare delle regole generali, concernenti alla curazione de' mali, ed al pronostico de' medesimi; perchè ad ogni modo rade volte si troverà che si verifichi universalmente alcuno de' loro aforismi, abbenchè sia esso stato dedotto immediatamente dall' osservazione: e questo anche è il perchè resta screditata la chimica in molti de' di lei più rinomati esperimenti, come pure nota il famosissimo Boile nel suo libro de Infido experimentorum Successu.

Quindi è, che per discorrere dell' opera della natura, non si può battere altra strada, che quella, o di considerare le cose individualmente; o pure, volendo formare delle proposizioni universali, di porre fra' supposti quelle sole cagioni che più frequentemente concorrono a dar l' essere a un nuovo prodotto, e lasciare al discernimento di chi vuole applicarle, la cognizione dello stato individuale di ciascun caso: acciocchè, riflettendo alle ragioni, possa dedurne, se, o lo statuito nella proposizione sia in tutto applicabile; o pure se alcun' altra circostanza, non considerata nella dimostrazione, possa alterare in qualche parte la verità della medesima; quando però non si voglia procedere per una via puramente matematica, quale è quella di prescindere da tutte le circostanze estrinseche, e di considerare l' effetto, come se fosse dalla sua cagione prodotto nel vôto, o dentro d' una materia perfettamente omogenea; il che quantunque possa praticarsi rispetto a certa sorta

d' oggetti, che operano con una somma semplicità, come sono il raggio della luce, i tremori del suono, il moto de' gravi ec., non è però sempre praticabile rispetto a quelle cagioni che hanno un operar più composto, e più soggetto alle alterazioni.

Ho voluto prepararvi l' animo, miei benigni lettori, col farvi conoscere la cagione dell' incertezza della fisica, acciocchè vediate quello ch' avete da promettervi di me nell' opera che ora do in pubblico sopra la Natura de' fiumi. *È questa un trattato fisico per quello che risguarda l' oggetto, che nè meno è de' più semplici; ma il medesimo, rispetto al modo della considerazione, non lascia di appartenere in qualche maniera alle matematiche; avete dunque da prefiggervi nella mente, di non aspettare da me, nè in tutte le dimostrazioni, quel rigore che di ragione esigereste da un geometra, nè in tutte le proposizioni quell' universalità, colla quale sono proferite le asserzioni più astratte. Io vi diedi, alcuni anni sono, la Misura dell' acque correnti, nella quale so d' aver camminato con più di rigore, dal che fui obbligato a prescindere dagl' impedimenti, da' quali, o non mai, o quasi mai, va scompagnata l' acqua che corre per li canali; ma ora, che ho voluto darvi una Teorica de' fiumi, non poteva io farlo con una perfetta astrazione, senz' incorrere la taccia di fingermi una materia diversa da quella, della quale si vale la natura nel formare gli alvei a' fiumi medesimi. Quindi è, che necessariamente ha bisognato mettere a conto gl' impedimenti, i quali, perchè sono di*

tante sorte, e di così diversa natura nell' operare, che riesce moralmente impossibile il ridurli in classi particolari; perciò m' è convenuto considerarli nel loro genere, e dedurne ciò che i medesimi possano, secondo le circostanze, tanto in alterare il corso dell' acque, quanto in produrre altri effetti che sembrano maravigliosi. Non mi do già a credere di avere esaminati tutti i casi possibili, o considerate in ognuno di essi tutte le circostanze che loro ponno avvenire; essendo e quelli presso che infiniti, e queste troppo variabili: bensì penso d' avere spiegati gli effetti che più universalmente si riscontrano ne' fiumi, e d' avere dimostrata la connessione che hanno i medesimi colle loro vere cagioni. Nel far ciò credo essermi riuscito di scoprire molte proprietà degli alvei, per l' avanti affatto sconosciute, la cognizione delle quali porgerà a' professori molto di lume alle occasioni, per tenersi lontani da quegli errori che per lo passato hanno prodotti sconcerti grandissimi; e darà l' apertura a' medesimi di esaminare i loro progetti prima di proporli, poscia di eseguirli colla scorta della ragione. Bisogna confessare che l' architettura dell' acque ha camminato sin ora con piede poco sicuro, a cagione del non avere mai trovato chi le dia l' appoggio delle scienze necessarie; dal che ancora è proceduto che la medesima è stata ripiena di falsi supposti e d' equivoci. Io mi lusingo d' averne scoperti molti; e per conseguenza di avere levati altrettanti inciampi alla felicità del di lei progresso, che giova sperare sia per succedere

maggiore alla giornata, se i matematici impiegheranno la meccanica, la scienza del moto e la geometria (scienze affatto necessarie) all' avanzamento della medesima; e s' accertino di poter farlo con frutto, particolarmente se travaglieranno attorno quella parte delle meccaniche, la quale sin ora non è stata toccata da altri, che dal signor Neuton insigne matematico Inglese; ma non in maniera da potersene valere in proposito de' fiumi. L' utilità della materia può persuadere ognuno ad intraprenderne la fatica; poichè difficilmente troverassi altra parte della fisica, la cognizione della quale, più di questa, sia necessaria agli usi degli uomini, essendo pochi i paesi che o da' fiumi non ricevano danni, o da' medesimi non ne ricavino utile, a misura delle condizioni diverse de' fiumi stessi, e dell' arte colla quale i popoli s' applicano alla loro condotta.

Quanto a me, so d' avere impiegato tutto lo sforzo possibile per promuovere questa scienza; ma non ho potuto farlo che in picciola parte e rozzamente; perchè avendola trovata quasi affatto incolta, m' è bisognato superare quella massima difficoltà che suole incontrarsi nello stabilimento delle scienze nuove. Ciò che di buono mi sia riuscito di fare, io non lo so; so bene di non avere avuta altra mira in questo mio assunto, che di cooperare alla pubblica utilità; e perciò, quando non vi fosse altro di considerabile in esso, vi sarà almeno il motivo di averne scritto a tal fine, e soddisfatto all' obbligo ch' a tutti corre di adoperare il proprio, qual

si sia, talento in pubblico vantaggio. Questo motivo medesimo m' ha fatto uscire, di quando in quando, dalla pura speculazione teorica, coll' aggiugnere delle regole attenenti alle principali operazioni dell' architettura dell' acque, acciocchè i professori di essa possano, leggendole, ridursi alla memoria ciò, che principalmente merita d' essere considerato nell' esecuzione delle medesime. Ho procurato altresì di rendermi chiaro, quanto ho potuto, sì ne' motivi delle dimostrazioni, tra quali ho perciò scelti i più facili e i più famigliari; sì nella frase, nella quale non ho avuto altro oggetto che la chiarezza; sì finalmente nelle figure, che voi dovete interamente all' aggiustatezza del signore Egidio Bordoni, che nel delineare le medesime ha voluto, oltre il renderle intelligibili, anco ornarle, col dare sfogo al suo pulito disegno: mentre io, per altro, non avrei saputo darvi che rozzi sbozzi di pure linee, non bastanti a rendere pienamente instrutti del mio sentimento tutti quelli che, o per genio, o per professione, s' applicassero alla lettura del libro.

Rispetto al metodo, voi vederete che ho distesa la materia in quattordici Capitoli, divisi, per una parte di essi, in diverse proposizioni, provate colle più limpide ragioni che ho saputo, dalle quali ho dedotti gli opportuni corollarj: contengono, e quelle e questi, le principali proprietà de' fiumi, le quali hanno poi servito di base a molte considerazioni, parte o inserite tra le proposizioni medesime, o aggiunte nel fine de' capitoli; e parte disposte sotto capi particolari. Avrei potuto molto

più abbondare nel numero delle proposizioni; ma per isfuggire la soverchia lunghezza, mi sono contentato di portare, in luogo loro, le semplici asserzioni, aggiungendovi in succinto i motivi per prova: e tanto ho creduto bastare a chi avrà inteso le cose precedenti; il che parimente ho praticato rispetto alle regole, date per direzione della pratica. E perchè possano facilmente trovarsi, anche scorrendo il libro, le asserzioni sparse qua e là; in luogo di annotazioni marginali, ho fatto porre in carattere corsivo ciò che ho creduto più particolare. Per fine voglio avvertirvi, che una gran parte delle proposizioni non solo sono fondate sulle ragioni che ho addotte in prova di esse; ma in oltre sono le medesime confermate dall' osservazione e dall' esperienza: poichè con questi mezzi son io arrivato a conoscerne la verità nelle occasioni, che sin ora ho avute frequenti, di osservare e considerare, e speculare ad un tempo, sopra gli effetti de' fiumi; di far prendere le misure delle cadute di essi ec. Avrei potuto addurvi le predette osservazioni in prova delle proposizioni medesime; ma perchè non l' avrei fatto che rispetto a quelle de' fiumi, al più dell' Italia, ho voluto piuttosto valermi di ragioni più generali, ed astenermi dalle predette, col lasciare che ciascuno ne' fiumi del suo paese ne riscontri la verità, che servirmi di prove e d' osservazioni particolari, che nè meno sarebbero state intese da' forestieri. Gradite, benigni lettori, quest' effetto del mio buon desiderio d' impiegarmi in pubblico beneficio. E vivete felici.

PREFAZIONE

DELL' AUTORE

DELLE ANNOTAZIONI

La maggior parte delle annotazioni che escono alla luce colla presente edizione del trattato della Natura de' Fiumi del Sig. Guglielmini, era stata da me stesa in iscritto, o per lo meno concepita, e serbata in mente nelle diverse occasioni che ebbi di esaminare come si adattassero a' casi particolari quando una, quando un'altra delle proposizioni teoriche, o delle regole pratiche, che l'Autore ha esposto in quest' opera. Mi avvisai poscia, che siccome a me senza qualche attenta meditazione non sarebbe il più delle volte riuscito di penetrare ne' suoi sentimenti, nè di sgombrarmi la mente da quegli equivoci, ne' quali sovente io mi accorgeva di essere incorso in materia sì difficile; così non fosse per riuscire soverchio, se col pubblicare ciò che io ne' casi predetti aveva meco stesso divisato, avessi renduto ad altri più agevole l'intendere gl' insegnamenti dell'Autore, senza passare per tutti que' dubbj che ad essi, come a me, potevano per avventura cader nel pensiero. Con tale intendimento mi sono dato a leggere di bel nuovo da capo tutto il libro. Ho inserito a' suoi luoghi ciò che totalmente a caso e senza alcun ordine qua e là aveva notato; vi ho aggiunto tutto quello di più che in una tale lettura seguita mi è occorso di avvertire combinando fra loro i varj passi dell' opera; nè ho tralasciato di accennare se alcuna osservazione da altri più moderni scrittori dopo la prima edizione del libro fosse stata fatta, da cui potessero prendersi nuovi lumi; e ritrarre nuovo accrescimento a questa sì importante dottrina dell' acque correnti.

Se io abbia con ciò contribuita cosa alcuna a rischiarare i documenti dell'Autore, e a farne meglio comprendere tutto il sistema, debbo attenderne il giudicio degli altri. Questo solo parmi di potermi promettere, che presso i retti estimatori io non sarò per incorrer la taccia di aver impiegata simil fatica in cosa che nol vaglia; anzi spero che dal Pubblico possa esser gradito, se non altro, il mio esempio nell' aver io preso ad illustrare un libro che, dirittamente giudicando, si dee chiamare non pure originale, ma unico nel suo genere. Ben so che questo mio detto a prima faccia parrà ad alcuni alquanto ardito; ma tale non sembrerà certamente a chi, ben distinguendo ciò che ha di particolare quest' opera, si farà a considerare che due sono le parti, e due, per così dire, le scienze che in essa si insegnano: una intorno alle acque, e l' altra intorno agli alvei de' fiumi.

Della prima non intendo io di attribuire merito sì speciale al nostro Autore, che venga a scemarsene il pregio d' alcun altro; perocchè quantunque molto egli abbia contribuito a perfezionare lo studio della misura delle acque correnti così in questo, come nell' altro libro, che pochi anni prima avea pubblicato col titolo *Aquarum fluentium mensura*, nulladimeno nè da lui primo riconosce questa scienza il suo essere, nè da lui solo il suo avanzamento fino a quello stato (qual egli siasi) in cui si trova È noto che l'Abate D. Benedetto Castelli fu quegli che avanti d' ogni altro ne gettò i fondamenti coll' avere avvertito doversi nell' estimare le quantità dell' acqua de' fiumi aver riguardo oltre la larghezza e l' altezza, anco alla velocità. Scoprirono poscia il Torricelli e il Mariotte colle loro sperienze il vero rapporto delle velocità colle altezze all' uscir che fa l' aqua dalle luci aperte nelle sponde, o nel fondo de' vasi; e la medesima regola fu stimato dal P. Milliet potersi applicare alle altezze, e alle velocità delle sezioni de' fiumi. Allora solo fu che il nostro Autore parte seguendo tal dottrina, parte correggendola secondo alcune diversità de' casi, non prima da alcun altro avvertite, trattò metodicamente di tutto ciò che appartiene alle velocità de' canali, e alla misura delle acque che portano; dopo di cui il Sig. Varignon, il Sig. Cavalier

Neuton, il Sig. Gio: Bernulli, il Sig. Marchese Poleni, il Sig. Pitot, ed altri grand' uomini, qual con nuove meditazioni intorno a' principj fisici del moto delle acque, quale con osservazioni esatte di fenomeni, hanno arricchita l' idrometria di nuove ed utilissime cognizioni; e finalmente abbiamo ora un eccellente trattato del P. Abate Grandi, pieno di profonda geometria, nel quale, senza ristrignersi ad alcuna ipotesi intorno alle velocità, ha spiegato ciò che vi ha di più astruso in questa materia.

Ma della seconda, cioè a dire di quella parte che considera le regole e le leggi serbate dalla natura nelle direzioni, nelle declività, nelle larghezze, nelle diramazioni, nelle sboccature, e nelle altre particolarità degli alvei per li quali scorrono i fiumi, tanto è lontano che alcun altro avesse trattato, che nè pure si erano avvisati i filosofi potersi sopra ciò dare una scienza, se piuttosto non si dee dire che alcuni di loro credessero d' averne già una, ma che era falsa, e fondata sopra vane supposizioni troppo leggermente ricevute come assiomi. Di ciò fanno testimonianza e il loro comune consenso nel supporre esigersi dalla natura qualche pendenza a far che le acque potessero scorrere, e insieme il dissenso nello stabilire la quantità di tal pendenza; e l' estimar che facevasi la maggiore o minore velocità d' un canale unicamente dalla maggiore o minore inclinazione; e l' immaginare che le sole acque chiare escavassero gli alvei, e le torbide non potessero che interrarli, e il figurarsi che i recipienti, allorchè gonfiano, rigettassero i loro tributarj; e soprattutto il darsi a credere che i fiumi carichi di materie terree andassero perpetuamente, e senza alcun limite rialzando i loro letti; con altri simili pregiudicj, da' quali non potea derivare che oscurità e confusione nelle teoriche, e inganno perpetuo nella pratica.

La riforma dunque di tali dottrine, e lo stabilimento di questa nuova scienza, fu quello scopo a cui il nostro Autore indirizzò principalmente i suoi studj e le sue ricerche, e questo gli fornì la miglior parte della materia al presente trattato. Egli è vero che poco avanti i suoi tempi da più saggi professori si era incominciato a entrare in diffidenza di alcune delle massime poc' anzi

dette, e quasi comunemente per l' addietro accettate, come si può scorgere da qualche passo della Lettera del Galileo sopra il fiume Bisenzio, dall'Architettura delle Acque del Baratteri, e da alcune altre opere che sono alle stampe. Aveva eziandio il Michelini dato qualche saggio d' un metodo in ciò che appartiene alle direzioni de' fiumi nel proposito de' ripari, da' quali si difendono le ripe dalle corrosioni: lavori a' quali unicamente pareva essere stato per l' addietro rivolto tutto lo studio degli ingegneri, e de' quali abbiamo eziandio un discorso del celebre matematico il Sig. Vincenzio Viviani; e già la proprietà de' fiumi di escavare i loro letti per l' unione di altre acque, ancorchè torbide, era stata riconosciuta dagli autori più sensati, come si fa manifesto, non che da altro, da ciò che avea pubblicato in diversi eccellenti suoi scritti il Sig. Gio. Domenico Cassini intorno all' affare del Reno.

Ma nè questo era tutto ciò che poteva desiderarsi intorno alla natura e alle proprietà degli alvei, nè a tal ordine era ridotto, che constituisse un sistema. Il Sig. Guglielmini fu quegli che primo di tutti tentò e condusse a fine una sì nuova intrapresa. Considerò egli, che il primo nascere e formarsi degli alvei, o sia col profondarsi di quel piano per cui scorre l' acqua, o sia coll' alzarsi posandovi sopra materia terrea, benchè non dia sembianza di serbare alcuna regola, nulladimeno essendo opera della natura, dee certamente soggiacere a quelle leggi costanti che ella serba in tutte le altre sue opere. Vide, che per intendere queste leggi non vi era che da pensare a due principj: alla forza dell' acqua, e alla resistenza di quella materia la quale o compone il letto, e contrasta all' esser corrosa; o scorre sopra il letto, e ripugna a scorrervi spinta verso il fondo dalla propria gravità. Avvertì, che nell' atto medesimo dell' adoperarsi la forza contro la resistenza per formare, o coll' escavazione, o colla deposizione, un fondo e due sponde, l' uno e l' altro di cotesti due principj era variabile, e talmente variabile, che allo scemarsi quello de' due, che nell' effetto inteso dalla natura prevaleva all' altro, questo all' incontro si aumentava; il che conduce per necessità ad un equilibrio, che è come dire a un termine di stabilimento dell' alveo,

e nella pendenza e nella larghezza. Da questa necessità (che egli a lungo spiega e dimostra nel capo 5, e che da niun altro avanti lui era stata osservata) come da assioma fondamentale, e fecondo d'innumerabili conseguenze, dedusse con metodo geometrico tutto ciò che poteva desiderarsi ad una compita teorica degli alvei, e ad un'arte ben fondata per regolarli. Una dottrina sì nuova, e sì lontana dalle comuni prevenzioni, si trova sì facile, e porta seco sì chiari lumi di certezza e di evidenza, che chiunque legge resta sopraffatto di non aver egli conosciute e dedotte da se stesso tali verità; e per dirla colle parole d'uno de' primi uomini del nostro secolo, il Sig. di *Fontenelle*, i fisici, i quali non dubitavano per l'addietro di non intender bastantemente la natura de' fiumi, dopo aver letto questo libro, hanno dovuto restar convinti che punto non l'intendevano.

In fatti, comechè nella parte puramente idrometrica abbia la dottrina dell'Autore corsa la sorte di tutte le altre di argomento misto di fisico e di matematico, cioè di non essere stata ricevuta che in grado di probabilità (il che nasce dal non aversi per anco una intera evidenza, ma solo qualche conghiettura intorno alle vere regole della velocità de' fiumi) tuttavia il suo sistema degli alvei in 40 anni, dachè uscì alla luce, non ha trovato chi si avvisi di rivocarne in dubbio i principj; o se alcuna difficultà in qualche parte di esso è stata eccitata da chi lo trovava incomodo per li suoi fini, nello stesso suo nascere si è dileguata. Al contrario egli si è veduto, e si vede tutto giorno acquistar fede e credenza tra' più esperti professori di quest'arte, e tra quegli ingegneri che bramano di appoggiare le loro opere a qualche saldo fondamento. Confessano essi che questo libro è un fondo inesausto di utilissime avvertenze per la condotta delle acque, e che vi si trova tutto ciò che si brama alle occorrenze o di fare nuovi lavori, o di giudicare dell'esito di quelli che da altri vengono proposti. Nelle dispute, che sopra tali materie insorgono non pure nel Bolognese (le cui calamità hanno data occasione di coltivar quivi più che altrove, o piuttosto quivi hanno da principio fatto nascere sì fatto studio) ma nel Ferrarese, nella Romagna, nella

Toscana, in Roma, ed in altre parti d'Italia, si citano i suoi insegnamenti, e si rispetta la sua autorità; nè io so veramente se fra tanti ritrovamenti, che da un secolo in qua ha prodotti lo studio e l'ingegno de' nostri o degli stranieri matematici, alcuno mostrar se ne possa di maggior profitto, e di uso più immediato alla società degli uomini (al cui vantaggio parmi che dovessero indirizzarsi gli studj che s'intraprendono da chiunque ne è parte) d'una scienza, mercè cui si ponno oggimai non più alla cieca, ma colla scorta di qualche principio intraprender opere grandi intorno alle diversioni, e ad ogni altro regolamento di acque correnti.

Non è già che per tutto ciò io pretenda che in quest' opera sia stato esausto un sì vasto argomento, nè prescritto in essa un termine agli studj de' posteri; anzi confesso, che sebbene dopo di essa niente, che io sappia, è stato aggiunto alla dottrina degli alvei, potrebbe per avventura qualche elevato e felice ingegno andar più oltre colle speculazioni, e da termini generali, entro i quali pare che l'Autore si sia contenuto, avanzarsi a qualche cosa di più speciale, riducendo a misura quegli effetti, de' quali egli ha solamente, per così dire, considerate le proporzioni.

Si può co' fondamenti spiegati in questo trattato predire che un tal fiume congiunto ad un tal altro ne scemerà la pendenza, e ne aumenterà la larghezza, ma già non si potrebbe determinare fino a qual segno sia per giugnere nè l' allargamento, nè l' escavazione. Si può prevedere che un torrente sassoso mandato a scorrere sopra una pianura si formerà per mezzo di essa un alveo curvilineo colla concavità rivolta in alto, ma non si saprebbe già delineare in un profilo la giusta misura di quella curva che la natura è per prescrivergli. Questi ed altri molti problemi, che nella pratica sarebbero veramente di un' incredibile utilità, sono ancora riserbati all' industria degli idrometri. Si può ben credere che l'Autore ne abbia conosciuta l' importanza, ma insieme ne avrà ravvisata la difficultà: e bisogna anco aggiugnere, che alcuni fra essi sono di tal natura, che quando si avessero metodi per risolverli, ove non si inventassero prima altre regole per accertare tutti que' dati che dovrebbero presupporsi a tali ricerche, poco sarebbe il profitto che nella pratica se ne potrebbe sperare.

Dopo tutto quello che si è detto in proposito di quella parte del presente libro che riguarda gli alvei, e che tutta è d'invenzione dell'Autore, renderà forse maraviglia a chi leggerà le nostre annotazioni, lo scorgere che esse per lo più spettino a quell' altra parte che versa sopra il moto delle acque, e che da tanti altri era stata trattata. Non sarà tuttavia difficile intenderne la ragione se si rifletterà a ciò che poc' anzi si è accennato, cioè non avere finora questa parte per fondamento, altro che mere ipotesi e congbietture.

Quanto più incerti sono i principj su' quali una scienza è stabilita, tanto più d' oscurità e di difficoltà conviene che ne contraggano i dogmi, e tanto più di materia somministrino da meditarvi sopra, e da farvi annotazioni. Veramente egli parve che nel libro della Misura delle acque correnti si persuadesse l'Autore di aver già trattata questa parte con tale evidenza, che i principj da lui stabiliti si dovessero riputare qualche cosa di più che semplici ipotesi. Ciò non ostante si vedrà nelle note presenti, e specialmente in quelle del primo e del 4 capo, a quali difficultà possono essere soggetti, e quanta ragione abbiano gli scrittori di desiderare che tali principj si mettano in maggiore certezza col paragone degli esperimenti, che soli ponno decidere intorno alla loro sussistenza. Io non ho voluto dissimulare le dette difficultà, anzi non mi sono guardato di allontanarmi in qualche caso, ove la materia lo richiedesse, dal sentimento dell'Autore; il che ho stimato di poter fare salvo l' onore che io debbo alla memoria di un tant' uomo, il quale ho eziandio il titolo di rispettare come maestro. Per altro ben sono persuaso, che se alle regole per esso stabilite non si dee dare che il nome d' ipotesi, queste sieno per lo meno tanto verisimili, quanto alcun' altra che da alcuno sia stata adottata, e ciò pure si mette in chiaro nelle stesse annotazioni.

Siccome ad imitazione dell'Autore ho inteso di adattarmi, in ciò che ho scritto, anco alla cognizione di quelli che non sono più che mediocremente introdotti negli studj delle matematiche; così mi sono astenuto da entrare in ricerche talmente profonde, che per venirne a capo fosse indispensabile l' uso della più sublime

geometria; e tanto più che nella professione di quest' arte ho osservato non essere che assai rari i casi ne' quali faccia d'uopo ricorrervi, e molto meno quelli ne' quali siano necessarj i calcoli algebraici, che non sarebbero stati intesi da molti capaci per altro d'intendere perfettamente quest' opera.

Ben so, che non ostante il pregio in cui meritamente è tenuto il presente trattato, di poco conto sarà riputato da alcuni il mio assunto, non tanto a riguardo del libro stesso in particolare, quanto per quel discredito in cui generalmente tengono tutte le dottrine teoriche sopra tal materia, persuasi, come sono, che trattandosi d'affari d'acque non vi sia bisogno che d'una mera pratica.

E certamente chi negasse che la pratica non sia indispensabilmente necessaria per mandare ad effetto quei lavori (quali si sieno) che occorre di fare intorno a' fiumi, agli scoli, a' canali, o ad altre acque, poco senno dimostrerebbe, vedendosi tutto giorno opere ben intese mancare del loro servigio per essere state commesse a chi non aveva bastante capitale di pratica per eseguirle. Richiede senza dubbio ogni regola di prudenza che il carico delle esecuzioni si commetta, più che ad altri, a chi per lungo uso ha potuto osservare ed apprendere quali facilità, o quali difficultà si sogliono incontrare su i fatti; e come profittando di quelle, si possano sfuggir queste con risparmio di danaro e di tempo, e con vantaggio dello stesso lavoro. Aggiungasi, che ne' libri teorici poco o nulla d'ordinario si trova scritto nè intorno a' materiali, nè intorno alle manifatture de' lavori; nulla, a cagion d'esempio, intorno al modo di pestare, spianare e render consistente la terra alzata in argini; nulla intorno alle scarpe da darsi alle escavazioni, alle arginature, alle ripe, secondo le qualità de' terreni; nulla intorno alla scelta d'uno più che d'un altro legname, nè alle grossezze, nè alle lunghezze, nè alle fitture de' pali, nè alla maniera d'incatenare, nè di riempiere, nè di rinvestire pignoni, sassaje, od altri ripari; nulla insomma di molte e molte cose che vogliónsi necessariamente sapere da chi si mette a far opere di tal natura. E sebbene sarebbe desiderabile che alcuno esperto ingegnero dasse al pubblico un trattato compito e

metodico sopra tali particolarità (delle quali solamente qualche cosa si legge nelle opere del Baratteri, negli scritti del Meyer, ne' discorsi del Sig. Viviani, e in pochi altri); nulladimeno chi colla propria sperienza tali notizie si fosse acquistato, di gran lunga sarebbe da anteporre a chi stimasse di averle bastantemente apprese colla semplice lettura degli altrui libri.

Ma all'incontro, che la nuda pratica dia cognizioni bastanti per ben concepire un progetto di qualche momento in questo genere, non si può concedere, se pure non si cambiasse, come alcuni fanno, ciò che propriamente è pratica con ciò che è vera teorica. Per avvedersi di ciò basta chiedere a quelli che tutto stimano doversi rimettere a' pratici, se essi credano, che un pratico proponendo per avventura alcun suo pensiero in ordine a un taglio, a una derivazione, a una diversione, o ad altro regolamento d'un fiume, parli totalmente a caso; perciocchè se così pensassero, poco mancherebbe loro per intendere che quel tale non è nè teorico, nè pratico, ma al più, quando la riuscita del lavoro si trovasse rispondere all'intenzione, potrebbe chiamarsi un indovino. Se poi reputano ch'egli parli col fondamento di qualche ragione, allora egli fa gran torto a se stesso intitolandosi pratico; al contrario egli è teorico senza accorgersi di esserlo, perocchè alla teorica, e non alla pratica, appartiene il riferire gli effetti alle loro cagioni, e dalla cognizione di queste prevedere quali debbano riuscir quelli; e tutto lo scrupolo che sopra un tal uomo potesse rimanere, sarebbe, che egli nel ragionare che ha fatto, avesse per disgrazia mal ragionato, nel qual caso niuno dovrebbe biasimare, se altri studiasse quegli Autori che pretendono d'insegnare a ragionar meglio di lui. Che se per ultimo stimeranno non parlar egli nè a caso, nè con fondamento di ragione, ma con quella sola cognizione che può dargli l'esperienza d'altri simili casi da lui veduti, allora se veramente in cotesti casi concorrevano tutte senza eccezione le stesse stessissime circostanze che concorrono nel caso di cui si tratta, non pure convengo che il suo giudicio debba preferirsi a quello di qualsivoglia teorico, ma dico non esservi al mondo alcun uomo, nè teorico, nè pratico, a cui si debba affidare un tale affare, che a lui solo,

a cui è toccata la rara sorte di vederne il successo in tante individuali esperienze; ma se qualche circostanza è varia da un caso all' altro, forza è o che egli arrischi un tentativo della sua pratica, o che torni a far da teorico, adducendo una ragione per cui sia ben sicuro che la diversità di quella circostanza non possa cangiare la riuscita dell' opera.

Tanto ho stimato opportuno di dire per aprire, se possibil fosse, gli occhi ad alcuni, che in negozi d' acque si fanno beffe d' ogni studio teorico, ingannati da questa popolare ed antica ciancia, la quale non pure va tutto giorno per le bocche di coloro a' quali giova che così si creda, ma talvolta arriva a trovar fede, e a sedurre il giudicio anco di quelli che più hanno interesse di non prendere in ciò degli abbagli; concordando io per altro, e concedendo di buona voglia, che in simili affari siccome a nulla serve una pratica troppo cieca, così resti inutile una teorica troppo astratta, e che la perfezione debba consistere in un giudicioso accoppiamento dell' una coll' altra.

Possiamo tuttavia rallegrarci che a' tempi nostri i periti e gli ingegneri più saggi nella nostra Italia, fatti accorti della necessità di unire insieme cotesti due studj, abbiano cominciato a gustare colla frequente lettura di questo libro quei fondamenti teorici che per l' addietro parevano trascurarsi dai più di loro. Il che se continueranno a fare, non dubito che non sieno ben tosto per ridursi a tale di aver essi minor bisogno di matematici per l' invenzione, di quello che i matematici abbian bisogno di loro per l' esecuzione delle più importanti intraprese in materia d' acque.

TRATTATO

DELLA

NATURA DE' FIUMI

CAPITOLO PRIMO

Della natura de' Fluidi in generale, e spezialmente dell' Acqua, e delle di lei principali proprietà, necessarie a sapersi per la perfetta cognizione di questa materia.

Non è possibile a veruno (per quanto io creda) il ben intendere la natura dell' Acqua, se prima non ha ben capita l'essenza e la constituzione de' corpi fluidi in generale, atteso il doversi quella, senz' alcun dubbio, connumerare fra questi. Per arrivare adunque a tale notizia dee ricercarsi prima ciò che s' intenda sotto nome di corpo fluido, e secondo, ciò che debba avere realmente e fisicamente quel corpo che tale viene denominato; o, che è lo stesso, quale sia la mentale e quale la fisica idea della fluidità. Per rinvenire e l' una e l' altra io la discorro così. Può avvertirsi da ognuno, che i corpi tutti dell' Universo si concepiscono dagli uomini, secondo l' apparenza, o come uno, o come molti; e perciò

alcuni vocaboli sono determinati a significare un solo individuo, come *Sole, Terra* ec., ed altri ad esprimere una congerie de' medesimi, come *Esercito*, *Selva*, *Popolo* ec. Abbenchè però questi ultimi sempre partecipino in qualche modo la ragione dell' unità, non vi è però chi non sappia, non essere questi, che moralmente, un solo individuo, ma bensì un composto indefinito di molti: non così de' primi, ne' quali si concepiscono dal volgo le parti come unite al suo tutto, insieme continuate, e quasi cospiranti alla formazione di esso, che perciò è concepito come una cosa sola indistinta in se medesima, e distinta da tutte le altre. Quegli però che non si fermano del tutto nella corteccia delle notizie volgari, apprendono bene che tutto ciò che viene loro rappresentato da' sensi sotto specie d' un solo individuo, non è che un rammassamento di parti più picciole, una distinta dall' altra, e che unite insieme concorrono alla costituzione del tutto.

Queste parti componenti o sono così unite una all' altra, che ripugnando all' essere separate, proibiscano che un altro corpo passi fra esse, o no. Nel primo caso i composti si chiamano duri; e quando fosse tale l' unione, ed il contrasto ad essere separate, che non potesse da veruno agente naturale essere superato, si direbbero i composti avere una perfetta durezza; ma perchè non se ne danno di tal sorta, quindi è che i corpi naturali si chiamano duri rispettivamente, più, o meno, secondo la diversa resistenza che fanno le loro

parti ad essere separate; e perciò nel secondo caso, permettendo li corpi naturali che le loro parti siano separate una dall' altra, ciò può farsi in due maniere: o in modo, che quelle che restano, non mutino la situazione e i toccamenti che hanno fra di se; o pure, che in luogo di quelle ne sottentrino successivamente delle altre consimili. I primi si chiamano corpi consistenti, e i secondi corpi liquidi; e perchè può essere che le parti, le quali restano nel composto, nè ritengano la primiera situazione, nè entrino immediatamente in luogo delle perdute; quindi è che bisogna aggiungere una terza affezione participante, in un certo modo, e della liquidità e della consistenza, che si chiama mollizie, o lentòre, siccome i corpi che la possiedono, molli, o lenti.

Dovrà dunque chiamarsi corpo liquido quello, che, essendo considerato come un solo, è permeabile da un altro corpo, in modo però che il permeante sia sempre circondato dalle parti di esso; cioè a dire, che queste concorrano immediatamente a riempire il luogo successivamente lasciato da quello: e questa sarà l' idea mentale idonea a farci distinguere i corpi liquidi da quelli che non sono tali.

Per maggiore intelligenza di che si dee avvertire, che alla liquidità si ricercano due condizioni essenziali: la prima è l' unità della sostanza apparente nel corpo, che si chiama liquido; posciachè manifestandosi esso come una congerie di corpi minori distinti, non così facilmente sarà chiamato dall' universale degli uomini corpo liquido; ma bensì una massa

di più corpicciuoli, come si dice de' cumuli di arena, di miglio e simili, i quali abbenchè abbiano qualche proprietà de' corpi liquidi, nulladimeno non ne partecipano il nome; e ciò nasce, perchè la denominazione che si dà loro è propria del componente, che apparisce al senso, e non del composto; et all'incontro ne' corpi chiamati liquidi, il nome si dà al composto, non alla parte componente, che per essere insensibile non ha avuta la sorte di essere significata con un vocabolo particolare. Di qui nasce, che per la sensibilità o insensibilità delle parti componenti sono distinti i corpi liquidi da i cumuli, o masse predette, che è una differenza affatto accidentale, e desunta dall' imperfezione de' nostri sensi; mentre per altro non può, che secondo il più e il meno, distinguersi l'essenza de' primi da quella de' secondi. Pure a fine di stare colla significazione comune del vocabolo di *Liquido*, è necessario richiedere in esso, come condizione essenziale, l'unità.

L'altra condizione è, che il liquido sia permeabile, senza però lasciare aperto il luogo del passaggio, che è lo stesso che dire: che il corpo permeante sia sempre circondato ed abbracciato dal corpo permeato. In questa condizione però vi sono alcune apparenti difficoltà, perchè non potendo succedere il liquido nel luogo abbandonato dal permeante, che per causa di un conato vicendevole che abbiano tutte le parti componenti fra loro; supponendo separato da esse questo conato, non potrebbero che seguitare le direzioni de' moti impressi

dal permeante, e così in molti casi non succederebbero nel luogo di esso; onde è, che tal composto non dovrebbe più chiamarsi liquido, e pure non pare che si muti essenzialmente la di lui natura. Ciò però non ostante egli è evidente che in tal caso non potrebbe esso chiamarsi che un corpo semplicemente permeabile: poichè in sostanza la liquidità è così connessa col moto, o almeno con la potenza motiva delle parti, che non può, nè meno dall' intelletto, separarsi da esso. Pare in oltre che un corpo possa passare per mezzo di un altro con moto così tardo, che sebbene questo non si chiami liquido, nulladimeno però possa sempre tenerlo circondato durante il suo passaggio; ma può dirsi che non basta che ciò succeda rispetto ad un certo grado di velocità nel permeante, ma bensì rispetto a tutti li possibili; e che sia un indizio di lentore, non di una vera liquidità, il circondarsi sempre il corpo permeante, quando questo si muove tardamente, non quando si muove più veloce. E se bene può per lo contrario intendersi tal grado di velocità nel corpo permeante, che non possano immediatamente portarsi ad abbracciarlo le parti del liquido, si dee avvertire che ciò sarebbe necessario in un corpo perfettamente liquido, ma non negli altri, a' quali s' attribuisce maggiore o minor grado di liquidità, secondo che più o meno prontamente le loro parti succedono nel luogo del permeante; e perciò la liquidità anch' essa è una affezione relativa. Pochi perciò, per non dire nessuno, sono i liquidi che non abbiano qualche

lentore, il quale per appunto si discerne, fra gli altri motivi, anche da quella poca difficoltà che impedisce le loro parti d'unirsi al di dietro de' corpi che dentro di essi si muovono.

Vogliono alcuni che tutte le parti della materia siano gravi, cioè, che abbiano un conato intrinseco, o se non tale, almeno originato da una cagione perpetuamente operante, che le spinga verso un punto determinato, il quale si chiama Centro de' gravi. Ma altri ammettendo bene che nel Mondo sublunare la materia tutta sia affetta di questo conato, lo niegano alla materia celeste, alla quale danno alcuni una certa tendenza verso il Sole. Io non voglio entrare qui a decidere questa controversia; ma supponendo almeno come possibile che la materia non sia tutta grave, bisogna dire che vi possano essere fra liquidi altri gravi, ed altri no. I primi, perchè hanno la loro tendenza al centro che li obbliga ad accostarsi quanto più ponno al medesimo, e perciò (trovandosi liberi dagl' impedimenti) a portarsi verso di esso con una maniera di moto, la quale con vocabolo latino si dice *fluxus*, si chiamano perciò specialmente fluidi; ma gli altri liquidi, che non sono stati creduti dagli uomini affetti di gravità, come l' Aria e l' Etere, sono stati da' più accurati detti semplicemente corpi liquidi o spirabili, avendo loro negato il nome di fluidi, perchè gli hanno creduti inetti a fluire. Ciò che siasi di questa distinzione, io osservo che tra' fluidi, cioè liquidi gravi, fra' quali annovero l' Aria con la comune de' più sensati Fisici, altri sono

compressibili, ed altri no; cioè a dire, altri ponno da una mole maggiore ridursi ad una minore senza alcuna perdita della propria sostanza, ed altri contro qualunque sforzo mantengono la loro quantità, senza accrescerla o sminuirla, che coll' addizione o detrazione d'altra materia. L'Aria è il solo fluido compressibile, o elastico, che si abbia, per quanto sin ora si sa, nella Natura; tutti gli altri sono incompressibili, come l'Acqua, l' Olio, il Vino ec.; e se bene pare che alcuno di essi sopporti qualche picciolissima et insensibile compressione, ciò probabilmente nasce delle minime bolle di Aria che stanno racchiuse nella tessitura delle parti di esso.

(Ann. I.) Ma egli è omai tempo che dall' idea puramente mentale, che abbiamo portata del liquido, passiamo a darne l'idea fisica, cercando quale sia la natura di esso, idonea non solo a rendere la ragione della prima, ma anche di tutte le altre proprietà che ne' liquidi si manifestano. Noi abbiamo detto che il liquido è quello che è permeabile da un altro corpo, di maniera che il permeante sia sempre circondato da esso; bisogna adunque che il liquido s'accomodi sempre alla superficie del corpo permeante; ed acciò che questo siegua, è necessario che le parti di quello siano spinte verso il luogo abbandonato da questo. Tale spinta può essere cagionata o dal moto del medesimo permeante, dal quale (impressa che sia alle parti immediatamente contigue, et opposte alla di lui direzione) venga poi comunicata successivamente alle altre, e ribattuta

dalle resistenze trovate, all' indietro, in maniera che si faccia una circonpulsione sino al luogo abbandonato dal mobile, come può succedere ne' puri liquidi: o pure può essere originata da qualche principio interno o universale, come dalla gravità o dalla forza elastica ne' corpi fluidi. In questi comechè la facilità di accomodarsi alla figura del mobile nasce da uno de i due accennati principj, così è necessario che da questi medesimi derivi una simile pronta disposizione di accomodarsi alla figura di un Vaso che li contenga, senza la resistenza del fondo e sponde del quale la muterebbero, sino a figurarsi sfericamente attorno al centro de' gravi, o pure sino a quietarsi in un altro Vaso che li contenesse; quindi è che la fluidità strettamente presa può definirsi, come fece Aristotele, per una pronta disposizione che hanno i corpi di accomodarsi alla figura de' continenti, originata dalla gravità delle parti che li compongono; e perciò non potendo mutarsi la figura d' un corpo, senza che le di lui parti mutino sito, ed i contatti vicendevoli, o strisciando una sopra l' altra, o staccandosi d' insieme; è necessario che la connessione delle parti di un corpo fluido sia o niuna, o così picciola, che la gravità di esse ne possa prontamente superare il momento: dico la gravità, perchè essendo la forza elastica sempre eguale alla comprimente, ed essendo questa per lo più la gravità medesima del fluido, o pure potendo equivalere ad essa; poco importa che si consideri la forza elastica immediatamente operante, o pure in luogo di essa il peso, dal quale la medesima prende la sua possanza.

Questo gran distaccamento di parti ne' fluidi, siccome è evidente, così è ammesso da tutti i Fisici, li quali ancora convengono che esso debba essere di maniera che una particella non possa riposare quietamente e stabilmente sopra di un' altra, come farebbero due cubi; ma debba stare in una continua vacillazione, ed indigenza di un sostegno laterale, come se si volessero porre più sfere o palle d' Artiglieria una sopra l' altra, le quali se bene, teoricamente parlando, ponno sostentarsi, se li punti tutti de' contatti e i centri di gravità siano in una linea retta perpendicolare all' Orizzonte; nulladimeno però per ogni, anche menoma, cagione, quando non fossero sostenute dalle bande, si sconcerterebbe la loro situazione perpendicolare, e rovinando al basso cercherebbero qualche sostegno. Non s' accordano però tutti gli Autori in assegnare la causa del predetto distaccamento; poichè altri vogliono che ne' fluidi vi sia una certa perenne agitazione, che tenga in continuo moto le parti tutte de' componenti di essi; e di fatto per ispiegare la fusione de' Metalli, e la liquefazione della Cera e delle Resine (che non sono altro che il passaggio delle dette sostanze dallo stato di firmità o consistenza a quello di fluidità) bisogna ricorrere al moto impresso nelle parti di esse o dal calore o da altro; anzi nell' Acqua medesima si osservano le vestigia e gli effetti d' un moto insensibile, come sono la dissoluzione de' Sali e l' estrazione di diverse tinture ec. Altri però hanno creduto non aversi veruna necessità di ammettere questo moto ne'

fluidi, mentre la loro natura può egualmente spiegarsi per la sola figura de' minimi componenti; come per la sferica, sferoidea e simili, le quali non ammettono, per qualunque verso si voltino, il contatto con le vicine che in un sol punto o in una sola linea; abbenchè altri, secondo la diversità de' liquori, abbiano eletta la figura ottaedrica, dodecaedrica ed icosaedrica, e non sia mancato chi ha creduto l'acqua essere composta di più cilindri sottili e flessibili a modo di anguillette, pensando che con questa, più che con qualsivoglia altra figura, si possano rappresentare e la natura e le affezioni tutte che le accadono. Io non voglio farmi partigiano di alcuna delle sopradette opinioni; ma più tosto cercando di conciliarle, m' appiglio a credere che de' corpi fluidi se ne trovino di due sorti; altri, cioè, ch' io chiamo fluidi artificiali, o più tosto corpi liquefatti, ed altri fluidi naturali o liquori. I primi non si può negare che ricevano la loro fluidità da una agitazione violenta, che sconcerta le parti, e toglie loro quell' unione, la quale per altro affettano, onde al cessare di essa agitazione ben presto ritornano alla primiera coerenza: e questi sono tutti quelli che all' accrescersi l' energia della causa liquefaciente sortiscono proporzionalmente maggiore fluidità, e col diminuirsi di quella la vanno perdendo; ma i secondi abbenchè non siano mai privi di moto, attesa la facilità che hanno di ubbidire a qualunque impressione, mercè il perfetto equilibrio in cui d' ordinario si trovano, ad esso però non devono principalmente il loro fluore, ma

bensì alla figura delle proprie parti, qualunque ella sia, purchè dotata di qualche curvità: e questi si distinguono da' predetti, perchè mantengono i gradi della propria fluidità in ogni proporzione di moto che in loro si trovi: e se vi fosse qualche fluido, come io credo ve ne siano molti, che riconoscesse il proprio essere dall'uno e dall'altro degli accennati principj, io mi lusingherei di poterlo distinguere dagli altri due, coll'osservare i gradi della di lui fluidità accresciuti o scemati all'accrescersi o scemarsi dell'agitazione, ma non in proporzione di essa.

Troppo mi dilungherei dall'assunto intrapreso, s'io volessi qui mostrare che possono salvarsi colle supposizioni predette tutti i fenomeni appartenenti alla fluidità, o più tosto valermi de' medesimi per dimostrare la verità de' supposti; solo adunque mi do a riflettere non ricercarsi veruna determinata figura ne' componenti de' fluidi artificiali, potendo la violenza del moto superare ogni momento di coerenza fra' medesimi, o provenga questa immediatamente dalla configurazione de' minimi del composto, o pure da una pressione esterna, che produca effetto maggiore nelle figure terminate da superficie piane, e che hanno fra di se maggiori toccamenti; ed in fatti non v'è sostanza che a forza di fuoco o non si dissolva, o non si liquefaccia. Vero è che un medesimo grado di moto può rendere fluida una sostanza determinata, e lasciare nella sua quasi primiera fermezza un altro corpo che richiederà un grado di agitazione molto più grande

per essere liquefatto; e ciò proviene non dall' efficiente, che si suppone invariato, ma bensì dalle diverse circonstanze, fra le quali ha gran luogo la figura delle parti, ed il modo di combinazione che hanno fra loro medesime. Si ricerca bene in tutti li fluidi, che le parti staccate l' una dall' altra siano insensibili, di modo che non lascino fra loro apparenti interstizj; e perciò è necessario che il moto predetto possa sminuzzare in parti simili la sostanza del corpo, s' egli deve chiamarsi un fluido più tosto che un cumulo di frangimenti; siccome fa di mestieri che le parti sminuzzate conservino fra loro la contiguità, se il corpo si ha da dire liquefatto, e non risoluto in varie sostanze o in vapori; e perciò non si riducono alla fluidità per forza di fuoco violento, che le sostanze più fisse, quali sono le terree e le minerali.

Ma ne' fluidi naturali, oltre le dette condizioni, è necessaria una determinata figura, per cagione della quale una parte non possa avere gran connessione colle vicine, quale sarebbero o la sferica o la sferoidea o altre simili; poichè egli è certo che toccandosi queste figure in un sol punto, non ponno avere molto contatto, e per conseguenza nè anche gran connessione di parti. Noi abbiamo detto di sopra che i cumuli o masse, per esempio, di miglio, d' arena, di limatura di ferro e simili, hanno gran similitudine co' fluidi, da' quali non sono differenti, forse che nella grandezza delle parti componenti, nella diversa pulitezza delle medesime, e nella condizione della figura più regolare;

e perciò vediamo che simili cumuli tanto più partecipano le proprietà de' fluidi, quanto le granella sono più picciole, più liscie di superficie e meno angolari: ond'è, che se noi c'imagineremo, per esempio, uno di questi cumuli formato di particelle minutissime, e per conseguenza insensibili, di figura curva e di superficie ben tersa, di modochè non possa impedire lo strisciamento dell'altre parti sopra di se; noi avremo o un vero fluido, o almeno un esattissimo modello di esso, senza che a renderlo tale concorra alcuna efficienza di moto.

Non occorre affaticarsi molto in cercare diverse figure, secondo la diversità de' fluidi, abbenchè il numero di essi sia indefinito; perchè trattandosi di fluidi artificiali o misti, ogni figura, come si è detto, può soddisfare, potendo la violenza del moto superare quel più di resistenza che proviene dalla medesima: e per li fluidi naturali egli è certo che non sono molti, se si prendono nella loro semplicità; e forse fra quelli che si sanno, non v'è che l'Acqua, l'Aria e l'Argento vivo. Per gli altri corpi fluidi può bastare o la mistura dell'Acqua in sufficiente abbondanza che li renda tali, o pure quella degli altri fluidi naturali sopra enunciati, dipendendo ogni loro diversità dalla varia mistione, proporzione ec. delle materie, o saline, o solfuree, o terree, o bituminose, o d'altra natura. Basta dunque di determinare la figura delle parti di detti tre fluidi, per intendere la natura della fluidità di tutti gli altri che da essi la partecipano.

E cominciando dall'Acqua, egli è manifesto,

per testimonio de' nostri sensi, ch' ella è trasparente e ponderosa, ma non eccessivamente; e di più, ch' ella non è compressibile, cioè, che non può ridursi per forza esterna in un luogo minore di quello ch' essa naturalmente occupa, prescindendo dalla rarefazione e condensazione che patisce nell' introdursi, e partirsi da quella il calore. Per ispiegare queste affezioni, basta supporre che le parti dell' Acqua siano sferiche: posciachè, per quello che riguarda la fluidità, toccandosi le sfere in un sol punto, egli è evidente che i contatti saranno indivisibili, e perciò o niuna, o quasi niuna sarà la coerenza delle parti. La trasparenza è facile da spiegarsi col mezzo de' pori, che necessariamente devono lasciare le sfere insieme combinate, i quali saranno disposti in linee sensibilmente rette, non potendovi mai essere altro divario che il semidiametro di una di dette sferette, ch' è insensibile, e tale, che non potressimo assicurarci con qualsisia diligenza di tirare sopra un foglio di carta una linea ben diritta, che non avesse sinuosità maggiori di quelle che, in questo supposto, si concepiscono nella rettitudine d' un raggio di luce che passi per gl' interstizj lasciati da dette sferette: ed in fine l' incompressibilità ed il peso nasce dalla solidità di detti componenti, e dal non potersi ristringere li pori predetti.

Rispetto al Mercurio, è necessario salvare in esso, oltre l' essere di fluido, anche la grande ponderosità e l' opacità, il che non è così facile da ottenersi. Noi sappiamo che il peso assoluto de' corpi nasce dalla quantità della

materia che li compone, ed il peso specifico de' medesimi è dovuto al più ed al meno della materia compresa sotto una mole eguale. Egli è in oltre probabile, ed accettato da' migliori Fisici, che la diafaneità provenga dalla rettitudine de' pori, i quali si trovano nelle sostanze diafane, purchè essi siano permeabili da quella materia che è il soggetto della luce; e perciò, o non avendo un corpo poro veruno, o avendone, se essi saranno disposti in linee sensibilmente obblique; o se pure saranno piccioli a segno che non possa penetrarvi con libertà la sostanza eterea, che verisimilmente si crede la base della luce, o ch' ella non possa mantenere, durante il passaggio per essi, le agitazioni ricevute dal corpo luminoso; è necessario che succeda l' opacità. Quindi è, che per ispiegare le accennate affezioni dell' Argento vivo, bisogna supporre che le di lui parti, qualora siano semplici et elementari (come parmi di dovere ragionevolmente asserire) posseggano tal figura, che non permetta se non minimi contatti. E perchè tal sorte di toccamento produce per necessità molti interstizj e pori; perciò non potendosi unire alla natura del fluido omogeneo la loro deficienza, o obliquità, è necessario che essi siano picciolissimi, anzi tanto pochi, che il loro difetto basti a supplire alla prevalenza del peso specifico. Tutto ciò mi è paruto potersi ottenere, ponendo che le parti del Mercurio siano di figura sferoidea, ma tale, che il di lei diametro maggiore abbia una grandissima proporzione al minore, il quale debba essere non molto più grande di quello

di una particola d' Etere; e ciò perchè l' interstizio resti tanto picciolo, che l' Etere predetto vi passi sì, ma non con libertà; e che perciò la di lui azione, nella quale consiste l' essenza della luce, o venga a perturbarsi, o resti insensibile. La grandezza del diametro maggiore di esso sferoide serve ad ispiegare la ponderosità di esso, perchè sminuisce il numero degl' interstizj, e per conseguenza dà luogo a maggior copia di materia.

L' unione dell' elastica, o sia compressibilità colla natura del fluido naturale, che si osserva nell' Aria, non è stata sin ora sufficientemente spiegata. La maggior parte de' Fisici si accordano nel dire che l' Aria è composta di parti di figura spirale, il che io non negherei; ma non sarei già facile ad approvare la spirale rivoltata intorno ad un cilindro, o pure ad un cono, e molto meno la semplice figura arcuata, perchè tal sorte di figure o contrasta alla fluidità, o non soddisfa appieno alle condizioni dell' elastica. Quindi è, ch' io più tosto eleggerei una spirale avvolta intorno ad una sfera, di maniera che le distanze delle rivoluzioni fossero permeabili dalla sola materia eterea, che perciò potesse riempire le capacità della sfera medesima. Con tal supposto egli è chiaro che si spiega perfettamente la fluidità sempre permanente dell' Aria; posciachè sì come un gran cumulo di sferette di filograna potrebbe dirsi godere qualche sorte di fluidità, così la medesima non può negarsi all' Aria, se le di lei parti siano simili ad una di quelle. In oltre è evidente la compressibilità, potendo ognuna delle

rivoluzioni spirali sottentrare, o almeno accostarsi al piano della vicina, di maniera che tale sferetta possa comprimersi, e compressa che sia, dilatarsi per la lunghezza dell' asse delle rivoluzioni medesime. E perchè tali compressioni riducono la spirale predetta dalla configurazione di una sfera a quella d' uno sferoide, il quale è capace, egualmente che la sfera, a produrre la fluidità, manifestamente apparisce che l'Aria compressa, o dilatata che sia, non accresce, o sminuisce l' essere suo di fluido, ma è necessario ch' ella lo conservi sempre; se pure non vogliamo porre tale la distanza delle rivoluzioni, che possano tutte spianarsi in un cerchio massimo della sfera medesima, nel qual caso pure dovrebbe mantenersi qualche sorte di fluidità.

La predetta figura ha un' affezione particolare che difficilmente si trova nell' altre ipotesi, ed è, che tale spirale sferica può essere compressa al lungo dell' asse, da qualunque lato riceva ella i conati della forza comprimente, siasi questa o esterna, o fatta dal peso delle parti superiori del medesimo fluido; anzi, se noi vorremo ammettere un moto qualsisia nell' Etere, che lo porti a traverso di tutte le sostanze composte (come, per salvare moltissime apparenze, pare necessario doversi fare) non sarà difficile nel medesimo supposto trovare la causa della stessa forza elastica; poichè posto che una forza comprimente abbia così ristrette insieme le rivoluzioni della spirale predetta, che l' Etere non possa con libertà passare fra l' una e l' altra; di necessità, tentando

egli l' entrata, dovrà far forza per allargarle e scostarle una dall' altra, e questa forza sempre dovrà essere maggiore, quanto più ristrette fra di se saranno le rivoluzioni della spirale. Ecco adunque la causa per la quale le parti dell' Aria, compresse che siano, tentano continuamente di ridursi a mole più grande, nel quale conato consiste la forza elastica. Per ultimo si manifesta la cagione del poco peso dell' Aria, attesa la poca materia che compone la di lei sostanza, e le grandi vacuità, che per conseguenza risultano non solo tra una sfera e l' altra, ma anche dentro la corporatura di ciascheduna di esse.

Io ho pensato più volte quale differenza debba porsi fra le parti dell' Acqua e quelle dell' Etere, il quale, se bene è un liquido che niente si manifesta per se medesimo a' nostri sensi, rende però con li proprj effetti altrettanto chiara la sua esistenza a chi lo risguarda con gli occhi d' una ben purgata ragione. Dopo molte meditazioni, finalmente mi sono fermato a credere che la figura delle parti dell' uno e dell' altro sia la medesima, e che la differenza tutta, per quello spetta alla materia, sia constituita nella mole di esse, di gran lunga maggiore nell' Acqua, che nella sostanza eterea; e per quello che appartiene alla diversità delle affezioni, consista questa nella varietà de' movimenti, da' quali è agitata l' una, non l' altra sostanza. Se ciò vorrà supporsi, facilmente se ne potrà dedurre che l' Etere contenuto dentro una mole eguale, per esempio di un piede cubo, ha meno di materia di quello abbia verun altro corpo,

avvegnachè i di lui interstizj, come in fatti dalle più picciole figure che siano tra le parti materiali dell' Universo, non possono essere riempiti d' altra materia, e per conseguenza restano vuoti; dove quelli degli altri corpi essendo aperti alla sostanza eterea, non hanno dentro di se altre vere vacuità, che quelle che restano fra le particole della medesima. Ho detto *vere vacuità*, perchè, se devo confessare il vero, non molto mi convincono gli argomenti di Cartesio, con li quali pretende egli di provare l' esistenza d' una sostanza più sottile dell' Etere, che riempia tutti gl' interstizi degli altri corpi, chiamata da esso Primo Elemento.

Sin qui abbiamo supposto, ma non provato, che le particole de' fluidi siano orbicolari, e precisamente che quelle dell' Acqua (il che è il nostro principale intento) siano sferiche; ora è necessario darne qualche pruova in modo che non resti luogo di dubitare della verità di tale ipotesi. E perchè delle cose di fatto non si può avere altra evidenza che quella la quale nasce o dall' apprensione immediata, come succede nella cognizione che si ha di esse per mezzo de' sensi, i quali nel nostro caso non arrivano a darcela; o vero dalla coerenza degl' effetti sensibili colle idee fisiche formate nell' intelletto per ispiegarli; ci daremo a dimostrare che, posto che l' Acqua sia un aggregato di picciole sferette gravi, devono succedere quegli effetti che giornalmente s' osservano esser proprj di essa, e degli altri fluidi che da essa hanno la fluidità. Io suppongo le sferette dell' Acqua gravi, senza stare a cercare d' onde

provenga la loro gravità; perchè tale ricerca è più propria della Fisica, o della Statica, che di questo Trattato. Non si può per tanto negare ch' ella si trovi nelle particelle de' fluidi, perchè essendo essi gravi, bisogna che tali siano per la gravità delle proprie parti, siccome devono la propria mole all' aggregato delle picciole molecole che li compongono.

Prima però di venire alle dimostrazioni, egli è necessario di premettere alcune definizioni per maggiore facilità del discorso. Per fare adunque strada alle medesime, si avverta che del fluido, del quale abbiamo a parlare, si debbono intendere le parti contigue, e perciò dovendosi toccare, e supponendosi esse sferiche, sarà il contatto in un punto, per lo quale passerà la linea che connette li centri. Supponiamo ora che si trovino più sfere (Tav. I. fig. 1) A, B, C, D, le quali abbiano i centri nella linea AD, questa (1.) si chiami *Linea de' centri*, e la serie delle sfere predette si chiami (2.) *Linea di sfere*. Due di queste linee contigue e paralelle ponno combinarsi in due maniere; cioè, o supponendo che la seconda linea di sfere sia talmente situata con la prima AD, che l' altra linea de' centri AE stia ad angoli retti con la AD; o vero supponendo che faccia colla medesima angoli obbliqui, come AG. Nel primo caso egli è evidente che le quattro sfere A, B, N, E, faranno spazj quadrangolari; ma nel secondo, come che tre sfere concorrono a fare uno spazio, sarà ognuno di questi triangolare, come quello ch' è fatto dalle sfere A, G, B. Nell' una maniera o nell' altra, se tutte le sfere

avranno i centri in un medesimo piano, (3.) si dica questo *Piano de' centri*, e (4.) le sfere tutte *Piano di sfere*, il quale (5.) se sarà orizzontale si chiami *Strato*, e questo nella prima combinazione (6.) si nomini *Piano*, o *Strato retto*, e (7.) nella seconda *Strato*, o *Piano obbliquo*.

Sopra di uno strato si ponno intendere parimente situate in due maniere le altre sfere che formano l'altezza di una massa di esse: cioè supponendo prima che sopra ogni sfera insista a perpendicolo un'altra sfera, di modo che la linea, che connette il centro della sfera superiore con quello dell'inferiore, sia perpendicolare alle due AE, AB dello strato retto, et alle due AB, AG dello strato obbliquo; o pure che insistendo la sfera superiore a perpendicolo sopra gli spazj (siano triangolari, o quadrangolari) la linea, che congiunge li centri delle sfere superiori ed inferiori, sia obbliqua al piano sottoposto. Io rigetto la prima maniera, abbenchè abbracciata dal Ciassi e da Monsieur Varignon, perchè io non so darmi ad intendere, per qual cagione le sfere del secondo strato non abbiano a posarsi nel luogo più basso, che dà loro un appoggio più stabile di tre o quattro sfere di base, più tosto che nel più alto, sul quale stanno in bilico, posando sopra un sol punto. Assumendo adunque che le sfere del secondo piano superiore insistano agli spazj lasciati tra le sfere del primo: io osservo che, o si pongano nel piano orizzontale gli strati obbliqui, o pure i retti, necessariamente dee succedere nella massa delle

sfere il medesimo modo di combinazione; poichè nell' uno e nell' altro caso ogni sfera resta circondata da dodici sfere, i contatti vicendevoli delle quali lasciano spazj, alcuni de' quali sono triangolari, altri quadrangolari, cioè otto de' primi e sei de' secondi, come può ognuno osservare facendone la combinazione, e come si può anche facilmente dimostrare. Credo nulladimeno che vi sia qualche cagione che determini gli strati ad essere più tosto retti che obbliqui, e perciò valerommi nelle seguenti dimostrazioni di tale supposto, col quale anche meglio e più facilmente si arriva alle dimostrazioni.

Si consideri dunque che, posto uno strato retto, ogni sfera superiore, insistente ad ognuno degli spazj del piano inferiore, tocca quattro sfere, come la sfera soprapposta allo spazio R tocca e s' appoggia sopra le quattro L, N, O, P; e perchè sono posti intorno ad ogni sfera quattro spazj, perciò ogni sfera del piano inferiore, come N, sarà toccata e premuta da quattro delle superiori, insistenti agli spazj R, S, T, V. Ora o sia la sfera R premente le quattro sfere predette, o pure la N premuta da altre quattro; connettendo con rette linee li centri della premente e delle quattro premute, o pure quelli della premuta e delle quattro prementi, formeranno queste la metà di un ottaedro; posciachè i centri delle quattro premute sono disposti negli angoli d' un quadrato NP, il cui lato è LN doppio del semidiametro, e perciò eguale al diametro delle sfere. E similmente le linee che da N, L vanno al centro della sfera

soprapposta allo spazio R, passando per lo contatto di esse, faranno un triangolo, del quale ognuno de' lati sarà eguale al diametro d' una sfera, cioè al lato NL della base quadrata; sarà adunque un triangolo equilatero, e la figura formata dalle linee connettenti questi centri sarà terminata da un quadrato, e da quattro triangoli equilateri, e perciò farà un mezzo ottaedro. Nella stessa maniera si dimostrerà che le linee, le quali congiungono i centri della sfera N premuta, con quelli delle quattro prementi, faranno un mezzo ottaedro eguale di lato al predetto, tra' quali non sarà altra differenza che di sito, essendo in un caso la base NP nel piano inferiore, ed il vertice nel superiore, e nell' altro caso la base TR nel piano superiore, ed il vertice N nell' inferiore. Posto ciò, si vede ben chiaro che tutte le sfere insistenti agli spazj del piano inferiore formeranno un secondo piano di sfere paralelle al primo, le quali vicendevolmente si toccheranno; e che li predetti ottaedri rivoltati colle cime, l' una contro l' altra, riempiranno lo spazio, lasciando tra di se interstizj tetraedrici, come è stato dimostrato da noi nelle *Riflessioni filosofiche*. Essendo adunque, che nel mezzo ottaedro, l' asse, cioè la linea tirata dal vertice al centro della base, cada ad angoli retti sul piano di essa, quindi è che la linea perpendicolare verso il centro de' gravi, tirata dal vertice della piramide premente, passerà per lo punto R centro del quadrato NP, e dello spazio R; e similmente la linea tirata dal vertice N al centro del quadrato TR, che si dee

intendere nello strato superiore sarà verticale. E perchè l' asse dell' ottaedro fa col lato di esso un angolo semiretto, quindi è che la direzione, colla quale la sfera insistente a R spingerà le sfere sottoposte N, L, P, O, sarà semiretta. Ciò premesso, veniamo alle Proposizioni.

Proposizione Prima.

Se sarà uno strato retto di sfere, e sopra di uno de' di lui interstizj sarà situata un' altra sfera; premerà questa le quattro sottoposte egualmente, sì per la linea perpendicolare che per l' orizzontale.

Sia sopra l' interstizio R (Tav. I, fig. 1) posta una sfera, la quale, come si è detto, poserà sopra le quattro L, N, O, P: dico, che questa premerà la sfera N, colla forza perpendicolare eguale a quella, colla quale la medema sfera superiore spingerà orizzontalmente la sfera stessa N. (Tav. I, fig. 2) Posciachè intendasi che la sfera superiore sia Y, la quale prema la N con una qualsisia forza, che noi esprimeremo colla linea YN, e da Y si tiri verso il centro de' gravi la perpendicolare YR, e per N l' orizzontale NR; è dimostrato dalla scienza meccanica, che la forza obbliqua YN operi spingendo la sfera N, per la direzione YN, con due forze, una perpendicolare, l' altra orizzontale, e che queste hanno alla forza YN la medesima proporzione che hanno le linee YR, RN alla YN; ma YR è eguale ad RN, essendo l' angolo RYN semiretto, e l' angolo YRN

retto; adunque la forza, colla quale la sfera Y spinge perpendicolarmente la sfera N, è eguale alla forza, colla quale la sfera N è spinta da Y orizzontalmente. Il che ec.

Corollario Primo.

Di qui ne siegue, che *la forza esercitata dalla sfera Y, per la direzione YN sta alla forza perpendicolare*, o *orizzontale*, come YN ad NR, cioè *come il lato dell' ottaedro NO, al semidiametro RN del quadrato NP.*

Corollario II.

Nella stessa maniera si dimostrerà, che *le sfere sopraposte agli spazj S, T, V, premeranno ognuna tanto perpendicolarmente che orizzontalmente la medesima sfera N, colla stessa proporzione*; ed essendochè *ognuna di esse spinge obbliquamente con egual forza, stante l' egualità degli angoli delle loro direzioni colla linea verticale*, ne siegue, che ancora *le forze così perpendicolari che orizzontali saranno eguali*, e perciò la sfera N sarà spinta perpendicolarmente verso il centro de' gravi da quattro forze, ognuna delle quali sarà eguale al semidiametro del quadrato TR; e conseguentemente *la forza, colla quale la sfera N è spinta all' ingiù perpendicolarmente dalle quattro sfere sopraposte, sarà quadrupla del semidiametro del medesimo quadrato, e dupla del diametro*; e questa sarà anche la misura della forza totale, o momento, libero d' una delle sfere.

Corollario III.

Spingendo adunque le due sfere R, S, secondo le direzioni RN, SN, la sfera N, contro gli spazj T, V, con due forze orizzontali RN, SN, fra loro eguali ed inclinate insieme ad angolo retto; se si tirerà per S la linea SO, parallela ad NR, e per R la linea RO, parallela ad NS, si uniranno queste nel centro della sfera O; onde tirata ON, sarà questa la misura della forza, colla quale le due sfere R, S, spingono la sfera N, per la direzione ONE, contro la sfera E, come è dimostrato da' Meccanici; e perchè ON è il lato del quadrato, il quale è anche misura della forza obbliqua, ne nasce, che *la forza, colla quale la sfera N è spinta orizzontalmente contro una delle quattro sfere, che la toccano nello stesso strato, sia eguale alla forza obbliqua di una delle quattro sfere soprapposte.* Nell' istesso modo si dimostrerà, che le quattro sfere L, O, B, E, sono spinte ognuna contro la sfera N, con forza eguale alla forza obbliqua. Ciò si può anche provare supponendo che gli spazj T, S, V, R, restino senza sfere, che la sfera O sia spinta per ON dalle sfere degl' interstizj M, I, e che la sfera L, sia spinta contro N, dalle sfere insistenti agl' interstizj H, 4 ec.; le quali forze delle sfere O, L, saranno equilibrate da quelle che, poste le sfere in S, R, V, T, comporrebbero le S, R, contro O, e le V, R, contro L, ec.; e perciò le due R, S, spingeranno N per ON, e le due R, V,

spingeranno N per LN, ec. Sarà dunque *la sfera N* spinta orizzontalmente con direzioni contrarie da forze eguali, e conseguentemente *starà immobile*, pareggiandosi nel di lei centro le forze prementi.

Corollario IV.

Posto adunque che la sfera N sia spinta per le direzioni ON, LN, con forze eguali ad ON, LN; ne siegue, che tirata per O la linea OP, parallela ad NL, e per L la linea LP, parallela ad NO, concorreranno queste nel centro P; e PN sarà *la forza, colla quale le due sfere O, L, spingeranno la sfera N contro lo spazio T;* sarà perciò *questa forza* eguale a TR diametro del quadrato TR, e per conseguenza *sarà la metà della forza totale, o libera di una delle sfere.*

Proposizione Seconda.

Se sarà uno strato di sfere, e sopra uno de' di lui interstizj sia posta una sfera premente quattro di esse, le quali siano spinte orizzontalmente da quelle che sono insistenti agli altri spazj con una forza eguale al diametro del quadrato, che è base del semiottaedro; sarà da queste forze unite sostenuta la pressione perpendicolare d'una sfera, ed ognuna la spingerà obbliquamente all'insù, secondo la direzione dell'angolo semiretto, con una forza che valerà il lato del medesimo quadrato.

Sia allo spazio R insistente una sfera, la quale spinga obbliquamente le quattro sfere L, N, O, P, le quali all' incontro siano spinte (Tav. I. fig. 1.) verso R, con forze eguali a PN, LO, NP, OL, secondo quello che si è dimostrato al Corollario IV della Proposizione antecedente; dico, che queste forze unite saranno bastanti a sostenere il peso totale della sfera R, e che ognuna di esse spingerà all' insù obbliquamente ad angolo semiretto la sfera R, con forza eguale al lato del quadrato NO. (Tav. I. fig. 2.) Posciachè supposto che NP sia la forza, colla quale la sfera N opera orizzontalmente contro lo spazio R, egli è da notarsi, che questa forza dovendosi esercitare per NP, incontra la resistenza delle due sfere Y, &, la prima superiore, la seconda inferiore alla sfera N, e perciò la forza NP si dividerà nelle due sfere Y, &, spingendole per le direzioni NY, N&, egualmente inclinate alla linea NP; cioè, come si è dimostrato, ad angolo di gr. 45. Condotta dunque per P la linea PY, parallela ad N&, e per lo stesso punto P la linea P&, parallela a YN, sarà la forza di N esercitata per l' orizzontale alla forza di N, esercitata per le inclinate, come NP, a YN; ed essendo NP diametro del quadrato, sarà YN il di lui lato; e perciò la forza, colla quale la sfera N, spinta orizzontalmente, spinge la sfera Y all' insù per la linea inclinata NY, sarà commensurata dal lato del quadrato, base del semiottaedro. Di più, perchè la direzione obbliqua NY si risolve nell' orizzontale NR, e nella verticale RY, sarà la forza, colla quale

la sfera N, mediante la forza e direzione NP, spinge insù verticalmente la sfera Y, commensurata dalla linea YR; e perchè questa è la metà del diametro del quadrato, e la forza totale d' una sfera equivale al doppio diametro del quadrato, ne siegue, che la forza, colla quale è spinta la sfera Y verticalmente da N, sia un quarto della forza totale d' una delle sfere; e perciò concorrendo a spingere in su la sfera Y tre altre sfere, sarà l' azione di tutte unita, eguale alla forza d' una di esse, e conseguentemente tanto premerà al basso perpendicolarmente la sfera Y (Tav. I. fig. 1 e 2.) insistente allo spazio R, quanto le quattro L, P, O, N, che circondano lo spazio medesimo, spingeranno la medesima all' insù verticalmente; e tanto la sfera Y spingerà al basso obbliquamente una delle sfere, v. g. L, quanto la medesima spingerà Y, colla medesima obbliquità all' insù. Il che ec.

Corollario Primo.

Intendendo adunque, che attorno della sfera N, dalla parte inferiore degli spazj T, S, R, V, sottentrino *quattro sfere,* queste *spingeranno la sfera N all' insù con tanta forza, quanta è quella, colla quale la sfera N spinge le medesime all' ingiù.*

Corollario II.

Essendo adunque, che le sfere sottoposte spingano obbliquamente all' insù la sfera N

con una forza eguale al lato del quadrato, v. g. VR. ed essendo la medesima sfera N spinta dalle quattro sfere orizzontali colla forza medesima, e similmente dalle quattro insistenti agli spazj, T, S, R, V; ne siegue che *tutte le dodici sfere, che circondano la sfera N, la spingano con direzioni centrali eguali fra loro.*

Corollario III.

E perchè ogni sfera di qualsisia strato sottoposta allo strato superiore può concepirsi e come una delle circondanti alcuna delle sfere che la toccano, e come circondata da dodici altre; ne siegue che *ogni sfera spinga, e sia spinta da tutte le parti egualmente;* e perciò *sia constituita in un perfetto equilibrio.*

Corollario IV.

E perchè, come si è dimostrato al Corollario IV. della Prop. antecedente, la pressione orizzontale sostenuta da una sfera per la forza delle soprapposte, è eguale alla metà della forza totale; e nell' istessa maniera può dimostrarsi che la forza orizzontale, colla quale è spinta la medesima sfera dalle sottoposte, è eguale alla metà della medesima forza totale; *sarà tutta la forza, colla quale è spinta una sfera orizzontalmente, eguale alla forza totale.*

Corollario V.

Ogni sfera dunque circondata da dodici sfere sarà spinta perpendicolarmente, verticalmente ed orizzontalmente con una forza che equivale al peso d' una sfera, o di se medesima.

Proposizione Terza.

Le forze, colle quali sono spinte due sfere esistenti in diversi strati sottoposti al primo superiore, sono proporzionali al numero degli strati soprapposti.

Noi abbiamo dimostrato al Corol. II. della Prop. prima, che la sfera N è spinta in giù perpendicolarmente da ognuna delle sfere T, S, R, V, (Tav. I. fig. 1.) con una forza che è la quarta parte della forza totale o libera d'una di esse; adunque la sfera N così sarà spinta al basso, come se sopra di essa posasse a perpendicolo un'altra sfera, e così tutte l'altre; e perchè la sfera N è eguale di peso a quella che si figura posare sopra di essa, premerà dunque essa le sfere del terzo strato con forza duplicata di quella, colla quale essa è premuta, e così tutte le altre; sarà dunque lo stesso, o che si considerino le sfere del terzo strato come premute da quelle del secondo e del primo, o pure come premute solo da quelle del secondo, e col supposto che le sfere del secondo siano di materia il doppio più grave, e così successivamente; e perchè la moltiplicazione della gravità si dee fare secondo

la proporzione del numero degli strati sopraposti, o, che è lo stesso, della distanza dello strato inferiore dal primo o sia dell' altezza; perciò le pressioni patite dalle sfere de' piani sottoposti staranno fra di loro in proporzione de' numeri de' medesimi, essendo le pressioni proporzionali alla gravità de' pesi prementi. Ma perchè le sfere, che ne circondano un' altra, sono situate in tre strati, si dee dimostrare che le sfere del secondo e terzo strato non spingano la sfera di mezzo che colla forza del primo. Sia la sfera Y (Tav. I. fig. 2.) situata in qualsisia degli strati inferiori (supponiamo nel 4.°) dovrà ella perciò intendersi come di peso quadruplicato; lo stesso si dovrà intendere di tutte le altre sfere dello strato nel quale si trova Y; ma perchè alla spinta esercitata per l' orizzontale del centro di Y non aggiunge, nè leva cosa alcuna, la gravità della sfera Y opererà solo il peso triplicato, cioè quello di tre sfere, o de' tre strati superiori. Dovrassi bene considerare la sfera N, premuta dalle sfere de' quattro piani superiori, come quadruplicata di peso, e con tal forza, a proporzione, ella agirà nella direzione orizzontale NP; ma perchè la spinta, che fa contro la sfera Y del piano superiore per la direzione NY, trova il peso particolare di Y eguale al peso particolare di N, nella medesima direzione NY; perciò il peso proprio di Y detrarrà dalla forza di N il peso proprio di N, o di una sfera mossa per la direzione NY, e perciò la sfera N spingerà la Y contro quelle degli strati soprapposti con forza eguale a quella

con la quale le sfere superiori premono obbliquamente la sfera Y: essendosi adunque dimostrato che le pressioni superiori sono proporzionali al numero degli strati soprapposti alla sfera Y, nella medesima ragione saranno anche le pressioni verticali ed obblique all' insù; e conseguentemente le sfere poste in diversi strati patiranno per ogni verso le pressioni, che saranno proporzionali al numero degli strati soprapposti. Il che ec.

Corollario.

Perchè adunque ogni sfera è spinta in ogni parte omologamente con pressioni eguali, e queste sono proporzionali alle altezze degli strati; ne siegue, che per trovare la forza, colla quale una sfera è premuta o spinta, non occorre considerare che la sola altezza; e perciò *qualunque sia l' ampiezza degli strati, abbenchè infinita, non si muteranno le pressioni sostenute da ciascheduna delle sfere.*

Fin qui abbiamo supposti gli strati come indefiniti in ampiezza, o più tosto come superficie sferiche descritte attorno il centro de' gravi, come quelle nelle quali non vi è bisogno di alcun resistente per impedire, come era d' uopo, lo scostamento delle sfere degli strati sottoposti a cagione della pressione delle sfere superiori; ma da qui avanti supporremo gli strati circonscritti da' suoi termini.

Proposizione Quarta.

Se sarà uno strato di sfere, all' estremo del quale non si trovi alcun resistente che possa impedire il moto orizzontale di esse, e se sarà soprapposta ad uno degli spazj una sfera, spingerà ella le altre, e scostandole farassi luogo nel piano o strato medesimo, nel quale discenderà.

Sia lo strato di sfere contenuto dalle linee AD, AX, X&, &D, e sopra lo spazio R (Tav. I. fig. 1.) s' intenda esservi una sfera insistente: dico che questa discenderà, e farassi luogo fra le sfere N, O, L, P. Posciachè essendo dalla sfera R spinte immediatamente le sfere predette con una direzione orizzontale, e con una forza eguale alla linea RO; sarà spinta la sfera O, da R verso O: e perchè la sfera O spinge le due F, C, per le direzioni OC, OF; per queste medesime linee saranno spinte le sfere C, F, e per la medesima tutte le altre esistenti nelle linee OF, OC. Per la stessa ragione sarà spinta la sfera N per RN, e le sfere B, E, per le linee NB, NE ec. Lo stesso si dimostrerà delle sfere L, P, le quali saranno spinte per le linee RL, RP, e le loro contermine per le linee LY, PZ: e perchè queste sfere non hanno impedimento veruno, il quale nè meno può nascere dal piano inferiore che si suppone orizzontale; però le sfere N, L, P, O, obbediranno alla pressione della sfera R, e si allontaneranno l' una dall' altra sin tanto che sia fatto luogo alla sfera R, nel piano predetto. Il che ec.

Corollario Primo.

Egli è dunque impossibile che una sfera sia sostenuta sopra di quattro altre, ogni volta che le sottoposte abbiano potere di scorrere per lo piano orizzontale, nel quale sono situate; e perciò *un mucchio di sfere affetterà sempre di avere la superficie disposta in uno strato, o sia piano orizzontale, o più propriamente in una superficie sferica, il cui centro sia quello de' gravi.*

Corollario II.

Ma se *le sfere sottoposte saranno impedite mediatamente o immediatamente dallo scorrere, potranno esse sostenere una o più sfere soprapposte, e gl' impedimenti sopporteranno dalle sfere contigue la pressione che loro è fatta da una o più sfere insistenti allo strato inferiore.*

Corollario III.

E perchè le pressioni patite dalle sfere inferiori sono proporzionali all' altezze degli strati superiori, quindi è che *le spinte fatte dalle sfere contigue alle resistenze contro di queste saranno proporzionali anch' esse alle altezze degli strati soprapposti;* ond' è, che supposto che tali sfere disposte in più strati siano situate dentro di un vaso, saranno *le diverse pressioni fatte da dette sfere contro le sponde del vaso, come le altezze degli strati superiori.*

È però da avvertire, che dovendosi riempire un vaso di sfere, sarà quasi impossibile che esse siano per appunto tante, quante bastano a compire il numero degli strati che quello può contenere; e perciò sopra gli strati compiti potrà stare qualche numero di esse situate qua e là sopra gl' interstizj dello strato superiore; ma queste, trattandosi di sfere minime, e, per così dire, di punti fisici, non vanno considerate, non alterando in concreto alcuna delle proposizioni dimostrate. È anche da notarsi che *una sfera sola soprapposta all' interstizio d' uno strato, non urta tutte le sfere di esso di moto orizzontale, nè gli urti ricevono egual pressione;* onde perchè si verifichi l' asserito in questo Corollario, è necessario che ve ne siano tante, quante bastano a spingere tutte le sfere del piano sottoposto nella maniera detta alli Corol. III. e IV. della prima Proposizione.

Proposizione Quinta.

Se in un vaso, le cui sponde siano obblique all' orizzonte ed inclinate all' indentro, siano diversi strati di sfere che lo riempiano; tutte le sfere degli strati inferiori sopporteranno le medesime pressioni che patirebbero se il vaso avesse le sponde perpendicolari all' orizzonte.

Per dimostrare questa Proposizione si dee avvertire quello che abbiamo detto di sopra al Corollario della Proposizione III; (Tav. I. fig. 3.) cioè, che per trovare la pressione che patisce una sfera, non occorre far capitale alcuno dell' ampiezza degli strati, ma solo del loro numero

o altezza; e perciò (qualunque sia la figura del vaso ACDEHILB, e quantunque picciola l' apertura della di lui bocca AB) saranno dalle sfere dello strato AB spinte al basso perpendicolarmente per NM le sfere che si troveranno in essa linea; e perchè, mediante questa pressione, la sfera M è spinta orizzontalmente per la linea MO colla forza medesima, colla quale è spinta perpendicolarmente, come si è dedotto al Corol. IV. della Prop. II, spingerà ella le sfere esistenti nella linea MO colla forza medesima, non potendosi perdere nè accrescere la spinta fatta per l' orizzontale MO; adunque la sfera O sarà spinta mediante la pressione NM, come se sopra di essa fossero delle sfere situate nell' altezza PO; e perchè la sponda DE resiste all' alzamento della sfera O nella stessa maniera che farebbe l' altezza delle sfere PO, eserciterà la sfera O le medesime pressioni che avrebbe, se sopra di essa fossero le sfere P, O, e perciò potrà spingere all' ingiù, v. g. per OR, colla forza della pressione NM, ovvero PO; ma spingendo per OR, colla forza predetta, la pressione anderà aumentandosi secondo il numero degli strati, cioè secondo l' altezza della perpendicolare OS; adunque la pressione fatta in R ed S sarà eguale alla fatta dalle altezze NM, OS, o pure dall' altezza PS, che è la medesima che l' altezza delle sfere nel vaso. Lo stesso si può dimostrare rispetto a tutte le altre sfere situate sul fondo orizzontale HI. Il che ec.

Si potrebbe dimostrare questa Proposizione col progresso delle dimostrazioni superiori

mediante la comunicazione delle pressioni, valendosi della figura settima; ma perchè ciò sarà facile a chi avrà inteso le precedenti, e perchè la dimostrazione addotta non manca della sua forza, non ci tratterremo più sopra di essa.

Corollario Primo.

Supposto che nel vaso predetto sia, tra le linee constituenti la sponda, *il lato FE orizzontale*, facilmente si dimostrerà nella stessa maniera, *ch' esso patirà le pressioni verticali in proporzione della perpendicolare PT:* posciachè essendosi dimostrato che la sfera T è premuta dalle altezze NM, OT in quel modo che sarebbe dall' altezza PT, spingerà ella orizzontalmente per TF, che si suppone nel secondo strato di sfere di sotto, la linea EF; adunque quattro delle inferiori concorreranno a spingere all' insù contro il piano FE una delle superiori contigue al piano, e con tanta forza, quanta può fare l' altezza PT; adunque tutte le sfere, che toccheranno la sponda orizzontale FE, la spingeranno all' insù a ragione di detta altezza; come si raccoglie dal Corol. I. della Prop. II.

Corollario II.

E perciò, *se saranno due vasi AF, DG comunicanti* insieme mediante la parte o tubo GF, (Tav. I. fig. 4.) l' uno e l' altro ripieni di quegli strati di sfere di che sono capaci;

e se il numero e l' altezza degli strati del vaso maggiore AF sarà eguale al numero o all' altezza degli strati del vaso minore DG, tanta sarà la pressione sostenuta dalle sfere esistenti nel tubo di comunicazione GF, dagli strati del vaso DG, quanta è quella che ricevono dagli strati del vaso AF; e perciò tanto potranno resistere colla prima alla discesa delle sfere del vaso AF, quanto colla seconda alla discesa delle sfere del vaso DG, e conseguentemente *saranno le sfere del vaso DG in equilibrio colle sfere del vaso AF.*

Corollario III.

Ma *se le altezze degli strati nell' uno e nell' altro caso fossero diseguali* (poniamo la maggiore nel vaso DG) allora la pressione, che sopporterebbero le sfere poste in GF, sarebbe maggiore da G verso F, che da F verso G; dunque *le sfere GF sarebbero spinte da G verso F, ed entrerebbero nel vaso AF*, spingendo all' insù gli strati esistenti in esso, e deprimendosi gli strati nell' altro vaso DG: e perchè all' accrescersi il numero degli strati s' accresce la forza della pressione, e diminuendosi gli strati si diminuisce la pressione; anderebbe scemandosi la forza della pressione da G verso F, ed accrescendosi la resistenza da F verso G, sino a rendersi eguali: e perchè allora solo ciò succederebbe quando il numero degli strati nell' uno e nell' altro vaso si fosse reso eguale; quindi è, che *tanto continuerebbero a passare le sfere da un vaso nell' altro,*

quanto stasse a farsi eguale il numero de' piani o delle altezze, ed allora si fermerebbero in equilibrio.

Corollario IV.

Lo stesso succederebbe, se uno de' vasi comunicanti fosse inclinato all' orizzonte, come NM: perchè essendosi dimostrato che le sfere in C, M, sono così premute, come se avessero sopra di sè l' altezza degli strati DC, DM; ne siegue, che trovandosi egual numero di strati sì in NM, che in DG ed AF, s' equilibreranno egualmente con quelle che sono in DG, o in AF.

Corollario V.

Essendosi dunque dimostrato che le sfere, che toccano il fondo orizzontale di un vaso irregolare, lo premono ognuna in ragione dell' altezza degli strati, qualunque sia la figura del vaso; ne siegue che il *fondo* predetto, v. g. *HI* (Tav. I. fig. 3.) *sarà così caricato, come se sopra di esso vi fossero tanti strati eguali, quanti ponno concorrere a formare l' altezza*, cioè come se il vaso avesse la figura di un prisma retto di eguale altezza a quella del vaso irregolare, e su la medesima base.

Corollario VI.

Lo stesso succederebbe (Tav. I. fig. 5.) *se il vaso avesse il fondo stretto, e nell' avanzarsi*

all' alto s' allargasse, come ABCD; posciachè tirata la linea CE verticale, tanto sarebbe premuta la sfera C, quanto portasse l' altezza EC, ed il simile si dica delle altre sfere sino a B; dunque il fondo BC sopporterebbe la pressione delle sfere, che lo toccassero ognuna a misura delle altezze, e perciò *il fondo sosterrebbe tanto peso quanto può essere contenuto da un prisma, la cui base fosse il fondo BC e l' altezza BF.*

Da tutte le Proposizioni sin ora addotte, e da altre che potrebbero aggiungersi per dimostrare co' principj fisici e colla scorta della Meccanica tutte le proposizioni dell' Idrostatica, può bene vedere ognuno che abbia qualche pratica della natura de' corpi fluidi, che tutto ciò che si è detto d' una delle sfere che compongono uno strato, s' adatta precisamente ad ogni punto fisico, o gocciola di un fluido; poichè d' ognuno d' essi è certo e ricevuto come principio dagli Idrostatici. (1) Che non pesano che secondo le altezze. (2) Che le loro impressioni ricevute dal peso delle parti superiori si esercitano per ogni verso, come in una sfera. (3) Che queste impressioni sono eguali in qualsisia direzione. (4) Che sono proporzionali alle altezze medesime. (5) Che le superficie loro più alte si dispongono in un piano orizzontale, o in una superficie sferica circa il centro de' gravi. (6) Che ne' vasi comunicanti formasi l' equilibrio per la sola altezza del fluido, e perciò poca quantità di un fluido può equilibrarsi con qualsisia quantità d' un fluido omogeneo a se medesimo, purchè le altezze siano eguali. (7) Che il peso, col quale un fluido

carica il fondo d'un vaso (di qualunque figura egli sia) è eguale a quello di un prisma retto di esso, di base eguale al fondo, e della medesima altezza ec., affezioni tutte che s'osservano ne' fluidi, e si sono dimostrate dover succedere ne' cumuli delle sfere. E perciò (se può dedursi alcuna cosa dalla coerenza d' una ipotesi col fatto) bisogna asserire che la constituzione de' corpi fluidi da noi supposta o sia affatto conforme al vero, o ne abbia almeno tutta quella apparenza che può desiderarsi nelle cose della Natura; onde crediamo di potere continuare senza scrupolo a valerci de' medesimi principj per dimostrare una proposizione che è il fondamento di quasi tutta la scienza del moto delle Acque, e della misura del corso delle medesime.

Noi abbiamo detto, annoverando poco di sopra le affezioni più principali de' fluidi quiescenti, al numero 4, che le pressioni o sostenute dalle parti di un fluido, o esercitate dal medesimo contro le sponde di un vaso resistente, sono fra loro in proporzione delle altezze di esso sopra le parti premute, la quale Proposizione è stata riscontrata per vera ultimamente, anche medianti più esperimenti fatti dal Sig. Dottore Geminiano Rondelli, Professore Matematico, nell' Accademia Esperimentale che fanno l' onore di adunare in mia casa alcuni de' più qualificati Professori di questa celebre Università; delle fatiche de' quali spero che a suo tempo debba vederne il Mondo letterato preziosi frutti in avanzamento della Fisica, della Medicina e delle Matematiche. Detta Proposizione

ha fatto credere a molti abilissimi Matematici, che anco le velocità che hanno le Acque nell' uscire da' fori o dalle fistole aperte nelle sponde de' vasi dovessero avere la medesima proporzione delle altezze; asserzione che non è conforme all' esperienze fatte e riferite dal Torricelli, dal Mersenno, dal Baliano e da altri, e che io per accertarmene ho voluto replicare nella maniera che ho distintamente riferita nel lib. II. della *Misura dell' Acque correnti*, dalle quali costantemente apparisce che dette velocità non sono come le altezze, ma bensì in proporzione dimidiata delle medesime.

Per far vedere dunque che la prima Proposizione non ha relazione colla seconda, si osservi che la causa, per la quale i gravi premono un piano sottoposto, è bensì la loro gravità, e la stessa è cagione che i medesimi, levato che sia loro il sostegno, discendono verso il centro; ma d' altra maniera si dee discorrere de' conati che il grave esercita contro le resistenze, e de' gradi di velocità per li quali egli passa nel discendere. Egli è ben vero che un corpo di doppio peso tenta con doppia forza di superare le resistenze, e perciò premerà al doppio una tavola sottoposta, di modo che si può con verità asserire che tali conati, sforzi o pressioni, sono in proporzione de' pesi; ma non perciò si deduce bene che un corpo doppio di peso debba discendere con doppia velocità verso il centro de' gravi, essendo certissimo che, prescindendo dalle resistenze, tutti i gravi discendono da altezza uguale in tempi uguali,

come ha mostrato il Galileo ne' *Dialoghi*. Quindi è che il diverso peso de' corpi non produce differenti velocità; e perciò il diverso peso del fluido può bene introdurre diversa pressione, ma non diversa velocità. Che se alcuno volesse porre in campo la differenza ch' è tra' corpi fluidi e solidi, oltre ciò che abbiamo detto nelle nostre *Epistole Idrostatiche*, potrebbe convincersi coll' esperimento seguente, che meglio d' ogni altro s' applica alla presente materia. Sia il vaso ABCD, il quale abbia nel fondo il foro D, e serratolo col dito, si riempia il vaso di Mercurio sino all' orizzontale AB; (Tav. I. fig. 6.) dipoi aperto il foro D, si misuri mediante un pendolo il tempo che spende il Mercurio nell' uscire tutto dal vaso. Empiasi poi il medesimo vaso di Acqua sino alla misura predetta, e parimente si lasci votare, osservando il tempo: e si troverà che nell' uno e nell' altro caso i tempi del votarsi saranno sensibilmente eguali; ed io posso asserire di propria sperienza, che in poco più di cento vibrazioni di un pendolo ben corto, col quale misurai l' uscita prima del Mercurio, indi dell' Acqua, non trovai altra differenza che d' una o due vibrazioni più nell' uscita dell' Acqua che del Mercurio. (Ann. II.) Se dunque il maggior peso ne' fluidi prementi cagionasse, siccome maggior pressione, così maggiore velocità nel moto, sarebbe stato necessario che il Mercurio, il quale è circa tredici volte e mezza più grave in specie dell' Acqua, fosse uscito con velocità 13 volte in circa maggiore di quella dell' Acqua;

e pure è stata la medesima rispetto tanto all'uno che all'altra: ed in ciò non può ricorrersi agli sfregamenti che patisce il fluido nell'uscire dal foro D; perchè, oltre che questi sono i medesimi nell'uno e nell'altro caso, non ponno essi detrarre tanto dalla velocità del Mercurio. E perciò producendosi le medesime velocità, non ostante che i pesi, e per conseguenza le pressioni siano tanto differenti, egli è evidente che i fluidi posti in moto hanno le loro velocità regolate da altro principio; e che però di esse si dee in altra maniera discorrere, come apparirà dalla seguente dimostrazione.

Proposizione Sesta.

(Ann. III.) *Se un vaso sarà pieno di sfere, e nel fondo di esso sia un foro per lo quale possano uscire con libertà alcune di esse sfere, e che il sito lasciato dalle sfere, che escono, venga riempiuto da altrettante, aggiunte nel tempo medesimo al di sopra, dimodochè il vaso resti sempre pieno; usciranno esse dopo qualche tempo colla stessa velocità come se fossero discese da tanta altezza, quanta è la distanza dello strato superiore dal foro.*

Siano nel vaso ABCD situate le sfere G, H, I, M, X, N, ec. (Tav. I. fig. 7.) e s'intenda nel fondo BC aperto il foro EF, il quale subito che sarà aperto, egli è certo che la sfera G, trovandosi senza sostegno, discenderà perpendicolarmente verso il centro, come farebbe se ella fosse cinque volte più grave del suo

peso naturale; il che, come si è detto, non accresce le velocità: giunta dunque che sarà la sfera col suo centro G nel punto L, avrà la velocità corrispondente alla caduta GL; e perchè cadendo la G, manca il sostegno alle sfere H, I, una di esse discenderà nel luogo di G; o pure vi sarà spinta la sfera M, mediante la pressione di N, che le è soprapposta, nel qual caso succederà lo stesso che della sfera G; ma finalmente bisognerà che, levato il sostegno a qualche sfera dello strato immediatamente superiore, discenda anch' essa verso EF; e perciò, arrivata che sia col suo centro in L, avrà la velocità competente alla caduta HO, e nell' istesso tempo si moverà verso EF qualche sfera del piano più alto PQ, discendendo o per la perpendicolare RL, o per le inclinate QG, PG; e nell' uno e nell' altro caso, arrivate ad L, avranno la velocità competente alla caduta RL; e così delle altre sino alla sfera S superiore, nel qual caso la velocità nell' arrivare ad EF sarà quella della caduta SL; dunque la velocità, colla quale le sfere dopo qualche tempo usciranno dal foro EL; sarà quella che averebbero, se dallo strato superiore fossero cadute sino al luogo del foro. Che se s' intenderà, che in luogo di quelle che vanno uscendo dal foro EF, ne siano successivamente somministrate delle altre, dimodochè si mantenga sempre lo strato superiore nell' orizzontale VS, continueranno le sfere ad uscire colla velocità dovuta ad una caduta che sia eguale all' altezza di esse sfere. Il che ec.

Si può questa verità dimostrare in altra maniera; poichè diasi che nel primo tempo escano dal foro EF quante sfere si vogliano, sarà dunque necessario che dal piano superiore VS ne discendano altrettante ad occupare il luogo lasciato pure da quelle del secondo piano per sottentrare nel terzo, e così successivamente; adunque nel primo tempo la velocità sarà la dovuta alla caduta da un piano in un altro. Nel secondo tempo dunque, o discenderanno le medesime dal secondo verso il terzo piano, o no: se discenderanno, dunque nel secondo tempo anderanno accelerando il loro moto in ragione della caduta; se non discenderanno, percuoteranno le sfere sottoposte del secondo piano, comunicando loro quel grado di velocità, o quella quantità di moto che hanno acquistata per la caduta dal primo, e questo grado di velocità o quantità di moto si comunicherà rivoltandosi orizzontalmente, sino a toccare quella sfera del secondo piano che dovrà discendere verso il terzo; adunque questa riceverà tanto di velocità, quanta è l'acquistata per la caduta dal primo piano; sarà dunque lo stesso come se ella fosse realmente caduta dal primo piano; continuerà dunque nell'istesso modo la discesa accelerando il moto comunicato. Così successivamente discorrendo si proverà, che nel tempo che una sfera sarà caduta dall'alto del vaso sino al luogo del foro, le sfere che sottentreranno in esso (o siano realmente cadute dal piano superiore senza ostacolo, o pure siano levate dagli strati inferiori

e spinte verso il foro) nel giungervi saranno affette di una velocità ch' è dovuta alla caduta dal piano superiore. Usciranno dunque col medesimo grado di velocità, e mantenendosi l' altezza continuerassi la medesima velocità. Il che ec.

Corollario Primo.

Da questa dimostrazione apparisce che *nel principio dell' uscita le sfere non escono con tanta velocità quanto dopo, e che questa va successivamente accrescendosi, sino ad arrivare a quel grado che è proprio della caduta dal l' altezza sopra il foro :* e finalmente che *il tempo di questo acceleramento è tanto, quanto si richiede alla caduta dallo strato superiore sino al foro, che in poca altezza è insensibile.*

Corollario II.

E perchè le velocità acquistate per la caduta sono fra loro in proporzione dimidiata delle altezze, ne siegue che (Ann. IV.) *le velocità, colle quali le sfere escono da' fori sottoposti allo strato superiore, sono tra loro in proporzione dimidiata delle altezze, come s' osserva appunto ne' getti d' Acqua.*

Corollario III.

Essendo che le velocità acquistate per la caduta, se dopo di questa si rivoltino per

qualsisia altra linea, non perdono nel punto del rivolgersi il loro grado, ne siegue che (Ann. V.) *se i fori saranno orizzontali, o verticali o inclinati come si voglia, le velocità dell' Acqua, che esce per essi, saranno tra loro pure in proporzione dimidiata delle altezze.*

Monsieur Mariotte, il quale con una somma diligenza ha fatte circa li movimenti dell' Acque una gran quantità di esperienze, trova che in materia di questi getti le prime goccie, che escono da' fori, hanno una velocità molto minore di quella che s' acquista dopo qualche poco di tempo, il che è conforme a ciò che nelle sfere abbiamo poco di sopra dimostrato. Ed in fatti egli è evidente, che se dal vaso ABCD pieno di Acqua s' intenderà levato tutto ad un tratto il fondo BC, l' Acqua immediatamente superiore ad esso comincerà a discendere al basso, e nello stesso tempo sarà seguitata da quella che è nella superficie; ma questa velocità nel primo tempo sarà molto minore, che in quello nel quale la parte superiore dell' Acqua sarà discesa alla linea orizzontale che prima era occupata dal fondo del vaso.

Io stimo superfluo di avvertire in questo luogo che le dimostrazioni sin ora addotte suppongono una perfetta astrazione da tutte le resistenze e coefficienze che ponno fare alterare qualche poco la loro verità; e perciò malamente opporrebbe chi, per provare non esser vero che i liquori spianino la loro superficie orizzontalmente, adducesse l' esperimento di

una goccia d' Acqua che posta sopra una tavola, o sopra una foglia di cavolo, colmeggia: ovvero che ne' cannellini sottili l' Acqua ascenda più che ne' più ampj, ed altre simili; poichè egli è certo che queste diversità dipendono da altre concause e circostanze, non dal solo peso e fluidità dell' Acqua, che sono le radici del moto dell' Acque de' Fiumi, circa il quale si devono aggirare principalmente le nostre considerazioni nel presente Trattato.

73

ANNOTAZIONI
AL CAPITOLO PRIMO

ANNOTAZIONE I.

(*Al* § *Ma egli* ec.)

Ma egli è omai tempo che dall' idea puramente mentale che abbiamo portata del liquido, passiamo a darne l' idea fisica ec.

A tempi ne' quali fu scritta quest'Opera erano gli studj della maggior parte de' Filosofi quasi unicamente rivolti ad iscoprire, se possibil fosse, la figura, la tessitura, i movimenti, e le altre affezioni meccaniche delle menome particelle che costituiscono ciascuno de' corpi naturali, persuadendosi che da ciò dipendesse l' ultimo compimento della scienza fisica, e la perfetta cognizione della natura, i cui effetti non da altri principj supponevano doversi riconoscere, che da due soli: materia e moto. Fra quelli che con maggiore studio e con più attenta meditazione si adoperarono in così fatte ricerche, singolar lode certamente merita il nostro Autore, come si può scorgere dalle sue belle osservazioni intorno le figure de' sali, dal trattato del principio sulfureo, e da questo primo capo dell' Opera che abbiamo per le mani, in cui prende a indagare le figure de' componenti di que' fluidi ch' egli chiama naturali: l'Acqua, l'Aria, l' Etere ed il Mercurio.

Ma comechè egli abbia sopra tale argomento forse più d' ogni altro scrittore ragionevolmente filosofato, mostrando nel presente capo per mezzo delle prime cinque proposizioni, e de' loro corollarj, potersi spiegare tutte, o quasi tutte le principali proprietà dell' acqua (della quale era suo principale intendimento di ragionare) supposte le particelle di essa di figura sferica; convien confessare

che una tale ipotesi è soggetta a difficultà non disprezzabili, delle quali una sentii già proporre dall' acutissimo Filosofo e Matematico il Sig. Co. Jacopo Riccato, ed è: che se l'acqua non fosse che un aggregato di piccole sfere, le quali insieme si toccassero (siccome l'Autore ha dovuto supporre che si tocchino) e che fossero solide o piene, e non già vuote (che tali appunto pare che egli le ponga nel § *Io ho pensato più volte*, non ammettendo altro vacuo, che quello che rimane negl' interstizj delle particelle dell'Etere) non pare possibile spiegare come si trovi in natura alcun corpo o fluido, o solido, che ecceda del doppio, anzi a molti doppj, la gravità specifica dell' acqua, laddove certamente alcuni ve ne hanno, e fra questi l'Argento vivo, che ben 13 o 14 volte l' eccedono. Imperocchè posto, a cagion d' esempio, un vaso cubico tutto pieno di sferette di tal grandezza, quale si vuol supporre quella de' menomi componenti dell' acqua, facil cosa è il dimostrare che la somma degli spazj, che tra le sferette rimangono vuoti, sempre è minore della somma delle solidità di tutte le sferette; e perciò quando, rimosse queste, s' intendesse il medesimo vaso tutto pieno di qualunque altra materia che non lasciasse alcuno interstizio fra le sue parti (che è quel più di materia che da un tal vaso possa essere contenuto) non potrebbe la quantità di tal materia essere nè pur doppia di quella di tutte le sferette che capivano nel vaso; dal che siegue non potersi trovare alcun corpo il cui peso specifico giunga al doppio di quello dell' acqua, giacchè per sentimento comune de' filosofi (e che pare comprovato dall' esperienza, per cui si osservano tutti i corpi solidi cadere, prescindendo dalle resistenze, con velocità eguali) le quantità di materia contenute in ciascun corpo o solido, o aggregato di più solidi, sono proporzionali a' pesi degli stessi solidi.

Ma comunque sia della verità di questa, o d' altre simili ipotesi fisiche, egli si vuol avvertire, che sebbene il nostro Autore prende a dedurre le proprietà de' fluidi dalla supposizione delle loro figure, non intende tuttavia che quelle dottrine, che egli è per esporre intorno al corso delle Acque, si necessariamente dipendano da tale supposizione, che senza di essa non potessero

essere bastantemente provate. Assai certo è tutto quello che appartiene al suo principale argomento, sol che sia vera la sesta proposizione di questo capo, anzi pur solamente il secondo e il terzo corollario di essa, i quali corollarj (come vedremo nelle note seguenti) vengono sì costantemente confermati dall' esperienza, che si ponno prendere come primi principj in questa materia. Quindi è, che abbiamo stimato meglio tralasciare qualche annotazione che ci sarebbe occorso di fare a queste prime proposizioni concernenti la figura sferica delle parti de' fluidi, per passare a ciò che più da vicino appartiene al movimento dell'Acque, stimando che i principj di questa scienza abbiano assai più saldi fondamenti nell' esperienza, che in qualunque discorso, comecchè ingegnoso, de' filosofi Un tal modo di filosofare è anco più conforme al genio del secolo in cui scriviamo, nel quale già pare che comincino a andare in disuso quelle sottili conghietture intorno alla figura e alla costituzione delle particelle de' corpi naturali, o sia per diffidenza di spiegare gli effetti della natura co' soli principj meccanici (come dopo Cartesio si era cominciata a lusingare la maggior parte de' Fisici) o sia per disperazione di colpir nel segno nell' adattarli a fenomeni particolari. Quindi, come saggiamente avvisa il Cavalier Neuton, più sano consiglio è il ridurre lo studio della filosofia naturale al cercare colle osservazioni le leggi della natura, e poscia secondo queste leggi predire ne' casi particolari quali debbano essere i fenomeni, giacchè tanto per l' appunto può bastare per gli usi della umana società (al cui profitto debbono essere indirizzati gli studj degli uomini) lasciando l' investigazione delle prime cagioni a chi stima di non impiegare inutilmente il suo tempo nel rintracciarle.

ANNOTAZIONE II.

(Dopo il Corollario 6. Prop. 5. § *Per far vedere*)

Se dunque il maggior peso de' fluidi prementi cagionasse, siccome maggior pressione, così maggiore velocità nel moto, sarebbe necessario che il Mercurio, il quale è circa 13 *volte e mezzo più grave in specie*

dell' acqua, fosse uscito con velocità 13 *volte in circa maggiore di quella dell' acqua*, *e pure è stata la medesima nell' uno e nell' altra.*

Qui è da notare, che volendosi sostenere, come molti lo sostengono, che la velocità de' fluidi, che escono da vasi, dipendesse dalla pressione di quella colonna di fluido che sta sopra il foro, si potrebbe nulladimeno spiegare l' esperienza qui addotta, considerando che a proporzione della pressione si debba variare non già la velocità, ma la quantità del moto del fluido che esce in un dato tempo; attesochè il moto appunto, e non già la sola velocità di esso, è quell' effetto adeguato che in questa sentenza si vuol riconoscere dalla pressione.

Onde sta bene che la velocità del Mercurio sia stata trovata nell' esperimento la medesima che quella dell' acqua, perchè così una pressione 13 volte maggiore viene ad avere spinto fuori del vaso un peso 13 volte maggiore di quello dell' acqua, che nello stesso tempo era spinto fuori dalla pressione dell' acqua. Veggasi intorno a ciò quello che si dirà nell' annotazione quarta di questo capo.

ANNOTAZIONE III.

(Alla Proposizione 6.)

Se un vaso sarà ripieno di sfere . . . . usciranno esse dopo qualche tempo colla stessa velocità, *come se fossero discese da tanta altezza*, *quanta è la distanza dello strato superiore dal foro.*

Quasi tutti gli Autori che hanno scritto di questa materia convengono che i fluidi i quali escono da fori aperti ne' fondi de' vasi, entro i quali si contengono, abbiano al loro uscire quel medesimo grado di velocità che essi avrebbono acquistato cadendo liberamente dalla quiete per uno spazio eguale all' altezza che ha la superficie del fluido sopra il piano del foro; e tale velocità comunemente si reputa la medesima che acquisterebbe un corpo solido nel cadere dalla quiete da pari altezza.

Alcuni di loro si sono in oltre avvisati di darne qualche dimostrazione *a priori*, e questi sono proceduti per

due strade diverse; imperocchè altri di essi (come qui il nostro Autore, e il Cavalier Neuton nella prop. 36 del libro secondo de' Principj della Filosofia, secondo le ultime edizioni) vogliono che l' acqua, la quale esce dal foro, intanto abbia quel tal grado di velocità, in quanto sia realmente caduta dalla superficie sino al foro, e cadutavi con moto accelerato per li medesimi gradi che converrebbero ad un grave solido, formando nel suo cadere per mezzo l' acqua del vaso una figura a imbuto, che il Cavalier Neuton chiama *cateratta*, e che già era stata indicata dal Sig. Guglielmini nel lib. 4. prop. 6, e geometricamente determinata nel lib. 5. prop. 9 della Misura delle Acque correnti. In favore di tale ipotesi porta qui il nostro Autore dopo il corollario 3 della presente proposizione l' osservazione del Mariotte, e d' altri, che le prime gocce d' acqua, che escono all' aprirsi del foro, abbiano velocità molto minore di quella con cui si veggono sgorgare poscia dopo alcun poco di tempo, e che poi sempre mantengono, purchè la superficie dell' acqua stia sempre nel vaso alla medesima altezza; come se ad imprimere all' acqua tutta quella velocità che la natura le può imprimere, fosse necessario che quella della superficie fosse attualmente scesa sino al piano del foro. Ma in contrario pare che faccia l' esperienza, la quale mostra, che tingendo di rosso, o d' altro colore, la superficie dell' acqua, mentre questa va uscendo dal foro, non si osserva la tintura comunicarsi, se non lentissimamente, al getto dell' acqua, quasi che le parti di questa, che stanno a piombo sopra il foro, o non si movessero punto, o assai meno di quello che richiederebbe la velocità con cui si vede sgorgar l' acqua dal foro.

E quanto alla dimostrazione, che qui si adduce, che le sferette dello strato superiore debbano finalmente scendere sino al foro, quando ciò si conceda, non però ne siegue che debbano scendervi in quel tempo sì brieve, e quasi istantaneo, in cui l' esperienza mostra cominciar l' acqua, dopo aperto il foro, ad uscire con tutta quella celerità che poi serba; nè eziandio dee seguirne che le sfere scese dallo strato superiore fra tanti impedimenti delle altre sfere laterali, che fanno anch' esse forza per uscir fuori, acquistino cadendo tutta

quella velocità che concepirebbero, se fossero liberamente cadute.

Altri dunque, e fra essi il Sig. Giovanni Bernulli (negli Atti degli Eruditi del 1716) e il Sig. Ermanno (nell' appendice alla Foronomia num. 10) stimando non doversi riconoscere la detta velocità come effetto di una attuale discesa, hanno pensato potersi spiegare per la sola pressione del fluido superiore al foro, riputando tal pressione atta a produrre appunto quel grado di velocità che produrrebbe la discesa; o sia poi, che alla pressione concorra il solo peso della colonna perpendicolare del fluido che ha il foro per base, o sia che vi concorra eziandio (come altri credono, e noi più sotto ci ingegneremo di dimostrare) la forza delle parti laterali che cospirino a metter in moto il fluido, e a spremerlo, per così dire, fuori del vaso. Si può vedere, intorno a ciò, quello che è stato scritto e disputato fra' Signori Conte Riccato, Pietro Antonio Michelotti, Jacopo Jurin, Daniello Bernulli, ed altri celebri Filosofi.

Altri finalmente, diffidando di tutte le dimostrazioni fondate sopra qualsivoglia ipotesi fisica intorno alla maniera in cui opera la natura nel mettere in moto l' acqua che esce da' vasi, hanno atteso ad accertarsi della velocità di essa per via di esperienze. Una di quelle che si sogliono addurre, è il risalire che fanno i getti dell' acqua fino all' altezza di quella che è nella conserva, onde esce il tubo, per cui si dirizza in alto il getto (salvo qualche piccol divario, che si attribuisce alla resistenza dell' aria, e ad altri impedimenti); da che inferiscono avere il getto, all' uscire dal foro, per l' appunto quella velocità che l' acqua avrebbe acquistata cadendo da tanta altezza. Un altro argomento si suol ricavare dall' ampiezza delle parabole descritte dalle vene dell' acqua che escono da fori aperti nelle sponde de' vasi (giacchè non si dubita che anco in questi la velocità non sia la medesima che in quelli del fondo, supposta eguale l' altezza dell' acqua del vaso sopra il foro, il quale si vuol supporre in tal caso di diametro assai piccolo, e insensibile rispettivamente all' altezza predetta); le quali ampiezze, secondo le osservazioni fattene dal Cavalier Neuton, dal Sig. di Gravesande e da altri, si trovano tali, quali le richiede il moto accelerato

dell' acqua, combinato con una velocità orizzontale eguale a quella che l' acqua medesima avrebbe acquistata nel cadere dalla superficie sino al foro.

È tuttavia da avvertire che simili sperienze, per quanto a me sembra, ben ponno mostrare la corrispondenza e l' analogia che passa fra l' accelerazione dell' acqua, e quella de' corpi solidi; ma non ponno provare l' intento, se non si prende per supposto che le parti dell' acqua nel cadere concepiscano que' tali gradi di velocità per l' appunto negli stessi tempi, ne' quali si concepiscono i solidi; il che sebbene è ragionevole a credere, non pare tuttavia affatto irragionevole il dubitarne, massimamente attesa la particolar maniera con cui cadono i fluidi a differenza de' solidi, ritenendo questi sempre la loro figura, e quelli cangiandola con restrignersi ed assottigliarsi, a misura che si rendono più veloci; se pure non si ricorresse coll'Autore alle sferette, o ad altre parti minime del fluido, col supporle solide, che è una mera ipotesi fisica, da cui sola non è ben sicuro ricavare alcuna conseguenza. Allora solo si uscirebbe da una tal dubbietà, quando gli esperimenti mostrassero essere eguali i tempi delle cadute dell' acqua nelle vene paraboliche, o quelli del risalire di essa ne' getti rivolti in alto, a quelli delle cadute de' solidi per uno spazio eguale, del che stimo impossibile l' accertarsi con esattezza, attesa la durata quasi istantanea di questi moti anco nelle maggiori altezze, nelle quali se ne possa far da noi qualche prova.

Un' altra sperienza si era comunemente giudicata la più certa per misurare la velocità dell' acqua nel suo uscire da' vasi, e quindi paragonarla con quelle de' corpi solidi, e consiste nel raccorre e misurare la quantità che ne esce sotto una data altezza della sua superficie in un dato tempo per un foro di data misura. Imperocchè se intenderemo che l' acqua, dopo di essere uscita dal foro, non fosse stata spinta abbasso dalla propria gravità, ma avesse tuttavia seguitato a scorrere orizzontalmente ed equabilmente per tutto quel tempo per cui si suppone essere stata raccolta, e però avesse in un tal movimento sempre serbato quel medesimo grado di velocità che ebbe al primo uscire dal foro (il qual grado sempre è lo stesso per ogni goccia d' acqua

che esca, attesa la permanenza dell' acqua nel vaso all' istessa altezza, che si ottiene con andarvene perpetuamente aggiungendo altrettanta quanta ne esce) è manifesto che tutta la mole d' acqua uscita dal vaso avrebbe formata una colonna, o prisma retto, la cui base sarebbe il foro, e la lunghezza mostrerebbe lo spazio corso dalla prima goccia nel detto tempo con quella velocità con cui essa e tutte le altre fossero uscite; onde per aver la misura della velocità, basta aver quella della detta lunghezza, e questa si avrà dividendo la mole dell' acqua raccolta per l' area del foro. Trovata poi tal lunghezza, si saprà con una semplice regola di proporzione quanta parte di essa si scorrerebbe colla detta velocità nel solo tempo in cui un corpo solido caderebbe dalla quiete per tanta altezza quanta ve ne ha nel vaso dalla superficie dell' acqua sino al piano del foro (il qual tempo si calcolerà su gli esperimenti delle cadute de' gravi già fatti dall' Ugenio, e da altri); e quest' ultimo spazio si potrà vedere se sia eguale a quello che il corpo solido scorrerebbe equabilmente nel tempo calcolato colla velocità che avrebbe acquistata cadendo dalla quiete dalla detta altezza (il quale spazio per li teoremi del Galileo è sempre doppio dell' altezza della stessa caduta); e trovandosi tale, si potrà conchiudere, essere la velocità dell' acqua eguale a quella del corpo solido.

Ora il fatto è, che essendo stata raccolta e misurata la quantità d' acqua uscita da' vasi in diverse prove fattene da diversi celebri esperimentatori, e specialmente dal Mariotte e dal nostro Autore (il quale le rapporta nell' altra sua Opera della Misura delle Acque correnti lib. 2. prop. 1, e sul fondamento di esse, calcola una tavola degli spazj che l' acqua descriverebbe nel tempo d' un minuto con quelle velocità che essa ha uscendo da' vasi sotto varie altezze da un' oncia fino a 30 piedi) quando sopra tali misure si facevano i calcoli delle velocità dell' acqua col metodo finora esposto, queste risultavano sempre assai minori (cioè del doppio in circa) di quelle de' corpi solidi, come si può scorgere dagli esempj che ne dà il P. Abate Grandi nel suo Trattato del movimento delle Acque allo scolio della prop. 10 del lib. 2; onde pareva che l' esperienza chiaramente decidesse contro il teorema proposto. I medesimi calcoli

si ponno ora facilitare coll' ingegnosa regola data dal chiarissimo Sig. Pitot, e dimostrata dal Sig. Fontenelle nel tomo del 1730 dell' istoria dell' Accademia Reale delle scienze; cioè, che moltiplicando sempre per 56 il numero de' piedi di Parigi, che si contengono nell' altezza della superficie dell' acqua del vaso sopra il piano del foro, e dal prodotto estraendo la radice quadrata, si avrà il numero de' piedi, pur di Parigi, che l' acqua dovrebbe scorrere in una seconda di tempo con quel grado di velocità con cui esce dal foro, se la detta velocità fosse la stessa che quella de' corpi solidi caduti da eguale altezza.

Ma essendo poi state di bel nuovo replicate da altri simili esperienze, si sono notate, nel farle, alcune particolarità non avvertite nè dal Mariotte, nè dal Guglielmini, le quali hanno dato luogo in parte a diffidare di questo metodo, e in parte a correggerlo. Osservò il Cavalier Neuton (nella detta prop. 36 lib. 2) nelle vene o zampilli dell' acqua che esce per li fori de' vasi un notabile ristrignimento che si palesa a pochissima distanza dal foro, o sia questo nel fondo o nella sponda del vaso. La proporzione del diametro del foro a quello della vena ristretta era come di 25 a 21, essendo il foro in una lastra sottile apposta alla sponda. Attribuisce egli tale ristrignimento alla forza delle parti laterali dell' acqua che è intorno al foro, le quali concorrendo da ogni lato, e affollandosi per uscire da esso, vi si insinuano obbliquamente, e poscia a qualche distanza riunendo le loro direzioni cospirano con quella del getto che sgorga perpendicolarmente al piano del foro. Il Sig. Marchese Poleni si accertò anch' egli con altre sperienze del detto ristrignimento, ed osservò di più la proporzione accennata de' diametri esser maggiore a misura che i fori sono più piccoli; anzi esservi notabile varietà secondo le diverse figure colle quali è scavato il foro entro la grossezza della lastra, quantunque sottile, in cui egli è aperto; e tal contrazione appena rendersi manifesta ove in vece d' una semplice lastra forata si adatti alla sponda del vaso un tubo cilindrico, o pure un cono troncato situato orizzontalmente, e che nella parte più stretta abbia il diametro eguale a quello del foro della

lastra; cangiandosi tuttavia anche qui le proporzioni secondo le diverse lunghezze del tubo, siccome si cangiano eziandio le quantità d' acqua uscite in un tempo eguale, e sono assai più grandi adoperando de' tubi, che de' semplici fori. Veggasi il racconto di queste, e di molte altre bellissime e affatto nuove sperienze nella sua Opera *de Castellis* ec., dove riferisce eziandio altre particolarita da lui osservate, che tralascio.

Atteso il detto ristriguimento stimò il Cavalier Neuton doversi nel calcolo delle velocità dell' acqua uscita da' fori aver riguardo non già al diametro del foro, ma a quello della vena ristretta; e così facendo, trovava ne' suoi esperimenti le velocità dell' acqua rispondere a quelle de' corpi solidi. Lo stesso conchiuse a un dipresso il Sig. Poleni dopo molti calcoli, confessando tuttavia rimaner sempre quella dell' acqua un poco minore, come si può vedere nella sua lettera al chiarissimo Sig. Marinoni Matematico Cesareo, ove porta nuove sperienze e considerazioni sopra tal materia; onde se così è, la proposizione di cui trattiamo si può dire stabilita per esperienza, almeno a un dipresso. Quindi si inferisce che le velocità assolute dell' acqua registrate nella mentovata Tavola del nostro Autore, ed espresse per gli spazj scorsi in un minuto, sono tutte minori del giusto, per non essersi da lui tenuto conto nelle sue esperienze fondamentali della contrazione del getto dell' acqua.

Nella medesima lettera il Sig. Poleni move dubbio se le fila d' acqua, che costituiscono un getto, siano in ogni caso sempre egualmente dense, e ristrette una coll' altra; mentre anco in que' casi ne' quali non è sensibile il ristrignimento del getto, come quando si cava l' acqua per mezzo di tubi, ha osservato raccogliersi in tempo eguale ora più ora meno d' acqua, secondo la diversa lunghezza del tubo che era sempre del medesimo diametro, essendo costante l' altezza dell' acqua nel vaso; anzi era anco manifestamente eguale la velocità de' getti, poichè questi si vedevano descriver tutti la stessa parabola. Merita nel vero questo esperimento di essere attentamente considerato, mentre par che vada a ferire direttamente il metodo di argomentare la velocità dell' acqua dalla lunghezza delle colonne che hanno per base il foro (o se si vuole la sezione della vena ristretta) e che sono eguali alle moli d' acqua raccolte nell' esperimento.

Stimerei tuttavia, che siccome le sue sperienze, e tutte le altre fin qui riferite, furono fatte con tubi o fori di assai piccol diametro, ne' quali la somma degli effetti irregolari, che ponno dipendere da predetti moti obbliqui, da soffregamenti, dalle reflessioni nelle sponde o negli orli, dall' adesione delle parti dell' acqua, dal mescolamento dell' aria, dalla resistenza di questa a' getti, e forse da altre cagioni, può avere proporzione assai notabile alla forza dell' acqua; così ove gli esperimenti si facessero con aperture maggiori, tali effetti si rendessero assai meno sensibili, e svanisse ogni scrupolo intorno a questo metodo di misurare la velocità dell' acqua; anzi dovrebbe anco in tal caso rendersi meno notabile la contrazione del getto, onde verisimilmente valendosi allora del detto metodo, si troverebbe la velocità o la medesima, o poco diversa da quella de' solidi.

Egli è ben vero, che quando il tubo o il foro, con cui si facesse l' esperimento, fosse d' una gran luce, converrebbe che eziandio il vaso fosse assai ampio, e tale, che l' area del foro non avesse proporzione gran fatto sensibile alla superficie dell' acqua; altrimente, oltre che sarebbe difficile mantener nel vaso l' altezza di quella sempre permanente, stima il Sig. Neuton che la velocità dell' acqua dovesse trovarsi eguale a quella d' un solido caduto non già dall' altezza della superficie sopra il foro, ma da altezza maggiore, che egli insegna di determinare nel corollario 1 della detta proposizione 36 del 2 libro de' Principj della Filosofia, delle ultime edizioni. Anco il Sig. Mariotte nel discorso 3 della parte 3 del suo Trattato del moto delle acque mostra con ragioni e sperienze dovere in tal caso restare alterata la velocità.

ANNOTAZIONE IV.

(Al Corollario 2 della Prop. 6)

Le velocità, colle quali le sfere escono da' fori sottoposti allo strato superiore, sono tra loro in proporzione dimidiata delle altezze, come si osserva appunto ne' getti d' acqua.

Se la verità del presente Corollario necessariamente dipendesse da quella della Proposizione, ond' egli è dedotto, sarebbe soggetta a tutte quelle dubbietà che nella nota precedente si sono accennate, nè meriterebbe di esser presa, come dagli scrittori comunemente si prende, per primo principio della dottrina del moto delle acque. Ma tante sono le sperienze che la comprovano, che pare non poter rimanere intorno ad essa alcuno scrupolo, nè vi ha forse verità fisica sì costantemente stabilita per le osservazioni come questa: cioè, che le velocità di un medesimo fluido all' uscire da un medesimo foro aperto in un vaso stiano fra loro in ragione dimezzata delle altezze del fluido sopa il foro, che che sia poi se le dette velocità siano precisamente quelle de' corpi solidi caduti da pari altezza, di che si è ragionato nella nota precedente.

Solamente conviene avvertire, che dopo le osservazioni poc' anzi addotte del ristrignimento delle vene dell' acqua che sgorgano da' fori, e delle diverse quantità che ne escono per li tubi, da quelle che si cavano per le semplici aperture di egual diametro, le sperienze non si ponno riputar decisive se non si paragonano fra loro quelle sole che sempre sono state fatte in un medesimo modo, cioè sempre per uno stesso tubo, o per uno stesso foro, senza fare alcun cangiamento nè alla lunghezza del tubo, nè alla figura degli orli o sia del tubo, o sia del foro, ma col cangiar solamente l' altezza dell' acqua nel vaso. Quando dunque si confrontino insieme le osservazioni fatte in tali circostanze, perpetuamente si troveranno le quantità dell' acqua raccolte in tempi eguali in ragione dimidiata delle altezze, e per conseguente anco le velocità saranno nella stessa proporzione; giacchè non sembra che qui possa aver luogo lo scrupolo, che le velocità non siano proporzionali alle quantità predette, a cagione delle fila d' acqua ne' getti più o meno dense, o delle direzioni più o meno obblique, o d' altro che sia, mentre tali irregolarità debbono essere le medesime nell' uno e nell' altro degli esperimenti che si confrontano insieme, parendo che la sola mutazione dell' altezza dell' acqua nel vaso non possa indurre in ciò diversità alcuna. Tal verità si farà palese a chiunque ridurrà a calcolo non pure le sperienze del

Mariotte, o quelle del nostro Autore (ciascuno de' quali si valeva d' una semplice lastra forata, e sempre della medesima) ma eziandio quelle del Sig. Poleni riferite nel detto libro *de Castellis* ec. le quali furono fatte ora con fori, ora con tubi di più figure, e con diversi cangiamenti negli uni e negli altri, e scorgerà con piacere (non ostante la diversità delle quantità assolute dell' acqua uscite in queste diverse maniere sotto pari altezza) la mirabil costanza della natura nel serbare la detta proporzione, o sia che l' esperienza sia stata fatta cavando l' acqua dal fondo o dalla sponda del vaso, o sia ancora, che si confrontino le prove fatte nel fondo colle fatte nella sponda, purchè in tal caso sia stato adoperato un semplice foro, il quale sempre si vuol intendere di diametro assai piccolo, in modo che l' altezza dell' acqua, o si misuri dalla parte superiore o dall' inferiore del foro, si possa riputare sensibilmente la medesima.

La stessa proporzione dimidiata delle altezze si potrebbe confermare anco per le osservazioni delle salite de' getti d' acqua nelle fontane artificiali, o per quella dell' ampiezza delle parabole descritte dagli stessi getti, quando sieno orizzontali, o pure obbliqui; ma stimo soverchio trattenermi di più sopra questo particolare.

Oltre l' esperienza hanno eziandio gli scrittori cercato di confermare questo teorema con dimostrazioni. Quelli che suppongono dipendere la velocità dell' acqua dall' attuale discesa da lei fatta dalla superficie sino al foro, agevolmente lo dimostrano applicando all' acqua l' ipotesi del Galileo comunemente ammessa, che le velocità de' corpi cadenti sieno in ragione dimezzata delle altezze delle cadute dalla quiete. Gli altri, che stimano dipendere la detta velocità dalla sola pressione, sono andati per altra strada. Fra questi il Sig. Varignon una prova ne addusse nelle Memorie dell' Accademia Reale delle scienze del 1703, che è stata seguitata anco dal Sig. Ermanno nella Foronomia, e da altri, e che si riduce al seguente ragionamento.

Considera egli il moto di quella quantità d' acqua che in un medesimo tempo esce dal foro F (Tav. V. fig. *a*) ora sotto un' altezza d' acqua FA, ora sotto un' altra FB, come effetto adeguato istantaneo delle pressioni delle

colonne perpendicolari d'acqua che hanno il foro per base. Dovendo dunque gli effetti essere proporzionali alle cagioni, sarà come la pressione della colonna FA alla pressione della colonna FB, così il moto dell'acqua che esce in un tempo minimo sotto l'altezza FA al moto di quella che esce in un tempo eguale sotto l'altezza FB.

Ora i detti moti altro non sono che i prodotti delle quantità d'acqua che escono, e delle velocità colle quali escono, e però sono fra loro in ragione composta delle dette quantità e velocità, le quali due ragioni non sono che una stessa ragione, mentre la quantità d'acqua, che esce per un medesimo foro in un medesimo tempo, è maggiore o minore per l'appunto a proporzione della velocità con cui esce; e però la detta ragione de' moti non è altra che quella de' quadrati delle velocità. Sta dunque il moto dell'acqua che esce sotto l'altezza FA al moto di quella che esce sotto l'altezza FB, come il quadrato della velocità con cui esce sotto FA, al quadrato di quella con cui esce sotto FB, e per conseguente anco le pressioni delle colonne d'acqua, che cagionano questi moti, sono come i quadrati delle dette velocità. Ma le pressioni sono come le altezze delle colonne prementi (trattandosi di colonne dell'istessa base, e di materia omogenea), dunque il quadrato della velocità con cui esce l'acqua sotto l'altezza FA sta al quadrato della velocità con cui esce sotto l'altezza FB, come FA ad FB; o, quello che è lo stesso, la velocità sotto FA sta alla velocità sotto FB in ragione dimezzata di FA ad FB, il che era da dimostrare.

Un tale ragionamento, come è manifesto, sussisterebbe ancora, quando le forze, che producono il moto dell'acqua che esce dal foro, non fossero le pressioni delle colonne FA, FB, purchè fossero proporzionali ad esse, come se, a cagione d'esempio, fossero doppie del peso delle dette colonne. Ora, che appunto sieno doppie, lo pretese il Sig. Jurin nella dissertazione riferita al numero 373 delle Transazioni filosofiche della Società Regia, e lo aveva anche prima determinato il Cavalier Neuton nell'altra ipotesi, che le velocità dipendessero dall'attuale discesa; sopra di che essendo poi stati d'altro avviso altri celebri Matematici, giova trattenersi

alquanto intorno a ciò, potendo una tal ricerca dar qualche lume per meglio intendere come operi la natura nello spigner fuori le acque dalle aperture de' vasi.

Parmi dunque, che se la velocità dell' acqua all' uscire da un foro dipende dalla pressione, e se tal velocità è veramente eguale a quella d' un corpo solido disceso liberamente dalla quiete per uno spazio eguale all' altezza dell' acqua sopra il foro, la forza che s' impiega nell' espellere l' acqua dal foro predetto non sia già eguale, ma doppia del peso della colonna d' acqua che sta sopra il foro. Per dimostrarlo si consideri, che in un solido, il quale cominci a discendere, tutto l' effetto istantaneo di quella forza che s' impiega nel moverlo consiste in quella quantità di moto infinitamente piccola, che risulta dalla quantità finita della materia del solido moltiplicata nel grado di velocità infinitamente piccola impressogli in quell' istante dalla detta forza; laddove nel fluido, che comincia ad uscire da un vaso, tutto l' effetto istantaneo di quella forza che si adopera nel moverlo è quella quantità di moto infinitamente piccola, che nasce dalla quantità infinitamente piccola del fluido che si espelle, moltiplicata per quel grado finito di velocità che la detta forza gli imprime. Dovendo dunque gli effetti istantanei adeguati essere proporzionali alle loro cagioni (quando gl' istanti si prendano di durata eguale) la proporzione del detto moto istantaneo del solido al moto istantaneo del fluido ci mostrerà la proporzione delle forze che li producono. Ora la detta proporzione de' moti istantanei è quella delle somme de' medesimi moti risultanti dopo un tempo qualunque eguale finito; imperocchè ciascuna delle dette forze restando sempre la medesima, produce in ogni istante una quantità di moto eguale a quella che produsse nel primo istante, e però in tempo eguale si producono somme di moto proporzionali a que' primi moti istantanei.

Prendendo dunque un tempo eguale finito, e per maggiore facilità scegliendo quello in cui un corpo liberamente cadendo dalla quiete descrive tanto spazio quanta è l' altezza dell' acqua del vaso sopra il piano del foro, è manifesto che la somma de' moti istantanei del solido, che noi cerchiamo, per tutto questo tempo non è che il prodotto della quantità della materia del

solido per la somma di tutte le velocità momentanee da esso acquistate, cioè per la velocità totale che il solido ha acquistata nel fine del detto tempo; e che parimente la somma che noi cerchiamo de' moti istantanei del fluido per tutto il medesimo tempo, non è che il prodotto della quantità della materia fluida uscita dal vaso nel detto tempo per quel grado di velocità costante con cui è uscita. Ma questa si suppone eguale alla detta velocità acquistata dal solido; dunque la forza che s' impiega nel mover il solido starà alla forza che s' adopera nell' espellere il fluido, come la quantità della materia del solido alla quantità della materia del fluido che è uscita nel tempo predetto, cioè (per le cose accennate al § *Un' altra esperienza* dell' annotazione precedente) al doppio della colonna del fluido che sta a piombo sopra il foro, o sia come il peso del solido al peso del doppio della colonna del fluido. Ma la forza che s' impiega nel mover il solido è certamente eguale al peso, anzi è lo stesso peso del solido; dunque la forza che si esercita nell' espellere il fluido è eguale al peso del doppio della colonna del fluido; il che ec.

Non dee fare difficoltà, che nel raccoglier la somma de' moti istantanei non abbiamo messo in conto quel di più di moto che di mano in mano ha il solido in virtù delle velocità antecedentemente acquistate, nè parimente quello che ha il fluido già uscito dal vaso in virtù parte della velocità con cui uscì, e parte di quella che gli va imprimendo la sua gravità propria nel cadere per aria; perocchè questi non sono effetti istantanei di quella forza che spigne il solido o il fluido, ma sono una continuazione dell' effetto delle velocità impresse, e continuerebbero tuttavia, quand' anco s' intendesse distrutta quella forza movente, di cui sola consideriamo l' effetto a ciascuno istante.

Da questo discorso si può dedurre che il semplice peso della colonna del fluido, che sta perpendicolarmente sopra il foro, da se solo non basterebbe che per metà a cacciar fuori l' acqua con quella velocità con cui esce dal vaso (se questa è eguale a quella d' un solido caduto da pari altezza); nè per trovare il rimanente della forza a ciò necessaria ad altro si

saprebbe ricorrere, che all'altr' acqua laterale che è d'intorno alla detta colonna, e che spignendo, secondo la comune proprietà de' fluidi, per ogni verso, venga come ad ischiacciare e ad assottigliare quell' ultima falda o gocciola d'acqua che si presenta al foro (la quale sola può cedere a tal pressione per avere l'esito aperto per lo stesso foro), e con ciò fuori la sprema, succedendo essa a riempier d'intorno intorno ciò che quella ha lasciato di vuoto presso gli orli del foro, onde poi nasca la contrazione del getto. E però si dee conchiudere che la forza di tutta l'acqua laterale nel produrre questo effetto sia altrettanta, quanta è quella della colonna perpendicolare, con cui in fatti essa sta in equilibrio; se pure non si dee dire piuttosto che tutto l'effetto dipenda dalla detta acqua laterale, e che la colonna verticale altro non faccia che andare somministrando al foro nuove falde di se stessa, di mano in mano che la forza obbliqua le va spremendo e cacciando fuori del vaso.

Quindi è, che se nel vaso altr' acqua non fosse che quella che sta a perpendicolo sopra il foro, come se il vaso fosse un tubo cilindrico pieno d'acqua, a cui tutto ad un tratto si levasse il fondo, non concepirebbe già l'acqua nel primo istante quel grado di velocità che converrebbe alla sua altezza, ma comincerebbe ad uscire con quella velocità minima con cui i gravi cominciano a cadere, e si anderebbe accelerando per que' medesimi gradi che questi si accelerano; nè solo le parti prossime al foro, ma eziandio tutte le altre superiori avrebbero in ciascuno istante la medesima velocità, nè più nè meno, che se il cilindro d'acqua fosse solido, e solamente giugnerebbe l'acqua a quel grado di velocità che acquistano i solidi cadendo dalla detta altezza, quando dal tubo fosse uscita una quantità d'acqua eguale ad una sua intera tenuta; onde è, che per mantenere la superficie d'un tal vaso ad un' altezza permanente, converrebbe nel versarvi l'acqua dalla parte di sopra andar secondando quelle diverse velocità, colle quali essa uscirebbe per l'orificio inferiore.

Non lascerò per ultimo di avvertire che molto lume si potrebbe, a mio credere, ricavare in questa materia facendo le sperienze delle velocità in un vaso in cui

Io non so veramente che questa osservazione sia mai stata comprovata con alcuna sperienza, la quale non sarebbe difficile a farsi, raccogliendo secondo il solito l' acqua che uscisse sotto un' altezza permanente in un certo tempo, tenendo il foro del tutto aperto, e paragonandola colla somma di quelle che uscirebbero in tempo eguale da tutte le diverse parti della medesima luce, le quali si andassero aprendo ora nella sommità, ora nel mezzo, ora nel fondo della medesima; per toglier con ciò ogni scrupolo che potesse nascere se quell' acqua che sgorga, a cagion d' esempio, dalla parte superiore alteri per avventura la velocità di quell' altra che nel tempo stesso esce dall' inferiore; nè mi pare irragionevole un tal dubbio nella oscurità in cui siamo del modo in cui opera la natura nel metter in moto il fluido. Anzi nè pur so se mai sia stato provato, se facendo correre ad un medesimo tempo l' acqua per due fori situati a diverse profondità sotto la superficie, e fra loro separati, ne siegua punto d' alterazione nelle velocità. Simili prove metterebbero in sicuro un tal fatto, che dal nostro Autore, anzi da tutti gli altri, si presuppone come certo, e che serve di fondamento a una gran parte de' teoremi che riguardano il corso de' fiumi, e solo si vorrebbe aver riguardo all' effetto de' soffregamenti dell' acqua cogli orli delle aperture per le quali si facesse uscire; ma tal effetto non dovrebbe essere molto notabile, quando si trattasse d' una luce assai grande, non potendo allora l' acqua trattenuta dal soffregamento avere gran proporzione a tutta l' acqua che uscirebbe per una tal luce.

Supposta intanto la verità di tale asserzione, cioè, che ne' fori delle sponde de' vasi ciascuna parte dell' acqua abbia al suo uscire la velocità in ragione dimidiata dell' altezza perpendicolare della superficie di quella che stagna nel vaso sopra quel punto onde ella esce, è manifesto che la massima velocità converrà a quelle parti che usciranno dal fondo di tale apertura (la quale a maggior facilità si supporrà di figura rettangola) e la minima a quelle che sgorgheranno dalla sommità di essa, onde nel sito di mezzo dee darsi un punto (o piuttosto una linea orizzontale) a cui convenga una velocità mezzana fra tutte quelle che

competono alle diverse parti di tutta l' apertura, di manierachè se tutta l' acqua che per essa si scarica uscisse colla detta velocità mezzana, tanta appunto ne uscirebbe, quanta è quella che esce colle dette velocità diverse; e questa si chiama *velocità media* di quella apertura o luce, e il punto, a cui s' intende competere tale velocità, chiamasi *centro della velocità*. Il nostro Autore nel suo Trattato della misura delle acque correnti, e il P. Abate Grandi nel suo del Movimento delle acque hanno insegnato il modo di determinare geometricamente il sito del punto predetto, il quale è diverso secondo le varie altezze dell' acqua. nè mai cade precisamente nel mezzo dell' altezza della luce, ma più vicino alle sommità di essa che al fondo. Da ciò siegue, che se nella sponda verticale d' un vaso sarà una luce, da cui si faccia uscir l' acqua sotto diverse altezze permanenti della superficie di quella che stagna nel vaso, le velocità medie saranno in ragione dimezzata delle altezze della detta superficie sopra il centro di velocità di quella luce, e nella medesima ragione saranno eziandio le quantità d' acqua che ne usciranno in tempi eguali.

Sono stati alcuni che hanno messo in dubbio, se queste regole intorno alle velocità abbiano luogo anche nel caso che la sommità della apertura fosse precisamente all' altezza della superficie dell' acqua che si contiene nel vaso (nel qual supposto è chiaro che la velocità della parte suprema che si presenta all' apertura, cioè quella della superficie dell' acqua del vaso dee esser nulla), e però hanno preteso non potersi le regole finora addotte applicare alle luci o sezioni, onde i fiumi escono dalle loro vasche, mentre per lo più tali emissarj sono aperti superiormente a tutta altezza, o anco sopra l' altezza della superficie dell' acqua che è nella vasca. Non si saprebbe tuttavia immaginare sopra di che fosse appoggiato un tal dubbio, anzi ciò pare contrario all' uniformità delle leggi della natura. Mentre se intenderemo che una luce di costante grandezza si vada di mano in mano alzando e accostando alla superficie dell' acqua del vaso, le velocità medie di essa serberanno sempre un certo ordine, che si potrà esprimere colle applicate di una curva tirate sempre per la

sommità della luce, e che abbiano per ascisse le distanze di essa dalla detta superficie, onde strano sarebbe che in quell' ultimo punto, in cui la sommità predetta arriva ad uguagliarsi alla superficie, si cangiasse regola, e che l' applicata, la quale passerebbe per quel punto, non esprimesse anch' essa la velocità media che risponde a tal situazione. Nè si può addurre in contrario l' esperienza del vedersi in tal caso movere la superficie, che pure non dovrebbe moversi, perocchè, come altrove spiega l' Autore, ciò ragionevolmente si può attribuire all' imperfezione della fluidità dell' acqua, le cui parti hanno qualche adesione fra loro, onde le inferiori movendosi strascinano seco le superiori. Anzi l' esperienza appunto pare che stia a favore della dottrina finora spiegata, mentre fra quelle che il Signor marchese Poleni nel suo libro *de Motu acquae mixto* all' articolo 56 riferisce di aver fatte in un vaso, da cui usciva l' acqua per un taglio rettangolare aperto nella sponda fino alla sommità del vaso, alcune ve ne hanno, nelle quali essendo varia l' altezza dell' acqua entro il vaso, ebbe campo di dedurre la proporzione della velocità media, e questa asserisce aver trovata appunto in ragione dimidiata delle altezze. Tale sperienza serve anco in parte a togliere l' altro scrupolo accennato di sopra intorno alla proporzione delle velocità de' diversi punti d' una medesima luce, e solo resterebbe che si replicassero nelle luci totalmente sommerse sotto l' acqua nel modo indicato.

Egli è ben vero che nell' applicare agli emissarj, onde escono i fiumi, ciò che si è detto delle velocità delle semplici aperture fatte nelle sponde de' vasi, vi ponno essere altri capi di difficultà non disprezzabili; ma di ciò non è questo il luogo di trattare, riserbandoci di farlo più opportunamente nelle annotazioni al capo 4.

CAPITOLO II.

Dell' Origine de' Fonti naturali.

Noi vediamo per esperienza che dalla superficie della Terra scaturiscono in molti luoghi le Acque, altre delle quali stanno racchiuse in luoghi o cavità particolari che si chiamano Vasche o Catini; ed altre sormontando le sponde di essi, s' incamminano a qualche parte, o perdendosi dentro poco spazio nel terreno se esse sono scarse, o pure incamminandosi all' unione di altre simili se sono più abbondanti, dalla qual unione se ne formano Ruscelli, e da questi insieme uniti i Fiumi. Quindi non sarà fuori di proposito ricercare l' origine di quest' acque che si chiamano Sorgenti o Fonti, e dedurne l' origine de' Fiumi, per fondamento delle susseguenti considerazioni.

Sopra questa materia hanno i Filosofi diversamente congietturato, poichè altri hanno creduto che i Fonti abbiano origine dalle sole acque piovane; ed altri, che il Mare sia quello che somministri la materia a queste Scaturigini. I Signori dell' Accademia Reale delle Scienze, instituita a Parigi da Luigi il Grande, hanno fatte moltissime osservazioni per decidere simile questione, e seguitando l' avviso del P. Cabeo e del Wreno, hanno cercato i Signori Perault, Mariotte, Sedileau e de la Hire di

assicurarsi della quantità dell' acqua che cade dal cielo in un anno, siasi in pioggia o in neve, per paragonarla dipoi a quella che corre dentro gli Alvei de' Fiumi al Mare; ed osservando gli ultimi due, farsi anche una grande evaporazione tanto dall' acqua medesima, quanto dalla terra bagnata, hanno nello stesso tempo osservata la quantità dell' acqua ch' è svaporata negli anni medesimi.

(Ann. I.) Il Sig. Mariotte fece fare da un suo amico l' osservazione a Dijon, e da essa determinò che la quantità dell' acqua caduta in un anno fosse di oncie 17 di altezza; il Sig. Perault l' osservò 19 in circa, con che s' accordano gli esperimenti replicati delli Signori Sedileau e de la Hire, computando un anno per l' altro; poichè nell' anno 1689 l' acqua delle piogge fu quasi oncie 19, nel 1690 oncie 23, nel 1691 oncie $14 \frac{1}{2}$, e nel 1692 oncie $22 \frac{1}{2}$.

(Ann. II.) Ma quello che vi è di più considerabile, si è che la quantità dell' acqua svaporata sopravanza di gran lunga quella delle piogge, determinandola il Sig. Sedileau oncie $32 \frac{1}{2}$ per anno; ond' è che (Ann. III.) sebbene dalla terra bagnata non isvapora tant' acqua, quanta dall' acqua sola, nulladimeno non si può assai accertare che l' acqua piovana basti per mantenere tutti i Fiumi, senza l' ajuto di quella del Mare. (Ann. IV.) Il medesimo Sig. Sedileau, nelle *Memorie dell' Accademia Regia dell' Anno* 1693, servendosi della portata di diversi Fiumi, determinata, per

estimazione in proporzione del Po, dal P. Riccioli al Lib. 10 della sua *Geografia Riformata*, calcola che molto più acqua sia portata da' Fiumi dell' Inghilterra, dell' Irlanda e della Spagna al Mare, di quella possano provvedere le piogge, senza considerare la copia dell' evaporazione che succede in un anno in tutta l' ampiezza di que' Regni, il che cagionerebbe tanto maggior differenza: ed abbenchè ragionevolmente si possa credere, attesa la difficoltà che porta seco la misura dell' acque correnti, non assai ben conosciuta al tempo che vivea detto Padre, che le di lui estimazioni siano molto lontane dal vero (tanto più che i Fiumi non portano sempre ugual corpo d' acqua in tutto il tempo dell' anno, ed è assai difficile il trovarne il mezzo aritmetico), nulladimeno non può essere tanto il divario, considerata che sia l' evaporazione ec., che resti alterata la verità della conseguenza che egli ne deduce. (Ann. V.) S' aggiunge che molti sono i Fonti che sensibilmente non s' alterano dall' estate all' inverno, o almeno non a proporzione della quantità delle piogge che cadono; e che altri sono situati nelle cime de' monti altissimi, e scaricano in tutto l' anno copia d' acqua molto maggiore di quella che ne' siti più alti di quel contorno cada dal cielo, come mi asserì di avere osservato nelle Alpi, due anni sono, nel suo ritorno in Italia il Sig. Gio. Domenico Cassini (Soggetto il cui solo nome vale per un elogio intero) ed io pure ho veduto in diversi luoghi, e particolarmente nelle montagne che dividono

lo Stato di Milano da quello de' Svizzeri e Valesani. Si trovano anche diverse Fontane che ne' tempi più secchi dell' estate profondono l' acqua in maggior abbondanza che ne' piovosi e nell' inverno; (Ann. VI.) oltre che si sa che l' acqua delle piogge e delle nevi non s' insinua regolarmente che pochi piedi sotto la superficie della terra, scorrendone una gran parte duranti le piogge più impetuose, ed il gran disfacimento delle nevi per lo declive de' monti e per lo dolce pendio delle pianure, senza entrare in minima parte dentro de' pori della terra.

Non si può pertanto negare che le acque piovane non contribuiscano molto a far accrescere quella delle Sorgenti; poichè manifestamente si vede che ne' tempi più aridi molte di esse s' illanguidiscono, ed al contrario delle piogge ricevono nutrimento e vigore; quindi è che le acque de' Fonti medicinali nelle stagioni piovose perdono o sminuiscono la loro virtù, anzi in vece di essere profittevoli si rendono nocive; (Ann. VII.) ma che l' acqua tutta de' Fonti non riconosca altra origine che dal cielo; questo è quello che non pare s' accordi assai bene, nè colla ragione, nè coll' esperienza non solo per li motivi sopra addotti, ma per altri molti che portano l' Erbinio nel libro eruditissimo *de Cataractis*, ed il dottissimo Sig. Bernardino Ramazzini nel suo giudiciosissimo Trattato *De Fontium Mutinensium admiranda scaturigine.*

Quelli poi che hanno pensato derivare i Fonti dal Mare, non si sono punto accordati

nel descrivere la maniera con che le acque marine ascendano alle cime de' monti; poichè (Ann. VIII.) altri credendo che la superficie del Mare sia più alta di qualsivoglia altissimo monte, hanno detto ciò farsi per la sola legge dell' equilibrio; ma vacilla il supposto, come ripugnante alla ragione ed al senso. Altri hanno indotta una circolazione perenne comandata da Dio nella creazione dell' Universo; il che si ammette, ma per non crederla un perpetuo miracolo è d' uopo cercare la causa che la promuove e mantiene; onde è che alcuni hanno avuto ricorso ad una facoltà attrattiva della Terra, per mezzo della quale sian tirate le acque dal basso all' alto; ma questa, oltre l' essere impercettibile, non si vede per qual motivo debba cessare nel permettere che fa il corso dell' acque per gli Alvei che le portano al basso. Altri perciò hanno posta in campo una forza di pulsione fatta da' flutti e reciprocazioni dell' acque sotterranee, o da' venti racchiusi e compressi nelle caverne de' monti alla maniera che si formano le Fontane pneumatiche; ma queste cagioni non sembrano di tanta energia quanto basta per ispingere l' acqua sino a quella misura alla quale in fatti sono elevate le cime di alcuni monti sopra la superficie del Mare.

(Ann. IX.) Ha l' ingegnosissimo Descartes apportata un' opinione, forse la più probabile e la più prossima al vero: suppone egli che la Terra sia presso che tutta cavernosa principalmente nelle viscere de' monti (proposizione che non ammette dubbio veruno, tanti sono i riscontri che se n' hanno nell' osservazioni

della terra). Che di dette concavità le più basse abbiano commercio, o mediato o immediato, col Mare; cioè a dire che il Mare vi si porti dentro senza alcun ostacolo e senza mutare la qualità delle sue acque; o pure che queste passando per qualche istmo intermedio di sabbia, o di ghiara, o di argilla, o di tufo, depongano le materie eterogenee ne' loro colatoi, ed entrino più purgate e più pure nelle cavità della terra: è poi certo che questa possiede nelle sue viscere un calore assai sensibile (sia esso originato o da' fuochi sotterranei o d' altronde, poco importa) in maniera che molte volte si vedono scaturire dalla terra acque così calde che non ponno essere tollerate dalla mano; siccome dunque si vede agire il calore del sole nelle acque che si trovano sopra la terra o nella di lei ultima crosta, sminuzzandole in vapori, e facendole ascendere ad una considerabile altezza nell' aria; così egli è probabile che il calore interno della terra faccia svaporare le acque contenute nelle caverne inferiori, e che i vapori a poco a poco ascendano, sinchè o sminuendosi l' azione del calore o conglomerandosi ed unendosi a forza di un resistente (quale è creduta comunemente la densità e freddezza de' sassi) degenerino in gocce, e vadano a colare in qualche ricettacolo, dal quale finalmente per le vene della terra si portino alle proprie scaturigini. In questo passaggio non è difficile a comprendersi che i ricettacoli superiori, cioè più vicini alla superficie della terra, possano altresì ricevere l' acque delle piogge e delle nevi insinuate, sì

per li meati delle terre più porose, sì per le fissure de' sassi che servono di fondamento al terreno; onde quanto sono più frequenti e copiose le piogge, tanto più cresce l' acqua ne' ricettacoli superiori della terra, che più in conseguenza ne somministrano a' Fonti. Questi recipienti ponno essere o uno o molti per grado disposti nelle loro altezze; e non solo si ponno intendere per cavità o vasi che contengano qualche copia d' acqua unita, ed ammassata in un luogo medesimo; ma anche per una sostanza terrea e porosa che s' imbeva, riceva e tramandi gli umori acquosi, o per nuova esalazione alle parti più alte, o pure per insinuazione alle parti più libere o vote, o aperte all' aria, come sono le vasche o crateri delle Fontane; il che posto, non credo che possa immaginarsi alcuno accidente circa la natura delle Sorgenti, che non si possa esattissimamente con la predetta supposizione spiegare; onde intieramente acquietandoci in essa passeremo a dedurne l' origine de' Fiumi.

Egli è certo che tutta l' acqua che corre dentro gli alvei de' Fiumi, ha origine immediata o da' Fonti, o dalle nevi liquefatte, o dalle piogge. Sotto nome di Fonti in questo luogo comprendo anche i Laghi, Stagni o Paludi, se queste non abbiano il loro essere dall' influsso de' Fiumi o Rigagnoli o altr' acque sopraterranee, ma bensì dalle sole Sorgenti; e la ragione si è, che o il Lago è effetto di una Sorgente sola, ed in tal caso non è egli altro che la gran vasca d' una Sorgente, o pure riceve l' acqua da più di esse, ed allora

diventa una vasca sola comune a più Fonti; ed abbenchè vi siano de' Laghi che riconoscano la loro manutenzione da più cause, cioè e dalle Sorgenti e dagl' influssi di altre acque sopraterranee, ed immediatamente dalle piogge medesime; nulladimeno sussiste sempre che i Fiumi tutti da qualcheduno de' tre principj sopra memorati derivino. Rare volte s' incontra che da una sola Fonte nasca un Fiume considerabile, ma frequentemente e per lo più s' ingrossano i Fiumi per lo tributo che ricevono d' altri Rivoli, che da una parte e dall' altra dentro vi corrono, e nel progresso anche dall' influsso di altri Fiumi per un singolare artificio della Natura, che ne manda molti ad unirsi insieme, acciò più facilmente possano scorrere al loro termine, come a suo luogo si dirà.

Secondo le diverse circostanze, ora comunicano i Fiumi per li pori della terra una porzione dell' acque proprie alle parti vicine; ora da queste per la medesima strada ricevono qualche piccolo tributo, vedendosi molte volte uscire dalle sponde de' Fiumi minutissimi zampilli di acqua, e ciò succede ne' casi che la superficie de' fiumi sia più bassa notabilmente che 'l piano del terreno contiguo, e che questo sia ben pregno d' umore somministrato o dalle piogge o d' altronde; nè v' ha dubbio che il fondo de' Fiumi se è di sostanza penetrabile dall' acqua, secondo la diversa altezza del di lei corpo che sostiene, non ne riceva in qualche abbondanza, e che la trasmetta a poco a poco lungo l' andamento del Fiume medesimo

al Mare; poichè egli è certo che ne' fiumi temporanei, i quali l' estate lasciano vedere il loro fondo asciutto, ogni poco di fossa che si scavi diventa una sorgente; e scavandone molte, queste hanno la loro superficie disposta in una certa pendenza paralella a quella che gode l' alveo del fiume; segno evidente di qualche corso sotterraneo. Molto più è manifesto il corso de' fiumi sotterranei, quando in tutto o in parte essi si precipitano nelle voragini che incontrano, e dopo qualche tratto di nuovo escono alla luce; poichè di questi egli è certo che trovano sotto terra alvei e laghi, per li quali si portano al luogo del nuovo sboccamento. Per fine non si può negare che i fiumi non ricevano anche l' acque delle piogge che dentro vi cadono; perchè siccome da queste si accresce l'acqua ne' laghi, ne' stagni e nel Mare, così niuna ragione vuole che le medesime non somministrino anche qualche debole alimento al corso de' fiumi.

ANNOTAZIONI
AL CAPITOLO II.

ANNOTAZIONE I.

(Al § *Il Sig. Mariotte*)

Il Sig. Mariotte fece fare . . . . l'osservazione a Dijon, e da essa determinò che la quantità dell'acqua caduta in un anno fosse di once 17 d'altezza.

Queste osservazioni sono poi state continuate in Parigi da diversi altri della Accademia Reale delle Scienze, cioè, oltre i Sig. Perault, Sedileau e de la Hire, che qui sono nominati, anco da' Sig. Maraldi zio e nipote, e da quest'ultimo tuttavia si vanno proseguendo, e l'esperienza di molti anni ha mostrato che la quantità dell'acqua che piove colà un anno per l'altro, torna in once 19, o piuttosto in questi ultimi anni in 18 in circa del piede di Parigi. Ma essendosi fatte altre simili sperienze in altri luoghi della Francia, non si è trovato che rispondano troppo bene a questa misura, anzi quasi per tutto notabilmente crescono sopra di essa. Avvertì già il Sig. de la Hire nelle memorie della stessa Accademia del 1710 col paragone da lui fatto delle misure prese a S. Malò, a Lione, ed altrove, che ne' luoghi più prossimi, o al mare, o al monte, piove assai più che a Parigi, la cui situazione è come nel mezzo fra il monte ed il mare, di maniera che la detta altezza di once 18 o 19, si dee riputare piuttosto la minima che la mezzana tra quelle che nella Francia sono state osservate.

Molto più di pioggia è stato trovato cader nell'Italia, la quale per essere secondo la sua lunghezza bagnata da due mari poco fra loro distanti, ed oltre ciò spartita per lo lungo, e poi anco chiusa e terminata

da altissime montagne, dee per l' uno e per l' altro titolo abbondare di piogge più della Francia. Per le sperienze continuate molti anni in Pisa dal Sig. Tilli, egregio professore in quello studio, le piogge si alzano ivi ragguagliatamente a 33 once, e in Livorno a 35 once della stessa misura del piede regio di Parigi. Molto maggiore è stata rinvenuta tal quantità in Modena dal celebre Sig Domenico Corradi Matematico di S. A. Serenissima, risultando dalle sue osservazioni di 10 anni, cioè dal 1715 al 1724, once 47 e 9 linee per ciascun anno, e nella provincia montuosa di Carfagnana al forno Volastro l' altezza riesce anco assai maggiore e quasi doppia di questa, cioè once 92 e linee 2, secondo che egli medesimo ha dedotto dalle misure ivi prese negli anni 1715 e 1716, comecchè questi due anni fossero de' più scarsi d' acqua.

Fra le montagne colle quali confina a Settentrione l' Italia, cioè nell' Elvezia, il dottissimo Sig. Scheuchzer misurò a Zurigo le piogge dell' anno 1700, di once 32, linee 6 e mez., nel qual anno a Parigi non furono che once 21, linee 9 e mez. In Bologna ne abbiamo le osservazioni di 14 anni dal 1723 al 1736 fatte insieme con quelle de' barometri, de' termometri, de' venti e delle meteore con esattezza e giudicio incomparabile dal Sig. Jacopo Bartolomeo Beccari, uno de' maggiori ornamenti di questa Università e di questo Istituto delle Scienze, per le quali osservazioni si trova essere piovuto ragguagliatamente once 26, linee 4, sempre della predetta misura. Finalmente in Padova l' altezza delle piogge si accorda a un dipresso con quelle di Parigi, per quanto leggo in una annotazione annessa al libro dell' Origine delle fontane del Sig. Vallisneri a carte 270, ove tal notizia si dice ricavata dal Sig. Marchese Poleni insigne matematico di quella famosa Università.

ANNOTAZIONE II.

(Al § suddetto *Il Sig. Mariotte*)

Ma quello che vi è di più considerabile si è, che la quantità dell' acqua svaporata sopravanza di gran lunga quella delle piogge, determinandola il Sig. Sedileau di once 32 e mez. per anno.

Anche questa ricerca rispetto all' evaporazione dell' acqua del mare è stata proseguita dall' acutissimo filosofo il Sig. Halley con esatte esperienze riferite al num. 189 delle Transazioni della Società Regia d' Inghilterra. Avendo egli ridotta l' acqua di un vaso a quel grado di salsedine che ha l' acqua marina; e fattale concepire quella temperie che presso di noi ha l' aria nel tempo della più calda estate (dell' uno e dell' altro si accertò egli con somma industria ed accuratezza) trovò che nello spazio di due ore avea scemato tanto del primiero peso quanto in quel vaso rispondeva in altezza alla parte trigesima quinta di un dito del piede di Londra, la qual misura gli piacque tuttavia di ridurre al solo sessantesimo di un dito, credo per adattarla ad un grado di calore estivo minore del massimo; il che nello spazio di 12 ore monta alla decima parte di un dito della detta misura; e però figurando che in tempo di notte niente affatto si svapori dal mare, nè mettendo eziandio in conto quell' evaporazione che succede nelle prime e nelle ultime ore del giorno (lungo in questi climi l' estate assai più di ore 12) si può esser certo che la detta quantità della decima parte d' un dito di Londra sia anzi meno, che più, di tutta l' evaporazione del mare in un giorno estivo, che sarebbe in ragione di 9 dita di Londra, cioè di once 8 e mez. del piede di Parigi in tutto il corso de' tre mesi d' estate. A questa quantità si dee aggiugner quella che svapora nelle altre stagioni dell' anno, che pur è qualche cosa, e quell' altra molto maggiore, che non dal caldo dell' aria, ma dal vento vien sollevata, e di cui troppo difficile sarebbe fare esperimento; ma quanto grande ella sia, si può raccorre dalla comune osservazione, per cui veggiamo come sollecitamente per poco di vento che spiri, si rasciughino i panni bagnati esposti all' aria aperta; e questa ha luogo (particolarmente sopra il mare) in ogni stagione dell' anno, nè più il giorno che la notte; onde chi ne supponesse l' effetto in capo dell' anno doppio di quello del semplice calore, non potrebbe, a mio credere, essere tacciato di peccare in eccesso. E però ben ponderando il tutto si troverà che le once 32 e mez. tassate dal Sig. Sedileau non si debbono giudicare soverchie. Egli è ben vero che quella parte di evaporazione

che dipende dal calore non si può supporre eguale in ogni tratto di mare, perciocchè il calore estivo non è per tutto di eguale intensione, onde qui ancora, come nelle piogge, si vuole avere riguardo alla diversità de' luoghi. Ma essendosi in queste sperienze preso per norma quel grado che conviene alla nostra zona temperata non si potrebbe errar di molto, considerando la misura ritrovata dell' evaporazione, come universale per tutti i mari, comecchè il Sig. Halley a maggior sicurezza non se ne vaglia per ricavarne alcuna conseguenza, fuor che nel solo mare Mediterraneo.

ANNOTAZIONE III.

(Al medesimo § *Il Sig. Mariotte*)

Sebbene dalla terra bagnata non isvapora tant' acqua, quanta dall' acqua sola, nulladimeno non si può assai accertare che l' acqua piovana basti per mantener tutti i fiumi senza l' ajuto di quella del mare.

Di molto momento è questa riflessione dell'Autore sopra l' acqua che svapora dalla terra dopo le piogge, per non prender abbaglio in que' calcoli per mezzo de' quali si cerca se le sole piogge bastino per fornire a' fiumi tutta l' acqua che essi portano in un tal tempo, come v. g. in un anno. Certamente si può dare, e si dà spesse volte, e specialmente nelle stagioni alquanto calde, e quando la terra è assai sitibonda d' umore, che dopo le piogge, buona parte di quella che è caduta sopra terra si rialzi ben tosto in vapori, e costipata di nuovo in nubi ricada in piogge, nè ciò una sola, ma due, tre, e più volte di seguito, e ciò visibilmente si scorge fra le montagne, sopra le quali si alzano a piombo, come delle fumate, che ne inviluppano le sommità, e si sciolgono ben tosto in acqua, onde comunemente si prendono per presagio di vicina pioggia; e qualche cosa di simile avviene anco nelle pianure, quando le piogge si vanno alternando colle nebbie, la cui materia ben si comprende talvolta non essere portata altronde, ma rinascere e sollevarsi dall' istessa terra, su cui è piovuto; e comecchè non sia possibile determinare quanta parte di acqua sia quella che in ciascuno di tali casi torna a

cangiarsi in vapori, e quanta quella che è restata fra le vene della terra a poter dare alimento alle sorgenti de' fiumi, egli pare tuttavia che quella prima non possa essere sì poca cosa, vedendosi in tali occasioni che dopo larghe piogge ne sieguono altre quasi egualmente dirotte. Converrebbe dunque sapere la quantità dell' acqua svaporata, e diffalcarla da tutta quella che è piovuta per accertarsi di non mettere due, e tre, e forse dieci, e più volte una medesima quantità d' acqua nel conto di quella che può servire alle fontane naturali.

Sarebbe oltre ciò da detrarre dall'acqua delle piogge quella che passa in nutrimento delle piante, poca secondo alcuni, ma non così poca secondo altri, giacchè nè pur questa concorre ad ingrossar le sorgenti. Nè si può sfuggire tal necessità col motivo, che questa ancora nel traspirare che fanno le piante, torni a ridursi in vapori, e finalmente in piogge, perocchè sempre ha luogo il discorso poc' anzi fatto, di non doversi mettere di bel nuovo a calcolo dell' entrata ne' fiumi ciò che una volta vi è stato messo.

ANNOTAZIONE IV.

(Al suddetto § *Il Sig. Mariotte*)

Il medesimo Sig. Sedileau .... servendosi della portata di diversi fiumi determinata per estimazione .... dal P. Riccioli .... calcola che molto più di acqua sia portata da' fiumi dell' Inghilterra, dell' Irlanda e della Spagna al mare, di quella possano provvedere le piogge, senza considerare l' evaporazione che succede in un anno in tutta l' ampiezza di que' Regni ec.

Tutto il contrario di quello che parve al Sig. Sedileau era paruto al Sig. Mariotte nel paragonar che fece (parte 1 discorso 2) la portata del fiume Senna da lui medesimo stabilita, colla quantità della pioggia che cade in un anno sopra tutto il terreno, da cui quel fiume riceve le acque (la qual pioggia suppose di once 15, con tutto che sia di 18 o 19) avendo egli calcolata la misura di questa più di sei volte maggiore dell' acqua che porta il fiume; d' onde conchiude, che quando la

terza parte delle piogge esalasse in vapori immediatamente dopo essere caduta, e la metà del rimanente restasse imbevuta tra le parti superficiali della terra per mantenerla umida, e solo il di più penetrasse al di dentro per passar quindi per occulti canali ad alimentar le sorgenti, ve ne sarebbe di soverchio per somministrare a' fiumi tutta quell' acqua che realmente scorre per essi.

La gran differenza tra le conseguenze ricavate da questi due celebri uomini intorno a tal particolare proviene più che da altro dalle diverse supposizioni che essi hanno seguite nel calcolare la quantità dell' acqua portata da' fiumi in un anno, e questo è veramente ciò, in che consiste la massima difficultà della presente ricerca. Tal difficultà si può dire che abbia due capi principali. Il primo è nel giudicare della velocità assoluta di un fiume, notizia che è indispensabilmente necessaria, oltre quella della larghezza e profondità, per dedurne la misura dell' acqua ch' egli porta. Quand' anco si potesse sapere la velocità della superficie nel filone, non vi è alcuna regola ben certa per dedurne quella o sia delle parti laterali della stessa superficie, o sia delle interne sotto di essa; e volendosi ancora seguire intorno a ciò le ipotesi del nostro Autore, già si è accennato nel capo primo, e si vedrà di nuovo nel quarto e nel settimo, niente potersi sapere di preciso, per ciò che riguarda le velocità assolute, sì, perchè i numeri della tavola che egli dà per trovarle, non sono sicuri se non in quanto giusta è la proporzione per essi indicata, sì anche, perchè troppo si può errare adattando alle sezioni de' fiumi naturali, impediti per lo più da tanti ostacoli, le misure delle velocità calcolate per le acque che scorrono libere da ogni resistenza. Che se pur si stimasse poterne venire a capo per mezzo delle osservazioni attuali delle velocità delle diverse parti dell' acqua d' una sezione, dedotte dalle deviazioni dal perpendicolo de' pendoli sommersi nell' acqua, qui ancora per rilevare la misura assoluta delle velocità conviene valersi di teoremi non bene accertati, e la stessa pratica di tal metodo richiederebbe un gran numero di osservazioni difficili, e soggette a diverse fallacie, come si vedrà nell' annotazione 12 del capo 7.

L' altro capo di difficultà nasce dalla diversità degli

stati del fiume in diversi tempi dell' anno, attesa la quale, quand' anco si sapesse la portata di esso in qualche stato, come, a cagion d' esempio, nelle massime piene, ciò non bastarebbe se non si cercasse anco negli altri stati, perocchè in ciascuno di essi, oltre l' altezza e la larghezza, si può eziandio cangiare la velocità; e quello che forse è più difficile, converrebbe in oltre tener conto quanta parte dell' anno soglia mantenersi il fiume in ciascuno di que' diversi stati per trovare quel mezzo aritmetico che qui accenna l' Autore, non servendo il prendere una portata mezzana fra le estreme, se non si ha eziandio riguardo alla diversa durata di ciascuno degli stati predetti; e forse da questa più che da altra cagione dipende la gran differenza fra' predetti calcoli.

Ove poi la quantità d' acqua che un fiume scarica in un anno fosse ben certa, per paragonarla colla quantità osservata delle piogge cadute parimente in un anno, soprattutto quel tratto di terra che o tramanda acqua nel fiume per mezzo de' torrenti, o potrebbe tramandarvela a poco a poco, ricettandola intanto nelle vasche, onde sgorgano le fontane (tratto non così facile a determinarsi, massimamente a riguardo di queste ultime) converrebbe prima fare un altro ragguaglio delle diverse altezze alle quali montano le piogge nella parte piana, nella montuosa e nella marittima del detto tratto, con aver riguardo eziandio all' estensione di ciascuna di queste parti; e dopo ciò darvi un diffalco per conto di quell' acqua che svapora dalla terra umida, e di quella che va in alimento delle piante, come nella precedente annotazione si è veduto, il qual diffalco è estremamente difficile a farsi, nè io saprei alcun modo di accertarlo, neppure prossimamente.

Da tutto ciò si può inferire quanto sia difficile il decidere questa celebre quistione anco rispetto a un solo fiume, non che a tutti i fiumi del mondo; e quanto sieno lontani dall'evidenza, che alcuni hanno pretesa, i giudicj che ne sono stati dati ora per l' una, ora per l' altra parte; se pure non si vuol ammettere per evidente un calcolo, per cui si conchiuda che una certa quantità d'acqua che non ben sappiamo, detrattane un'altra che assolutamente non sappiamo, sia eguale, o maggiore o minore d' un' altra che sappiamo anche meno di quelle.

Egli è ben vero che nelle osservazioni che si fanno della quantità dell' acqua che piove non si tiene, nè si può tener conto se non di quello che ne' luoghi comunemente abitati dagli uomini va cadendo in forma d' acqua, di neve, di gragnuola, di brina, e al più di rugiada; ma oltre questa, avvertì già il Sig. Halley, e dopo esso il Sig. Jurin nella sua appendice alla Geografia del Varenio cap. 16 prop. 5, che nelle più alte cime de' monti può spesse volte adunarsi gran quantità di vapori fin colà sollevati da venti, e disciogliersi in piogge, le quali altrove non vengono osservate; e queste penetrando tra le fenditure della terra, e nelle cavità di essa ponno somministrare materia per le fontane, le quali appunto tutte, o quasi tutte dalla montagna si veggono scaturire. L' istessa nebbia che sì spesse volte inviluppa alcuni monti, e sopra di essi si posa per giorni, e per mesi interi, ancorchè altrove l' aria sia perfettamente purgata, pare che persuada dovere restar ivi la terra quasi perpetuamente imbevuta di quelle minute stille che poi si adunano in forma di gocce. Di queste racconta il Sig. Halley avere osservata tal copia in tempo di notte nell' isola di S. Elena, e sopra un monticello non molto elevato, che nello spazio di 7 o 8 minuti ne rimanessero appannati i vetri de' telescopj, de' quali si serviva per le osservazioni celesti, e inzuppate le carte su cui le notava. Ben potrebbe darsi che coteste, per così dire, occulte e quasi perenni piogge sopra i monti supplissero a ciò che per avventura si trovasse mancare alla somma di quelle che ne' luoghi abitati si osservano e si raccolgono per pareggiar la portata de' fiumi.

ANNOTAZIONE V.

(Al medesimo § *Il Sig. Mariotte*)

S' aggiugne, che molti sono i fonti che sensibilmente non si alterano dall' estate all' inverno . . . e che altri sono situati nelle cime de' monti altissimi, e scaricano in tutto l' anno copia d' acqua molto maggiore di quella che ne' siti più alti di quel contorno cada dal cielo.

La considerazione poc' anzi fatta dell' alimento quasi

perpetuo che tra le montagne ponno ricevere i fonti naturali da' vapori sciolti in gocciole o alle cime, o alle falde di esse, può forse servir di risposta ad amendue le difficultà che qui si muovono dall'Autore. Quando ciò non paresse bastare, molte altre risposte si ponno vedere nella lezione accademica del Sig. Vallisneri sopra l'Origine delle fontane, nelle note che lo stesso chiarissimo Autore vi aggiunse, e nelle altre scritture appartenenti all'istessa materia che si trovano unite alla detta lezione, e stampate in Venezia del 1726, e specialmente nelle sensatissime annotazioni dell'Anonimo che cominciano a carte 243; le quali scritture tutte finiscono di mettere in ottimo lume l'opinione oggimai più comune tra' filosofi, e che confesso sembrare a me ancora la più probabile, che l'origine de' fonti si debba riconoscere da quell'umore che cade da alto sopra la terra, senza che faccia uopo d'immaginare altre occulte strade, nè altri difficili meccanismi, per li quali le acque del mare si sollevino per entro le viscere della terra fino alle cime delle montagne. Per quello specialmente che riguarda lo scaturire d'alcuni fonti dalle cime predette, osserva il Sig. Vallisneri non darsi mai un tal caso, se non dove in non molta distanza si trovino altri monti più elevati di quello onde escono tali sorgenti; e però pensa che le acque cadute sopra que' luoghi più alti, siano quelle che le alimentino; facendosi strada a giugnervi sopra quegli strati di pietra, di tufo, di creta, o d'altra simil materia impenetrabile all'acqua, che il Sig. Scheuchzero, e il Sig. Vallisneri stesso con altri hanno osservato trovarsi quasi sempre nell'interna struttura de' monti, e che spesso piegandosi e inarcandosi da un monte all'altro, ponno prestare ufficio come di tanti sifoni per far risalire le acque predette: spiegazione certamente ingegnosa tuttavolta che tali strati si trovino di qua e di là fiancheggiati per lo lungo, e chiusi come da due sponde di simil materia non penetrabile dall'acqua, sicchè essa non possa gemere, nè trapelar fuori lateralmente dalle parti più basse di tali sifoni, ma debba per necessità rimontare per essi allo insù per andarsi ad equilibrare colla sua origine.

ANNOTAZIONE VI.

(Al medesimo § *Il signor Mariotte*)

Oltre di che si sa che l' acqua delle piogge e delle nevi non s' interna regolarmente che pochi piedi sotto la superficie della terra.

Anche questa difficultà resta tolta di mezzo nel detto libro, e particolarmente nelle annotazioni dell' Anonimo a carte 291 e seguenti, ove si portano diverse sperienze le quali convincono penetrare l' acqua entro la terra ad incredibili profondità, essendovi fra' terreni non coltivati fenditure e canali che cominciano presso la superficie, e s' internano molto addentro, al contrario di quel che accade nella terra rimossa e spianata de' campi, di cui solamente la crosta s' imbeve d' umore a poca grossezza.

ANNOTAZIONE VII.

(Al § *Non si può*)

Ma che l' acqua tutta de' fonti non riconosca altra origine che dal Cielo, questo è quello che non pare s' accordi assai bene, nè colla ragione nè coll' esperienza, non solo per li motivi addotti, ma per altri molti ec.

A tutti questi motivi parmi che sia stato bastantemente risposto nel detto libro, a cui perciò rimetto chi più brama in tal proposito. Soprattutto stimo che debba fare gran forza, che essendo già fuor di dubbio che le piogge, le nevi e tutto il rimanente dell' acqua che cade da alto ha qualche parte, anzi ha grandissima parte nell' origine delle fontane, non par ragionevole il non voler riconoscere eziandio tutto il rimanente dalla medesima cagione, almeno finchè non resti positivamente dimostrato che essa non basti a mantenere quella quantità intera d' acqua che i fiumi portano, il che per le cose dette troppo è difficile da ridurre a calcolo.

ANNOTAZIONE VIII.

(Al § *Quello poi*)

Altri credendo che la superficie del mare sia più alta di qualsivoglia monte, hanno detto ciò farsi per la sola ragione dell' equilibrio.

Che la superficie del mare sia più alta de' monti può esser caduto in pensiero a chi non essendo istrutto de' principj della geografia non distingue fra un piano tangente la terra, e una superficie veramente orizzontale, cioè concentrica alla terra. Ma che ciò non ostante le acque del mare possano salire fino alle cime de' monti per la sola forza dell' equilibrio, è stata un' ingegnosa riflessione d' uno de' più insigni filosofi e matematici del nostro secolo, il Sig. Giovanni Bernulli. Considerando egli che l' acqua dolce è più leggera della salsa, argomenta che ove nel profondo del mare l' acqua deponesse come in un colatojo quel sale con cui intimamente è mescolata, onde passando dolce per li pori della terra, e penetrando poscia per segreti canali e cunicoli potesse di nuovo risalire a livello della superficie del mare, non si potrebbe già arrestare, nè equilibrare a tal segno; ma ove i medesimi tubi fossero continuati allo insù verso l' alto delle montagne, potrebbe alzarsi dentro di essi, finchè nel fianco o nella cima d' un monte trovasse esito aperto nell' aria. Ma una tale ipotesi è soggetta a difficultà al mio parere insuperabili, che ponno leggersi nelle annotazioni spesse volte mentovate alla lezione del signor Vallisneri. Si mostra ivi con evidenza quasi geometrica l' impossibilità di tali colatoi in qualunque modo si pretenda che operino nel separare il sale dall' acqua marina. Si riflette oltre ciò, che non potendo con un simile meccanismo alzarsi l' acqua dolce sopra la superficie della salsa, se non quanto porta la ragione reciproca delle gravità specifiche dell' una e dell' altra, ed essendo le dette gravità prossimamente secondo alcuni, come 46 a 45, al più secondo altri, come 103 a 100, ne siegue che la profondità del mare dovrebbe essere almeno 100 di quelle parti, tre delle quali fanno l' altezza sopra

la superficie del mare delle cime più elevate, onde sgorghino fonti sopra la terra; onde trovandosene talvolta all' altezza di tre miglia italiane in circa, dovrebbe il mare in qualche luogo esser profondo intorno a 100 miglia: profondità per dir vero troppo incredibile e lontana da tutte quelle sino alle quali si è potuto esplorare il fondo del mare con lo scandaglio; per tacere che l' acqua dolce obbligata a montare allo insù per condotti lunghi più di 100 miglia (dopo aver camminato orizzontalmente talvolta più d' altrettanto ad effetto di ridursi a piombo sotto le predette montagne, il più delle volte assai lontane dal mare) non potrebbe in un cammino così lungo, così obbliquo e così pieno d' intoppi, qual si può credere che questo sarebbe, con quella forza che le imprimesse il solo piccolo eccesso della gravità dell' acqua del mare sopra la sua propria, arrivare che a gran fatica, e dopo gran tempo a tanta altezza; e giuntavi dovrebbe appena poterne gemere e trasudar fuori con lentissimo corso, e non con quella vivacità e celerità di moto con cui si veggono talvolta spicciar fuori gli zampilli delle sorgenti. Altre istanze si ponno leggere nelle allegate annotazioni a carte 152 e seguenti.

ANNOTAZIONE IX.

(Al § *Ha l' ingegnosissimo*)

Ha l' ingegnosissimo Des Cartes apportata un' opinione forse la più probabile e la più prossima al vero ec.

Non lascia anche questa opinione d' esser soggetta a gravi difficultà, come si può veder nelle note del Signor Vallisneri alla detta sua lezione. Contuttociò non si vuol negare che ella non sia la meno assurda fra quelle che deducono l' alimento de' fonti da una occulta circolazione delle acque del mare per entro le viscere della terra; e quando veramente vi fosse una precisa necessità di cercar qualche ipotesi per supplire al difetto delle piogge nell' uso predetto, a questa, più che ad altra, si potrebbe per avventura far ricorso. Darebbe tuttavia grande imbarazzo nel sostenerla una

osservazione fatta dal Sig. Vallisneri, se ella fosse costante e perpetua, cioè che non si veggano giammai sorgenti uscire di sotto, ma sempre di sopra a quegli strati de' monti che sono di materia impenetrabile all' acqua; mentre se gli strati predetti debbono secondo tal ipotesi servir di lambicchi a' vapori sollevati entro terra, per fermarli e ridurli in gocciole d' acqua, tutto il contrario si dovrebbe osservare. Veggasi anco intorno a ciò quello che il Sig. Vallisneri ne ha scritto ne' luoghi accennati.

CAPITOLO III.

Della divisione de' Fiumi; loro parti, attinenze e denominazioni.

Sin qui ci siamo serviti del nome di Fiume in generale; ora è necessario di conoscere più distintamente le differenze de' fiumi, le parti che li compongono e tutte le cose concernenti ad essi, insieme con le denominazioni proprie di tutti, per non avere obbligo in avvenire di servirsi di perifrasi, e per potere in poche parole spiegare ciò che occorrerà.

Le acque dunque che corrono per la superficie della terra, esercitano il loro moto dentro una cavità distesa per lunghezza, dal principio superiore del suo corso sino al fine, e si chiama *alveo*, *letto* o *canale*. La parte inferiore dell'alveo, cioè quella ch'è premuta dal peso dell' acqua si chiama *il fondo;* e le parti laterali, le quali contengono l' acqua ristretta e sollevata di superficie a qualche altezza, si chiamano *sponde* o *ripe*.

Ponno essere queste o naturali o artificiali: *naturali*, quando non hanno ricevuto il loro essere dalle operazioni degli uomini, ed *artificiali* all' incontro; le *sponde naturali* sono pure di due sorte; poichè (Ann. I.) o la natura le ha formate scavando il terreno, come sono quelle de' fiumi che corrono fra terra, e

queste saranno dette da noi *sponde naturali per escavazione*, ovvero alzando le parti laterali al corso dell' acqua colle deposizioni del limo, e queste le chiameremo *sponde naturali per alluvione*. Le artificiali ponno essere di diversa natura, secondo la qualità dell' artificio e della materia, ma per lo più si chiamano *argini*, cioè quando sono formate di terra ammassata insieme, ed elevata a tanta altezza che basti a sostenere la maggior escrescenza dell' acque.

La diversa disposizione delle ripe è cagione della loro diversa denominazione; attesochè se la ripa è perpendicolare all' orizzonte si chiama *piarda*, che può essere *bassa*, *alta* o *mezzana*, secondo che il sito perpendicolare si trova all' alto, al mezzo o al basso della ripa medesima. *Ripa* semplicemente si dice, quando con una mediocre pendenza va a posarsi sul fondo del fiume; (Ann. II.) ma se questa pendenza s' avanzasse dentro l' alveo del fiume considerabilmente ed in maniera che si mettesse insensibilmente sotto l' acqua, spingendo il corso dalla parte opposta, si nomina *spiaggia*; ed *alluvione*, qualvolta, pure insensibilmente crescendo, arriva a formare nuova sponda al fiume, distinta dalla precedente.

I fiumi che hanno bisogno d' argini, hanno anche per lo più distinte le sponde in più parti, osservandosi che tra gli argini (che sono l' ultime sponde destinate a contener l' acqua nella sua maggior altezza) sta disteso un canale che propriamente si dice *alveo del fiume*, con le sue ripe non tanto alte, che nell' escrescenze

non siano sormontate; (Ann. III.) tutto il terreno che sta fra detta ripa e l'argine, si chiama *golena*, o *banca* o *ghiara*, abbenchè questi due ultimi nomi abbiano anche altra significazione; dopo questa immediatamente siegue il *piede dell' argine*, la cui pendenza dalla parte della golena si chiama *scarpa interiore*, e quella dalla parte della campagna *scarpa esteriore;* siccome si chiama *piano dell' argine* la parte superiore di esso, e *base dell' argine* la somma delle due scarpe e del piano; e *ciglio dell' argine* l'angolo che forma la scarpa dell' argine col piano di esso.

Il corso che hanno i fiumi per li loro alvei non è in tutti i luoghi uniforme, e si osserva che la maggiore velocità cammina regolarmente a seconda della maggior profondità, in maniera che dove il fondo è più basso, ivi maggiore è la velocità; dove più alto, ivi minore; e questa parte più veloce si chiama *filo* o *filone*, e da alcuni *spirito del fiume*, e da altri *testa* o *via dell' acqua*, e si conosce dalle materie che galleggiano sopra l' acqua, le quali a lungo corso sono portate tutte ad unirsi dove l'acqua è più veloce. Ne' fiumi che sono distesi in linea retta trovasi il filone nel mezzo, ma in quelli che descrivono linee curve s' accosta ora alla destra ripa, ora alla sinistra, secondando il giro del fiume, ed è causa che quelle ripe, alle quali esso s' accosta considerabilmente, si chiamino *botte*, e queste sono nella parte concava della curvità; e quelle di rincontro dalle quali il filone si scosta sono dette *spiagge*, come di sopra si è accennato. Le botte o

resistono alla corrosione delle ripe, o no; se resistono non cambiano nome, (Ann. IV.) ma se cedono, acquistano quello di *botte corrose* o *corrosioni*, che sono differenti secondo la diversa situazione che acquista la ripa, denominandosi *piarde*, secondo la già detta significazione, o *froldi*, se per la corrosione avanzata si tolga la ripa della golena, sottentrando l'argine a fare l'ufficio della sponda intiera, onde per differenza constitutiva di ciò ch'è significato con questo nome, basta che il piede dell'argine sia bagnato dal fiume in acqua bassa; che se poi fosse anco corroso, allora chiamerebbesi *froldo in corrosione*, o *argine corroso*.

Le differenze de' fondi sono, che questi si chiamano o vivi o morti: *fondo vivo* è quello che avrebbe il fiume, se l'acqua corresse uniformemente in tutte le sue parti, e questo si disporrebbe in uno o più piani ec. secondo le diverse circostanze, come a suo luogo si dirà: ma il *fondo morto* è di due sorti, cioè o più basso del fondo vivo, e si chiama *gorgo*; ovvero più alto, e se è laterale al filone si chiama *spiaggia*, attesochè questo nome è comune alle ripe ed al fondo, come che partecipa e dell'uno e dell'altro; (Ann. V.) ma se occupa tutto il fiume da una ripa all'altra, si nomina *dosso o secca*. Perciò *morta di fiume* si dice quell'alveo che resta, quando il fiume si muta di letto, o a caso o per arte, abbenchè anche l'acqua vi corra, purchè altrove sia divertito il di lui corso principale; e *mortizza*, quando lascia di corrervi l'acqua in maniera

che il fondo resti fangoso o pantanoso: si chiama anche *fiume morto* un alveo abbandonato dall' acqua corrente, sia esso ridotto o no a coltura, o pure incapace di esserlo.

Questi alvei dunque, che intersecano e solcano la superficie della terra, si chiamano col nome generale di *fiume*, abbenchè questo più propriamente convenga all' acqua che dentro vi scorre: sono però da notare alcune differenze che talvolta aggiungono o mutano le denominazioni, poichè le picciole acque per lo più originate da' fonti si chiamano *rivi:* l' unione di diversi rivi si dice *fiumicello*, e l' unione di più fiumicelli diventa *fiume*. Se l' acqua di questi è continua, in maniera che mai non si scopra il fondo del tutto, si chiama *fiume perenne;* ma se qualche volta accade che resti affatto asciutto, si nomina *fiume temporaneo.* Fra' perenni ve ne sono di quelli che sono navigabili, o continuamente o interpolatamente, o per natura o per arte. I Latini chiamavano *amnes* que' fiumi che sono navigabili da picciole barche; e *fluvij* o *flumina* quelli che godono tal larghezza e profondità di acqua da sostentare barche mediocri e maggiori. Fra' fiumi temporanei si contano i *torrenti*, quelli cioè che portano le acque sole che immediatamente ricevono dalle piogge, o dal disfacimento delle nevi; e ad essi si attribuisce principalmente una rapidità e velocità impetuosa, ed un crescere e scemare improvviso a misura della durazione ed abbondanza delle piogge medesime.

L' unione di due fiumi si chiama *confluenza;*

e *fiume tributario* quello che nell' unirsi perde il suo nome, accomunandosi quello dell' altro, il quale se sarà navigabile e porterassi a sboccare nel mare, dirassi *fiume reale*.

Hanno in oltre i fiumi alcune differenze prese dalla condizione del proprio fondo, e dalla correlazione che ha questo col piano delle campagne contigue. Se il fondo del fiume è ghiaroso o sassoso, si dice *fiume in ghiara;* se arenoso, si dice *fiume in sabbia;* se paludoso, si dice *fiume paludoso;* se il piano delle campagne è tanto alto, che le piene maggiori del fiume non arrivino a toccarlo, si chiama *fiume incassato;* se no, e che vi siano argini al fiume per sostenere le piene, si dice *fiume arginato*, o in tutto o in parte; e mancandovi gli argini, dimodochè le piene si portino ad inondar le campagne, si chiama *fiume inondante*.

Sbocco, *bocca* o *foce di un fiume* si chiama quel sito aperto, per lo quale esce dall' alveo proprio, siasi col mettere le sue acque in altro fiume, o nel mare o altrove: con li due primi vocaboli però s' intendono, comunemente, le uscite di tutti i fiumi anche tributarj; ma il nome di *foce* più propriamente, secondo alcuni, si dice de' fiumi reali quando entrano in mare. Se un fiume divide il proprio alveo in due o più, allora ognuno di essi si dice *braccio* o *ramo;* e se per tal divisione moltiplicata si perde l' alveo, allora ognuno de' detti rami piccioli che sregolatamente si formano, si chiama *riazzo*, o *rivazzo* o *rivolo*, secondo ch' egli è maggiore o minore: e l' angolo fatto da due braccia di fiume sul dividersi dicesi *divaricazione* o *bivio*.

Isola è il terreno racchiuso fra due braccia del fiume medesimo, le quali doppoi tornino ad unirsi in un alveo solo, il piano superiore del quale se sarà tant' alto che sopravanzi le piene maggiori, allora si dice propriamente *isola fluviale*, a differenza delle marittime; (Ann. VI.) ma se non sarà tant' alto, si dice più propriamente *bonello*, e ciò particolarmente s' egli è formato dalle alluvioni del fiume: che se le braccia o rami del fiume dopo la divaricazione non si uniscano più, ma portino le loro foci separatamente al mare, (Ann. VII.) in tal caso il terreno di mezzo si chiama *polesine*.

Accade sovente, che partendosi l' acqua dalle proprie fonti, non comincia ella a scorrere a stille, ma si raguna in qualche vaso naturale o artificiale, prima di cominciare il suo corso sensibilmente; e questo vaso si chiama *vasca*, o *cratere*, o *ricettacolo del fonte*, siccome anco *capo* o *testa d' acqua*.

Colla stessa significazione ponno anco chiamarsi *crateri di uno* o *più fonti* quelle congregazioni di acque che si chiamano *laghi*; ma per godere con proprietà di questo nome v' è necessaria una considerabile estensione ed una conveniente profondità; quindi è, che i laghi alle volte sono origine de' fiumi, ed alcune altre sono figli de' medesimi, qualunque volta, cioè, corre un rivo, o fiumicello, o fiume dentro una cavità cieca, nella quale vi è bisogno che l' acqua notabilmente si elevi per poterne uscire. Egli è ben vero che molte volte s' incontra che la profondità del lago non

serve per solo recettacolo al fiume entratovi, ma gli somministra in oltre nov' acqua per le proprie vene; ed all' incontro anche qualche volta ne disperde e consuma, lasciandola uscire dalle rime o voragini del proprio fondo, e somministrando nuova materia alle fontane o sorgenti più basse. Quel lago che si conserva per le proprie sorgenti, e non tramanda fuori di se medesimo le proprie acque, si dice *lago chiuso;* ma se ne riceve delle forestiere, o tramanda le proprie, o le ricevute, si dice *lago aperto;* (Ann. VIII.) ed il luogo per lo quale escono l' acque chiamasi *emissario* o *incile*, e quello per lo quale entrano si potrebbe dire *immissario*. Le altre espansioni di acqua sopra la superficie della terra, che non hanno immediata comunicazione col mare, si chiamano *stagni*, *paludi*, *lagune*. (Ann. IX.) Gli *stagni* o *paludi* sono acque di poco fondo, e perciò gli stagni l' estate s' asciugano e sono fatti dalle piogge: le *paludi* non si seccano affatto in tutto il corso dell' anno, e sono conservate dalle inondazioni de' fiumi, o dall' ingresso di qualche fiumicello o torrente: le *lagune* poi sono fatte dalle acque marine separate dal mare, col mezzo degli scanni o staggi d' arena, col quale hanno solo la comunicazione, o per canali o per aperture determinate, dalle quali sono ricevute le acque predette nel flusso e tramandate nel riflusso.

Cadendo l' acqua d' un fiume da qualche luogo alto precipitosamente al basso, in maniera che l' alveo superiore sia considerabilmente più alto che l' immediatamente inferiore; tale

caduta si chiama *cataratta* o *catadupa*, come sono quelle del Nilo, del Reno e del Danubbio ec.; e queste sono o naturali o artificiali; (Ann. X.) queste ultime si chiamano anche *chiuse*, *traverse*, *pescaje* o *sostegni*, e servono per far alzare l' acqua nella parte superiore del fiume, o per derivarla, o per servirsene ad uso di navigazione, o per far muovere diverse macchine idrauliche.

Le acque derivate o cavate da un fiume, o da un lago, scorrendo regolarmente per alveo proprio aperto di sopra, si chiamano *canali* o *acquedotti;* ma più propriamente *acquedotto* si dice, quando l' acqua si fa correre chiusa, come dice Frontino — *aut per cuniculos subterraneos, aut opere arcuato.*

Per fine (Ann. XI.) l' unione delle acque piovane, che scolano dalle pianure ne' fossi, e da questi in piccioli alvei, si chiamano *condotti*, *scoli*, *discursorj* o *tratturi*, e sono come piccioli fiumicelli formati nelle pianure, e per lo più manufatti, che vanno a terminare o in fiumi, o in paludi, o nel mare; ed ultimamente col nome di *fossa* o *cavo* s' intende un' escavazione fatta in lunghezza, che contenga o sia atta a contener acqua stagnante, o per uso di navigazione, o per difesa di città e fortezze ec.

ANNOTAZIONI
AL CAPITOLO III.

ANNOTAZIONE I.

(Al § *Ponno essere*)

O la natura le ha formate scavando il terreno, come sono quelle de' fiumi che scorrono fra terra, e queste saranno dette da noi sponde naturali per escavazione.

Quegli alvei de' fiumi che hanno le sponde di questa sorta, si veggono per lo più averne due diversi ordini, cioè due piani con loro scarpe tanto dall' una quanto dall' altra parte del fiume; de' quali piani l' inferiore chiamasi *ripa bassa*, e fra queste ripe si contiene l' acqua ordinaria del fiume; e l' altro *ripa alta*, e queste limitano l' espansione delle massime escrescenze, se pure il fiume non fosse inondante. Mancano tuttavia alle volte le scarpe tanto all' una quanto all' altra ripa; anzi mancano spesse volte affatto le ripe basse, ristrignendosi ivi il fiume, ed avvicinandosi fra loro le ripe alte a terminarne la larghezza in ogni stato d' acqua.

ANNOTAZIONE II.

(Al § *La diversa*)

Ma se questa pendenza s' avanzasse dentro l' alveo del fiume considerabilmente, ed in maniera che si mettesse insensibilmente sotto l' acqua, spingendo il corso dalla parte opposta, si nomina spiaggia ed alluvione.

Simili spiagge si denominano eziandio *greti*, o *renai*,

i quali nomi convengono tuttavia anco a que' ridossi che sono affatto staccati dalle ripe, e come in isola dentro il letto del fiume, ma che restano coperti nelle piene di questo, e in lingua latina si denominano *pulvini*, e in toscana *capezzali*.

ANNOTAZIONE III.

(Al § *I fiumi*)

Tutto il terreno che sta fra detta ripa e l' argine si chiama golena, o banca o ghiara.

Quelle che qui si chiamano golene diconsi ancora in questi nostri paesi *marezane* e *restare* (usandosi particolarmente quest' ultimo nome quando esse servono di strada ad uomini o cavalli per tirar le barche allo insù coll' alzaja), e in Toscana *banchine*, e sono proprie di quegli alvei che sono prodotti per alluvione, prestando in essi l' uficio che prestano le ripe basse in quelli che sono fatti per escavazione. Se l' alveo fatto per alluvione, dopo di essere stato arginato, non si è sollevato in maggior altezza, allora il piano delle golene è eguale a un dipresso al piano di campagna che immediatamente è fuori degli argini, e tale è eziandio in questo supposto in quegli alvei che sono stati scavati a mano per condurvi un fiume, perocchè allora si fa servir di golena appunto quello spazio di campagna che si lascia fra l' argine e la ripa. Ma se il fiume si è alzato, dopo che egli è munito d' argini, i piani delle golene saranno regolarmente più alti del piano contiguo della campagna, perciocchè all' alzarsi del fondo si rialzano eziandio le golene dalle alluvioni, onde è che il vedersi le golene più alte della campagna può dare indicio di alzamento seguito del fiume. Egli è ben vero che i piani delle golene sono assai irregolari di altezza, ed anco di positura, trovandosi ora orizzontali, ora inclinati e per lo lungo e per lo traverso, e massimamente ne' fiumi tortuosi; benchè la loro natural costituzione dovesse essere di aver per lo lungo la stessa pendenza del fondo, e per lo traverso un poco d' inclinazione verso l' acqua.

ANNOTAZIONE IV.

(Al § *Il corso*)

Ma se cedono acquistano quello di botte corrose, o di corrosioni.

Le corrosioni de' fiumi sogliono in Toscana denominarsi col vocabolo di *rose*, o *lunate*, come il Signor Viviani le chiama.

ANNOTAZIONE V.

(Al § *Le differenze*)

Ma se occupa tutto il fiume da una ripa all' altra si nomina dosso o secca.

Simili *dossi*, o *ridossi*, che occupino tutto il fiume da una ripa all' altra, succedono ove l' alveo di esso o si dirama o si allarga, come nota l' Autore nel corollario 4 della prop 3 del capo 5.

ANNOTAZIONE VI.

(Al § *Isola*)

Ma se non sarà tant' alto si dice più propriamente bonello, e ciò particolarmente se egli è formato dalle alluvioni del fiume.

Queste isole, che s' intendono sotto nome di *bonelli* e da altri di *mezzani*, pare che propriamente ricevano tali denominazioni quando siano sì rare volte coperte dall' acqua del fiume che possano ridursi in coltura, o che almeno si vestano d' erbe e virgulti; perocchè quando non sono che una massa di ghiaja o d' arena, o al più vi allignano solamente vetrici, ed altre tali piante, passano più propriamente sotto il nome di dossi, di renai o di greti, ancorchè siano affatto staccati dalle ripe, e presi in mezzo fra due braccia di esso fiume. Può darsi che per li cangiamenti di corso che succedono anche naturalmente ne' fiumi, e specialmente di prolungamento o di raccorciamento della linea, una

isola fluviale torni a ridursi alla condizione di renajo, o al contrario un semplice renajo divenga isola, e ciò particolarmente dove i fiumi corrono in ghiaja, come si vedrà nell' annotazione xi del c. 6.

ANNOTAZIONE VII.

(Al § Suddetta *Isola*)

In tal caso il terreno di mezzo si chiama polesine.
Credesi questo nome derivato e corrotto dal greco *polinesi*, che significa *molte isole*. Molti amplissimi e fertilissimi spazj di terra sono fra le braccia del Po a' quali conviene tal nome, anzi tutto o quasi tutto il Ferrarese non è che un aggregato di polesini.

ANNOTAZIONE VIII.

(Al § *Colla stessa*)

Ed il luogo per lo quale escono le acque, chiamasi emissario o incile.
Il nome d' *incile* pare che strettamente si soglia attribuire agli emissarj artificiali più che a' naturali come a quelle chiaviche dette dai Latini *castella*, per li quali si deriva artificialmente dal fiume qualche quantità d' acqua.

ANNOTAZIONE IX.

(Al medesimo § *Colla stessa*)

Gli stagni o paludi sono acque di poco fondo, e perciò gli stagni l' estate s' asciugano e sono fatti dalle piogge, le paludi non si seccano affatto in tutto il corso dell' anno, e son conservate dalle inondazioni de' fiumi, o dall' ingresso di qualche fiumicello o torrente.
Ancorchè l' estensione delle paludi (che presso di noi più comunemente si denominano *valli*) scemi in tempo d' estate e di scarsezza d' acqua, nulladimeno

tutto quel ricinto che in acque alte rimane inondato o anche solamente inumidito, e però incapace di perfetta coltura, suol dirsi *padule*.

ANNOTAZIONE X.

(Al § *Cadendo*)

Queste ultime si chiamano anche chiuse, traverse, pescaje o sostegni.

E in Toscana anche *leghe*, *serre*, e qualche volta *steccaje*, o *steccate*, credo principalmente quando sieno fabbricate senza muro, di sole palificate e tavole.

Il nome di *sostegni* benchè possa adattarsi a tutte le chiuse, comunemente si attribuisce a quelle fabbriche che sostengono l' acqua per frenare la rapidità del suo corso ad uso di navigazione.

ANNOTAZIONE XI.

(Al § *Per fine*)

L' unione delle acque piovane che scolano dalla pianura ne' fossi, e da questi in piccioli alvei, si chiamano condotti, scoli, discursorj o tratturi.

In qualche luogo di Lombardia vengono anche detti *serie* o *seriole*, e nella campagna di Roma ed altri luoghi circonvicini si sogliono chiamare *forme*, *formoni* o *formali*: nome ritenuto dall' antico latino con cui gli scolatoj de' campi si chiamavano *formae agrorum*.

CAPITOLO IV.

Del principio del moto nelle acque correnti, e delle regole di esso più principali.

Dopo di avere, ne' tre sopraposti Capitoli, dichiarato abbastanza tutto ciò che si è creduto necessario, tanto per istabilire un sodo fondamento al presente Trattato, quanto per erudire chiunque ha in animo di professare la materia delle Acque; egli è ormai tempo che insinuandoci più a dentro nella parte dottrinale, ci mettiamo a cercare, quale sia la causa principale del moto nelle acque correnti o ne' fiumi.

Che *il moto delle acque sia effetto della gravità*, si renderà manifesto a chi semplicemente farà riflessione che l' acqua, egualmente con gli altri gravi solidi, tende verso un centro, a questi e ad essa comune; quindi ne nasce, che o consistendo la gravità in una naturale inclinazione che ha la materia tutta elementare di tenersi strettamente unita al globo terracqueo, o pure dipendendo la medesima da un impeto impresso a tutte le menome particelle materiali dalla sostanza eterea; è d' uopo credere che congenea alla gravità de' solidi sia anche quella de' fluidi, e che con le medesime regole operi in ispignere al basso e gli uni e gli altri.

È però vero che le diverse affezioni de' corpi, siccome variano le proprietà di essi, così fanno che, in alcuni casi, *diversamente si esercitino le impressioni ricevute dalla gravità;* onde non è maraviglia, se alcuni hanno creduto non potersi adattare a' corpi liquidi le regole dimostrate dal Galileo circa le cadute de' gravi, vedendo che queste non riescono sempre così precise, come ne' solidi. Quindi è, che per potere camminare con piè sicuro, sarà bene, prima di ogn' altra cosa, di considerare tutto quello in che convengono e disconvengono le leggi delle cadute de' solidi e de' fluidi.

È dimostrato dal Galileo che *un grave, il quale discenda liberamente per una linea perpendicolare verso il centro de' gravi, avrà in ogni punto della linea che descrive tali velocità, che tra loro saranno in proporzione subduplicata*, o, che è lo stesso, dimidiata *di quella* (Tav. I. fig. 8.) *che hanno le lunghezze delle discese computate dal principio della caduta.* Per esempio, se il grave A comincierà a discendere dal punto A, e col suo centro descriverà la linea AB, anderassi da A in B, sempre aocrescendo la velocità, in maniera che la velocità, ch' egli avrà in C, a quella che avrà in B, sarà in proporzione subduplicata delle discese AC, AB; ovvero (che torna il medesimo) le discese AC, AB staranno fra loro in proporzione duplicata delle velocità in C ed in B, ovvero, come i quadrati delle velocità predette.

Esponendo adunque le velocità in C ed in B per due linee rette, perpendicolari alla AB, ed

allungandole in D ed E, di maniera che i loro quadrati abbiano la medesima proporzione che ha AC ad AB; saranno i punti E, D in una linea parabolica, il cui vertice sia A e l'asse AB, essendo una delle principali proprietà di essa linea che le semiordinate CE, BD abbiano la proporzione subduplicata, o dimidiata delle saette AC, AB. Quindi è che, per avere una idea di tutti i gradi di velocità, per li quali passa un grave cadente dall'alto al basso, basta dal principio della caduta descrivere una parabola che abbia per asse la perpendicolare, ch'egli ha da descrivere; poichè allora le linee tutte tirate da ogni punto di essa perpendicolare, e terminate alla circonferenza parabolica, purchè ad angolo retto con la AB, esprimeranno ciascheduna la velocità che avrà il grave nel punto che ad essa appartiene.

Che *se un grave A, in vece di cadere per la perpendicolare AB, sarà obbligato a discendere per lo piano inclinato AC; in ogni punto della sua discesa, come in D, avrà quel grado di velocità che avrebbe cadendo da A verso B, arrivato che fosse al punto E, cioè a quello, nel quale la linea AB è tagliata dall' orizzontale* (Tav. I. fig. 9.) *DE*; e similmente in C avrà quella velocità che avrebbe cadendo da A in B. Quindi è che in due maniere si possono esprimere le velocità del grave discendente per lo piano AC; cioè, o descrivendo la parabola BAG circa l'asse AB, o pure l'altra parabola CAI circa l'asse CA; nell'una e nell'altra delle quali, le semiordinate mostreranno la proporzione delle velocità ne' punti corrispondenti.

Tutto ciò è vero, ogni volta che il grave discenda, senza che alcuna cosa gli resista; e perciò *le proposizioni predette non ponno esattamente verificarsi, che rispetto ad un grave che cada per un mezzo non resistente*, se pure si ritrovi; ovvero nel voto, se in esso si dasse la gravità e la discesa de' gravi. Ma nelle cadute che appresso di noi si osservano, come che esse, per lo più, si fanno nell' aria, non può la detta proporzione avere il suo intiero, ma resta qualche poco alterata; attesochè ostando l' aria (per la sua grossezza e per la repugnanza che ha all' essere divisa) al moto de' corpi, assume in se una parte dell' impressione, ed altrettanta ne leva al mobile; e perciò non può la gravità imprimere ne' gravi cadenti tutto quel grado di velocità che per altro loro darebbe, levata che fosse la resistenza del mezzo.

Restano dunque *in fatti le velocità qualche poco minori di quello che richiede la natura della parabola*, della quale essendo una proprietà che, dividendosi l' asse in segmenti eguali, e tirandosi per le divisioni, le semiordinate, non siano le differenze di queste eguali in ogni parte, ma bensì maggiori, quanto più le semiordinate predette sono vicine al vertice della parabola; ed essendo la resistenza dell' aria sempre la medesima, se non maggiore, quanto più violento è il moto, ne segue che sul principio della caduta, può darsi il caso che l' effetto della resistenza dell' aria sia insensibile; e per conseguenza rimanga manifestissimo l' acceleramento, anche sensibilmente;

nella proporzione accennata, ma che (Ann. I) *dopo un certo spazio di discesa* (quando, cioè, la differenza delle velocità sia resa minore) *la resistenza dell' aria cominci ad operare sensibilmente, sinchè, pareggiando essa la forza accelerante, impedisca che la velocità più s' accresca, e perciò da lì avanti il moto si renda equabile.*

Per maggiore intelligenza di ciò, suppongasi che nel progresso della caduta di un grave, la resistenza dell' aria si accresca secondo qualunque data proporzione; dimodochè, in vece che le linee esprimenti i gradi della velocità, cadano co' loro estremi nella linea parabolica AHMI, (come porterebbe la natura del moto accelerato) restino accorciate, e terminino alla curva APNO, la quale anderà sempre scostandosi dalla parabolica, secondo la proporzione degli eccessi o differenze fra le velocità non impedite e le impedite. Per cagione dunque della discesa, le velocità sempre si accrescono, e corrispondentemente, a cagione della resistenza dell' aria, sempre si diminuiscono. Ma perchè le differenze delle velocità libere DH, LM, CI, appartenenti a' punti dell' asse D, L, C presi a distanze eguali DL, LC (che devono intendersi infinitamente picciole) sempre sono minori, cioè IO minore di MN; ne segue che l' aumento della velocità verrà a farsi una volta sì picciolo, che la resistenza dell' aria, resa sempre maggiore, verrà a pareggiarlo; e per conseguenza potrà impedire ogni ulteriore accelerazione. Ciò posto, perchè la resistenza dell' aria

non cresce per altra cagione che per l'accrescimento della velocità nel mobile, non crescendo più questa, nè meno si aumenterà quella: e però, pareggiata l'energia dell'accelerazione con quella del resistente, continuerassi bensì la discesa, ma col ritenersi il grado di velocità acquistato; e perciò il moto si ridurrà all'equabilità.

Vi è anche un'altra cagione, oltre la predetta, del moto equabile, al quale finalmente si devono ridurre i gravi cadenti; e si deduce dal considerare che il Galileo assume per principio della sua dottrina del moto accelerato, che *i gravi cadenti aggiungano a loro medesimi in tempi eguali, gradi di velocità eguali;* ed essendo sentimento assai ragionevole che gli sforzi della gravità non provengano da una forza intrinseca ad essi, ma bensì da una potenza esterna, acciocchè questa operasse sempre della medesima maniera nel mobile, sarebbe necessario ch'essa lo trovasse nel secondo tempo nelle istesse condizioni del primo; dimanierachè la potenza motrice avesse sempre la medesima proporzione alla resistenza del mobile in ogni tempo. Ciò però non può essere, se non si suppone la potenza movente infinita, perchè in tal caso, qualunque fosse la velocità del mobile, si dovrebbe esso considerare come in una perfetta quiete; ma supponendo la forza predetta finita, egli è evidente che questa, alla resistenza del mobile quieto, avrà una proporzione che non potrà avere al medesimo, quando esso sarà costituito in qualche grado di velocità; e perciò meno aggiungerà nel secondo

tempo che nel primo, meno nel terzo che nel secondo ec., e finalmente *non potrà mai imprimere nel mobile velocità maggiore di quella che la medesima forza possiede*; dal che ne viene, che *giunto che sarà il mobile a quel grado di velocità che non può accrescersi, necessariamente sarà ridotto all' equabilità, ancorchè il moto s' intenda libero da ogni resistenza*. Egli è però vero che la forza producente la gravità può essere tanto grande, che non ostante che ella sia finita, abbia sempre sensibilmente la medesima proporzione al grave, o in quiete o in moto che sia; nel qual caso la dottrina dell' acceleramento de' gravi non riceverebbe alcuna sensibile alterazione, come in fatti si vede corrispondere assai esattamente all' esperienze che se ne fanno.

Supposta dunque la stessa dottrina, egli è chiaro, che *se il moto de' gravi potesse farsi nel voto; i corpi più o meno gravi che fossero, caderebbero colla medesima velocità, e passerebbero per li medesimi gradi di accelerazione*; posciachè essendo la materia di tutti i corpi omogenea, ed essendo la forza che la spinge al basso la medesima di tutta l' altra materia, sarebbero tutte le parti di essa nel principio della caduta affette della medesima potenza; e non potendo nel voto diversificarsi il moto per alcuna resistenza, non vi sarebbe alcuna ragione per la quale la caduta d' un corpo dovesse farsi d' una maniera diversa da quella di un altro. Ma, come che tutti i moti si fanno dentro qualche mezzo fluido, dipendono molto dalla condizione di questo le affezioni de' moti medesimi.

Concorre perciò al farsi d' una caduta per l' aria l' eccesso della gravità specifica del mobile sopra quella dell' aria; poichè egli è certo che il fuoco meno grave di essa non discende, ma ascende; e così *il legno galleggia sull' acqua, perchè il di lui peso specifico è minore di quello dell' acqua medesima;* e la ragione si è, che il fluido toglie tanto di peso assoluto al corpo, quant' è il peso, pure assoluto, d' una mole del fluido eguale a quel corpo; e perciò, quando il mobile è specificamente meno grave del fluido, ha il fluido per discendere al basso più d' energia che non ha il mobile; e conseguentemente lo sforza ad ascendere, o non gli permette di discendere: e così, *quando siano eguali i pesi specifici, non succederà nè ascesa nè discesa;* ma bensì, facendosi l' equilibrio, consisterà il mobile egualmente in tutti i luoghi del fluido. Ma *quando la gravità specifica del corpo è maggiore di quella del mezzo, allora esso discende, come se fosse un corpo di peso assoluto tanto minore, quanto vale la mole predetta del fluido;* e perciò, come che il peso assoluto maggiore o minore de' corpi non influisce punto in renderli più o meno veloci, come si è spiegato di sopra, ne nasce, che *ne' gravi cadenti nè meno ha luogo per fare l' accelerazione diversa il maggiore o minore peso specifico.*

Ben è vero *che il maggior peso assoluto de' corpi compone una maggiore potenza di superare le resistenze che loro s' oppongono;* e la ragione si è, che ricevendo tutti i

minimi della materia eguali le impressioni della gravità, quanto più di numero essi sono (che è lo stesso che dire, quanto maggiore è la loro gravità assoluta) tanto maggiore è il momento col quale essi spingono i corpi che incontrano; e conseguentemente tanto più facilmente superano le resistenze: il che ha luogo molto più ne' semplici conati della gravità che ne' moti accelerati.

4. Egli è anche vero che, *se la mole de' corpi sarà grande, grande altresì sarà la resistenza che essi riceveranno dal fluido, dentro il quale si muovono;* e perciò maggiormente resiste l'aria al moto di una sfera, v. g. di sei libbre, che ad una di tre; ma se si avvertirà che *i pesi assoluti sono proporzionali alla materia ed ai corpi, cioè*, intendendoli sotto figure simili, *in proporzione triplicata de' lati omologhi*, e che *le superficie* degl' istessi, dalle quali sono regolate le resistenze, *sono tra loro in proporzione solamente duplicata de' lati medesimi;* facilmente si dedurrà, che crescendo le forze di superare le resistenze più di quello, che all' accrescersi della mole e del peso, s' aumentino le dette resistenze; *se maggiore sarà il peso assoluto del grave, maggiore anche sarà la forza di esso per superare la resistenza dell' aria.* Quindi è che, *i corpi di poco peso, ma di superficie assai grande, cadendo da alto, giungono all' equabilità del moto, molto più presto di quello che facciano i corpi più gravi compresi da superficie in proporzione minore;* onde non è meraviglia, se una foglia di oro battuto lasciata cadere

dall'alto di una torre, si veda svolazzare per l'aria, e consumare molto tempo prima di arrivare a terra, e più presto giungervi una sferetta della medesima materia e dello stesso peso; e perciò non a ragione della maggiore o minore gravità assoluta o specifica de' corpi, ma solo per l'effetto che fanno in essi le resistenze maggiori, possono riuscire diversi nei gravi cadenti, i gradi delle velocità acquistate.

E perchè il peso assoluto de' corpi gravi posati sopra i piani inclinati non s' esercita tutto nella discesa di essi, ma una parte ne viene levata dalla resistenza obbliqua che loro fa l' inclinazione del piano, di modo che il momento in AC a quello che avrebbe gravitando per AB, stia come AB ad AC; ne siegue, che, *posato un grave sopra il piano inclinato AC,* (Tav. I. fig. 9.) *non avrà tanta forza per superare la resistenza dell' aria, quanta avrebbe discendendo per la perpendicolare AB, e perciò tanto più presto arriverà all' equabilità;* e paragonando insieme due piani eguali e diversamente inclinati, farassi più facilmente e più presto il moto equabile in quello che avrà minore l'altezza AB, o, che è lo stesso, in quello nel quale l' angolo ACB sarà più acuto.

(Ann. II.) Tanto *più s' impedirà l' accelerazione del moto d' un grave cadente per un piano inclinato, se la di lui superficie o quella del piano avranno delle inegualità e delle asprezze:* poichè tutti i risalti del piano serviranno per altrettanti ostacoli alla discesa; siccome tutte le asprezze, colle quali il mobile

incontra detti ostacoli, saranno sempre di tanto maggiore impedimento all' accelerazione: quindi è, che essendo minore il contatto della sfera R col piano AC, di quello sia il contatto del prisma S col piano medesimo; minore ancora sarà l' impedimento al discendere della sfera che del prisma; e perciò, generalmente, *quanto maggiori saranno gl' impedimenti alla discesa, tanto minore sarà l' ultimo grado di velocità acquistato dal mobile, prima di ridursi al moto equabile*, e tanto più presto questo si otterrà.

(ANN. III.) *Se un grave che discenda per un piano AB inclinato, ne incontrerà un altro BC* (TAV. I. fig. 10.) *meno inclinato* (parlo teoricamente, e prescindendo dalle resistenze) *acceleratosi per AB, continuerà ad accelerarsi per BC; ma più lentamente, dimodochè in tutti i punti D, D abbia la velocità medesima che avrebbe avuta ne' punti E, E, corrispondenti, cadendo perpendicolarmente per AE.* E se *al fine de' piani inclinati succedesse un piano orizzontale CF, non farebbe per esso alcuna accelerazione*, ma solo vi conserverebbe il grado acquistato nel punto C, col quale correrebbe equabilmente per lo piano CF. In oltre, *se il mobile*, arrivato che fosse in B o in C, *trovasse qualche ostacolo o causa che rivoltasse la di lui direzione all' insù*, o per la perpendicolare BG, o per l' inclinata BH, *senza levargli alcuna parte della velocità acquistata*; è certo che *il grado di velocità dovuto al punto B sarebbe bastante a ricondurlo, o per l' una o per l' altra strada, sino alla medesima altezza dalla quale*

prima parti, cioè sino all'orizzonte AH, di moto però ritardato (cioè, che procedesse, diminuendosi coll'ordine medesimo, retrogradamente per li gradi dell'accelerazione) sinchè riportato in I, tornasse a quel grado di velocità che primo avea in D o in E; e perciò, siccome in A non avea il mobile alcuna velocità, così giunto in H o G, fosse tornato alla quiete.

Ma mettendo a conto le resistenze, non è mai possibile che il mobile ne' punti D, D abbia la stessa velocità che in E, ma sempre qualche cosa di meno, e maggiore sarà la differenza ne' punti del piano BC. Quindi è che, *arrivato in B, non sarà bastante il grado acquistato a riportare il mobile sino all' orizzonte AH;* perchè oltre la resistenza incontrata nella discesa AB, e dall'aria e dal piano inclinato, dovrà, per risalire verso l' orizzontale AH, incontrarne altrettanta; e perciò tanto maggiormente diminuire i gradi di velocità che, prescindendo da quest'ultima resistenza, nè meno sarebbero stati bastanti per arrivare all' orizzontale AH; e quindi è, che prima di arrivarvi avrà perduta tutta quella velocità che avea acquistata per la discesa AB. Molto maggiore sarebbe la differenza, se l' ostacolo trovato in B, a cagione del quale s' intende fatta la riflessione in BH, avesse levata, come succede, una parte della velocità al mobile; poichè egli è ben evidente che il grado in B dovuto alla discesa libera AL, impedito che sia dalle accennate resistenze nel discendere per AB, e dalle medesime nell' ascendere

per BH; se in oltre sarà scemato in B per l'ostacolo riflettente, di tanto minor forza sarà; e per conseguenza resterà appena atto a ricondurre il mobile alla metà o alla terza parte dall' altezza BG.

Che se prima di avere compita la sua ascesa per la linea BH, *troverà il grave qualche ostacolo che l'obblighi a rivoltarsi all' in giù nuovamente*, come per lo piano IK, *con qualche velocità residua di quella ch' avea antecedentemente, tornerà egli nella discesa* per IK, *ad accelerarsi*, come per appunto se egli avesse scorso il piano IK prolungato all' insù in M; e scendendo da M in I, avesse acquistato in I quel tal grado di velocità che gli restò nel cominciare a discendere per IK; il che è vero, da qualunque causa dipenda la velocità in I; cioè o sia acquistata cadendo, o pure impressa da forza esterna; con questa regola però, che se in I sarà un grado di velocità maggiore di quella che avrebbe il grave, ridotto che fosse al moto equabile scorrendo per lo piano IK, allora il moto, in vece di accelerarsi, si ritarderà, sino ad acquistare l' equabilità medesima.

Egli è perciò manifesto, *che se un grave avesse, nel discendere, da scorrere per diversi piani inclinati*, come ABCDEFGH, (Tav. I. fig. 11.) *per alcuni de' quali avesse il moto discensivo, e per gli altri il moto ascensivo, riuscirebbe bensì difficile*, e forse impossibile (senza una esatta cognizione di quanto possano le resistenze, che s' incontrano ora maggiori, ora minori) *il determinare le velocità del mobile in tutti i punti del di lui viaggio*;

ma non perciò si concluderebbe con verità che le leggi del moto de' gravi cadenti non avessero luogo, o non si osservassero *nella discesa di quello.*

Passando da' corpi solidi a' fluidi, bisogna ridursi alla memoria quanto si è detto nel primo capitolo, cioè che i corpi solidi hanno le parti tutte collegate insieme; e perciò abbenchè siano composti di più pezzetti di materia, nulladimeno devono essere considerati come una cosa sola, *non potendo un solido muoversi di moto semplice o rettilineo, se tutti i punti*, per così dire, *della mole di esso non concepiscono un impeto eguale*, che in ognuno d' essi cagiona altresì eguale ed uniforme la velocità, altrimenti è necessario che si spezzino; quindi è che gli statici tutti assegnano a' corpi solidi un certo punto, dentro o fuori della loro mole, che chiamano *centro di gravità;* (ch' io piuttosto direi *centro dell'impeto*, perchè in esso s' equilibrano tanto i momenti della gravità, quanto tutti gli altri delle potenze moventi) dal qual centro viene descritta la linea del moto.

Ma perchè i corpi fluidi sono un ammassamento di particelle solide, minutissime e non legate insieme, succede che (Ann. IV.) *ogni parte di essi può muoversi con direzione e velocità diversa dall' altre;* e perciò ne' fluidi, niegano gli statici medesimi, trovarsi alcun centro di gravità; non perchè anch' essi non siano gravi, o non siano obbligati a seguire le leggi universali della gravità; ma bensì, a mio credere, perchè siccome non può assegnarsi un

centro solo comune a' più solidi staccati uno dall'altro (che però non abbiano alcuna dipendenza o cospirazione ne' proprj moti) ma bisogna ammetterne tanti quanti essi sono; così trattandosi di un fluido (che non è altro che un ammassamento di più corpi, ognuno in libertà di moversi da se solo) non si può dare il centro di gravità all'unione o al numero delle parti, ma bisogna considerarlo in ognuna di esse separatamente; come è manifesto in una massa di miglio, le cui granella non sono obbligate a seguitare il moto l'una dell'altra, nè ad avere alcuna dipendenza dal centro di gravità che potrebbe assegnarsi alla figura, sotto la quale la predetta massa fosse compresa. Accade però qualche volta che il moto de' fluidi abbia qualche relazione al centro di gravità della figura; ma ciò è solo per accidente, è quando alcune delle parti del fluido sono da qualche circostanza sforzate a seguire il moto delle altre.

(Ann. V.) Dovendo perciò ognuna delle parti d'un fluido considerarsi come un corpicciuolo solido e grave, non vi è alcuna ragione che non persuada, dovere esso discendere al basso colle leggi medesime che osservano i solidi maggiori, e perciò, per quanto è in lui, accelerandosi di moto, secondo la proporzione delle semiordinate alla parabola; il che si dee intendere non solo nelle discese perpendicolari, ma ancora in quelle fatte per li piani inclinati.

Ho detto *per quanto è in lui;* attesochè la resistenza dell'aria, non v'ha dubbio, opera

molto ad impedire l'acceleramento, sì per la sua naturale adesione o viscosità, sì per la picciolezza del corpicciuolo predetto, che perciò da se solo non potrebbe nemmeno discendere per l'aria, ma vi resterebbe sospeso nella medesima maniera che fanno i vapori, se con la compagnia di altri simili, i quali succedendo l'uno all'altro s'ajutano vicendevolmente, non restasse finalmente superato l'ostacolo dell'aria predetta. Che dall'unione di più corpicciuoli d'acqua ciò succeda, è necessario per due ragioni: primieramente, perchè 'l corpo che risulta da'componenti dell'acqua, cioè l'acqua medesima, è più grave in specie dell'aria, e perciò è atta a superare la di lei resistenza; e secondariamente, perchè unendosi insieme più particelle di acqua, viene il composto a crescere di peso assoluto più di quello s'accresca la di lui superficie, e conseguentemente viene a scemarsi in proporzione la resistenza; quindi è, che successivamente accresciuta la potenza operante, e scemata maggiormente in proporzione la resistente, è necessario che finalmente la prima superi la seconda, e perciò che l'acqua discenda per l'aria.

Questi effetti della separazione ed unione delle particelle dell'acqua sono da noi cotidianamente osservati nell'ascendere che fanno i vapori, e nel cadere delle piogge; posciachè non essendo altro il vapore semplice che acqua rarefatta, o, più propriamente, che particelle d'acqua minime e disunite, è facile che ogni moto dell'aria le porti alla parte superiore, dalla quale non potendo partirsi per lo poco

peso e gran superficie, cioè per la gran resistenza che trovano, stanno come notando dentro l'aria medesima, ed ubbidiscono, al pari delle di lei parti, agl' istessi moti da' quali ella viene agitata. Ma perchè le agitazioni dell' aria si fanno non solo per linea retta, secondo la direzione de' venti, ma anche a modo di fermentazione, come vediamo nelle particelle polverose dell'aria medesima che s' incontrano in uno spiraglio di Sole; succede che a cagione del moto, direzione e contrasto de' venti, delle materie minerali ch' essi portano, e della constituzione calda o fredda dell' aria, vengano ad unirsi insieme le particelle acquee, le quali ridotte in gocciole, o sensibili o insensibili, superano la resistenza dell' aria, e cascano al basso, in forma o di rugiada o di pioggia. Non v'ha dubbio che quanto maggiori sono le gocce della pioggia, non cadano esse anche con maggiore velocità; il che siccome è facile da osservarsi, così non è punto difficile di renderne la ragione per le cose dette di sopra; poichè quanto maggiore è di peso assoluto il corpo cadente, tanto più tardi si riduce all' equabilità del moto; e perciò accelerandosi il medesimo maggiormente in tempo più lungo, ne siegue che, dopo acquistato il moto, conservi in sè un grado di velocità maggiore: ed essendo probabile che per lo più la velocità della pioggia sia equabile allor ch' è vicina a terra; perciò o paragonando le gocce cadute da eguale altezza, o pure l'una all'altra ridotte che siano a velocità equabile, il grado di questa sarà più grande nella goccia maggiore che

nella minore. Se però la goccia grande venisse da poca altezza, e la goccia picciola da altezza maggiore, può darsi il caso che questa fosse più veloce dell'altra, siccome in questo particolare ha molto luogo l'azione del vento, che alle volte accresce, alle volte sminuisce la velocità della pioggia.

Siccome un grano di polvere posato sopra di un piano, quantunque molto inclinato e ben terso, non esercita sopra di esso alcun moto, abbenchè sia un corpo solido; così *una goccia picciola di acqua posta in un simile piano non potrà discendere al basso:* ma siccome da più grani di polvere si può comporre un cumulo maggiore e più grave, che non possa di meno che muoversi, posto che sia sopra del piano medesimo; così *accrescendosi la quantità dell' acqua, sarà necessario ch' anch' essa discenda;* ben è vero che *potrà un impedimento fare che il grave solido s' arresti interamente, e non potrà facilmente fermare il fluido.* Per esempio, se sopra del piano AE poserà la sfera DBC, (Tav. II. fig. 12.) la quale incontri l' ostacolo FC, che sia almeno tale che tra il punto del contatto D ed il punto C, sommo dell' ostacolo, stia di mezzo la linea di direzione IH; o almeno non sia dalla parte inferiore del punto C, allora la sfera DBC non si muoverà punto: e la ragione si è, che non può la sfera muoversi al basso se il centro di gravità I non discende, il che non è possibile se la sfera DBC non sormonta l'impedimento; nel qual caso dovrebbe il centro I descrivere la circonferenza di un circolo circa

il punto C, e trovandosi IH tra' punti D, C, alzarsi: il che è impossibile succeda per la sola forza della gravità. Ma se la sfera DBC, che nel caso predetto può intendersi di ghiaccio, s'intenderà tutta ad un tratto squagliarsi in acqua, cioè a dire trasmutarsi dall' essere d'un corpo solido a quello di un fluido; non potrà l' ostacolo FC impedire che l' acqua non discenda almeno in parte. Ciò farassi, perchè levato che sia nello squagliamento il legame che avevano le parti del solido insieme, potranno discendere quelle che attualmente non saranno impedite, per appunto come farebbesi se la sfera si supponesse composta di grani d'arena o di miglio prima collegati insieme da qualche corpo viscido, e poscia disuniti per lo rimovimento dello stesso; e questa è la prima delle diversità che s' incontrano nella discesa de' corpi solidi, paragonata a quella de' fluidi; se pure si può chiamare diversità quella che nasce dall' errore commesso in volere considerare il moto di più solidi disuniti, come se fosse fatto in un solo.

Per altro *non v' ha dubbio che anche i minimi dell' acqua non s' accelerino più, cadendo per la perpendicolare, che scorrendo per un piano inclinato, almeno sul principio della discesa*, per la ragione medesima che si è detta de' corpi solidi, massimamente osservandosi che le cadenti perpendicolari molto più si assottigliano che le inclinate. Ma deesi avvertire che cadendo l' acqua perpendicolarmente, riceve molte impressioni dall' aria, dalle quali sono esenti i corpi solidi; posciachè, (1) *le cadenti*

perpendicolari (così sono chiamate le figure alle quali s' accomoda l' acqua nel cadere a perpendicolo) *almeno sul principio si assottigliano*, il che procede anco dalla pressione dell' aria, che lateralmente spinge le parti dell' acqua verso l' asse della cadente medesima; (2) *dopo qualche spazio della caduta, avendo l' acqua acquistata velocità considerabile, vengono le di lei parti divise l' una dall' altra, dall' aria inferiore*, che resistendo al moto, s' insinua tra esse, e dispergendole, *fa apparire che in vece di maggiormente ristringersi*, come esigerebbe la natura del moto accelerato, *piuttosto s' allarghino;* e questa dispersione di particelle d' acqua (talvolta ed in certe circostanze) così vassi moltiplicando, che in vece che la cadente conservi la sua figura, si trasmuta in una rugiada o pioggia di minutissime gocce.

Ma *ne' piani inclinati* la cosa cammina d' altra maniera; poichè *l' acqua che per essi scorre in qualche altezza di corpo, si va bene assottigliando nella medesima proporzione che richiede la velocità dell' accelerazione, come nelle cadenti; ma non mai, o rare volte, ed in pochissima quantità, si disperge in gocce*, sì perchè è ella obbligata a stare ristretta fra le sponde, e tenersi unita al fondo, e per conseguenza non è esposta all' azione dell' aria; sì anche perchè, a causa dell' inclinazione del piano, non arriva ella mai a tanta velocità che la poca aria, la quale nel principio del corso le osta, abbia forza di dividere il di lei corpo in più parti, e ciò molto meno, dopo formatasi

la superficie superiore dell' acqua corrente; mentre piuttosto l' aria, che sopra vi preme, coopera, insieme con la gravità dell' acqua, a tenerla unita in se stessa; onde volendo pure considerare l' acqua come un solo corpo, possiamo addurre per seconda diversità *il ristringersi che fa ella in se medesima, a misura della velocità che per la caduta o per la discesa va acquistando; al contrario de' solidi che per tutta la caduta conservano sempre la stessa mole.*

Si considera bensì da' Fisici nell' acqua, per essere fluida, uno slegamento di parti, ma non tale, ch' ogni di lei minima particella possa staccarsi, senza veruna resistenza, dall' altra; che anzi (ANN. VI.) è manifesto, trovarsi tra le di lei parti un tal qual vincolo, che è quello che tiene unite insieme le gocce dell' acqua, e fa colmeggiarle in forma di mezze sfere, quando esse posano sopra di qualche superficie. Il medesimo vincolo o attaccamento fa che *alle volte non si possa muovere una parte d' acqua senza che con essa siano tirate in consenso le vicine; e per lo contrario, impedita nel suo moto una parte di acqua, resta anche ritardata quella che immediatamente le è contigua.* Quindi è, che *se l' acqua fosse un perfettissimo fluido;* cioè a dire, se le di lei parti fossero affatto staccate l' una dall' altra, come è d' uopo considerarla, quando si parla in astratto, per dar luogo alle dimostrazioni; *scorrendo essa per un piano o fondo, quanto si voglia diseguale e scabro, potrebbero bene essere impedite quelle di lei*

parti che a dirittura incontrassero gli ostacoli, ma non già le altre, le quali dovrebbero seguitare. o nella sua accelerazione, o nel grado di essa, acquistato nell' arrivare al moto equabile; ma considerando l' acqua nel concreto della sua viscosità, ne segue, che non solo sono ritardate le parti di essa vicine al fondo o alle sponde, o, in una parola, vicine agl' impedimenti; ma anche quelle che restano più lontane da essi: e perciò siccome ne' solidi, che hanno le parti perfettamente unite, il ritardamento di una porta seco il ritardamento di tutte le altre, così ne' fluidi, che hanno le parti disunite, ma non perfettamente, l' impedimento del moto d' una di esse influisce a rendere minore la velocità delle vicine, ma non egualmente; dimanierachè *maggiore è la perdita delle parti più prossime alle impedite, minore nelle più lontane*, sino a rendersi insensibile e ridusri a niente. E però, anche in questo, s' accordano le leggi del moto de' solidi con quelle de' fluidi e dell' acqua; cioè che quanto maggiori saranno gl' impedimenti del piano declive, tanto minore sarà il grado di velocità, acquistato prima di ridursi al moto equabile; ma discordano in ciò, che *gl' impedimenti del piano declive, quanto ritardano una parte del solido, altrettanto ritardano il tutto; ma ne' fluidi più levano alle parti vicine all' impedimento, meno alle più lontane*; e questa è la terza differenza che s' osserva nel moto de' fluidi paragonato a quello de' solidi.

Non operando adunque le resistenze del piano tanto in ritardare il moto del fluido, ne nasce,

che rivoltandosi la direzione di esso ad altra parte, (siasi o discendente, o orizzontale, o ascendente) *avrà esso nel punto del rivolgersi maggiore velocità di quella che avrebbe un corpo solido in pari circostanze*; e perciò avrà maggior forza per risalire all' orizzontale del principio della caduta. E qui è d' avvertire un grandissimo vantaggio, che per ben osservare le leggi de' gravi cadenti, riceve l' acqua dalla sua fluidità, o, per dir meglio, che ritrae una particella d' acqua dall' altre che le stanno attorno.

Intendasi per lo piano AB disposta una serie di sferette AB, e sopra di essa un' altra CD, e sopra questa la terza serie EF ec. E si concepisca che tutte queste si muovano sopra del piano (TAV. II. fig. 13.) AB; in maniera che l' ultima parte di B sia stata la prima a muoversi, e dopo d' essa immediatamente la penultima. Crescendo adunque ne' gravi cadenti gli spazj scorsi, secondo l' ordine de' numeri dispari dall' unità, è necessario che la sfera prima partita dalla quiete s' allontani sempre più dalla seconda; poichè supponiamo che nello spazio di tempo, il più picciolo che si possa concepire, la prima sfera abbia fatto uno spazio che chiameremo X; nel secondo farà 3 X, nel terzo 5 X ec.; e dovendo la seconda sfera nel suo primo tempo fare eguale spazio che la prima, sarà il di lei primo viaggio X, ed il secondo 3 X, fatto nel terzo tempo della prima sfera, nel quale avrà corso lo spazio 5 X; e perciò nel fine del secondo tempo, essendosi scostata la prima sfera dal suo principio 4 X,

nel tempo che la seconda non si è scostata che X; la differenza dello spazio, o la distanza delle sfere sarà di 3 X; ma nel tempo susseguente, essendosi scostata la prima sfera dal suo principio 9 X, e la seconda solamente 4 X, viene la distanza delle sfere ad essere 5 X, e perciò maggiore della prima ec. Quindi è che negli spazj fra una sfera e l'altra della serie inferiore AB, è necessario che a cagione del proprio peso, e del mancar loro il sostegno inferiore AB, succedano le sfere della serie immediatamente superiore CD, e ne' luoghi di queste le sferette della serie EF.

Da ciò rendesi evidente la ragione, per la quale *i fluidi, durante il tempo della loro accelerazione, sempre si assottigliano e si abbassano di superficie.* Nè (Ann. VII.) è da dubitare che le sfere della serie superiore, cadendo nell'inferiore, non abbiano nel punto di essa giustamente quella medesima velocità ch'avrebbero, se dal principio del piano fossero venute sino a quel punto: se si farà riflessione a ciò che abbiamo detto di sopra. Ma se le sfere della serie inferiore AB saranno portate di moto equabile, quelle della superiore CD non discenderanno ec., e la superficie dell'acqua non si abbasserà. E se, per lo contrario, la sfera antecedente della serie inferiore si troverà ritardata da qualche impedimento, e succederà la susseguente non ritardata; converrà che o l'una o l'altra sia spinta nella serie superiore, e conseguentemente che la superficie dell'acqua si elevi.

Nel moto di un corpo solido, egli è ben

evidente che *il di lui ritardumento non può essere riparato da cagione veruna, salvo che da nuova discesa;* ma nel moto fatto da più solidi, de' quali uno sta e s' appoggia sopra di un altro (che è l' istesso che dire nel moto de' fluidi), se la figura di essi vi concorra (Ann. VIII.) *la pressione del superiore può restituire immediatamente all' inferiore tutta o parte di quella velocità che gli è stata tolta dall' impedimento;* o piuttosto far sì, che questo non produca in esso quell' effetto che per altro vi sarebbe succeduto; con questa regola però, che *la forza della pressione non può operare effetto veruno, se essa non sia valevole a produrre*, secondo il modo spiegato nel primo capitolo, *un grado di velocità maggiore di quello che resta al mobile dopo l' azione dell' impedimento*, come pure è stato da noi dimostrato alla Prop. I. del lib. 4. della *Misura dell' acque correnti*, e come ho avuto l' onore di far vedere in esperienza a diversi personaggi qualificati, e fra questi, a gli Eminentissimi d' Adda e Barberini, nel tempo che si trovavano quì in Bologna per lo regolamento dell' acque de' fiumi di Bologna, Ferrara e Romagna. La ragione positiva di questa regola si è, che un agente non può agire in un mobile, se il movente non è mosso, o almeno in conato a muoversi; e che il mobile non può essere mosso dal movente, se o in se, o almeno paragonato al moto del movente, non è constituito in istato di quiete; condizione che non può verificarsi, quando il mobile è affetto di velocità maggiore di quella che abbia o possa

produrre il movente; poichè allora solo il mobile, anche mosso, ha ragione di quiescente, quando egli aspetta di ricevere, e non fugge l'azione del movente; e perciò non aspettando il corpo più veloce, anzi fuggendo l'azione del meno veloce, non può nè essere considerato in istato alcuno di quiete, nè ricevere l'azione medesima.

Essendo dunque ritardata una o più delle sferette della serie inferiore AB, o pure *essendo ritardato il moto del fluido, converrà ch'esso si elevi di superficie*, e che la sferetta ritardata, v. g. B, la quale aveva sopra di se nel principio solamente due serie di simili sferette, per lo ritardamento seguito ne abbia quattro, o cinque, o più; e conseguentemente che, *crescendo la pressione delle superiori*, sopra la ritardata B *venga successivamente a proporzionarsi l'azione della pressione al grado di velocità* residuo nella sfera B, e, potendo, secondo la regola predetta, concorra ad ajutarla con imprimerle nuovo sforzo, atto a superare l'impedimento, o a risentire la di lui azione, meno di quello che farebbe un corpo solido. Quindi ne nasce, che essendo considerabili gl' impedimenti, anderanno tanto crescendo in altezza le serie delle sferette, che potranno, occorrendo, arrivare sino al livello del principio del piano declive; ed allora sarà constituita la sferetta B in uno stato che potrà ricevere il grado di velocità dovuto alla discesa AB, ovvero AO, quando nissuna altra cosa le avesse resistito; il qual grado perciò sarà atto a cagionare il risalto dell'acqua sino

all' orizzontale AG, o solo tanto minore quanto può detrarre la resistenza che fa l' aria alla salita BG; e su questo fondamento s' appoggia l' assioma degl' idrostatici, che *l' acqua tanto riascende, quanto è discesa;* cioè sino ad equilibrarsi all' orizzontale medesima. Io ho nominata più volte la pressione, non come la cagione della velocità, che, come si è detto nel primo capitolo, d' altronde si deve desumere; ma solo come causa del muoversi e del superarsi più facilmente le resistenze per l' aumento del peso assoluto, che maggiormente opera contro di esse.

In questa quarta notabile *diversità* che hanno *i fluidi* da' solidi, *si rendono essi molto più ubbidienti alle leggi de' gravi cadenti;* (Tav. I. fig. 11.) poichè può bene darsi il caso che un solido, dopo la discesa per AB, dovendo risalire per lo piano BC, non vaglia a superare la di lui acclività; ma questa impotenza non può succedere al fluido, il quale, *quando sia in copia bastevole*, purchè il punto C sia più basso di A, *assolutamente lo trapasserà e discenderà sino in H*, posta anche qualsisia resistenza, purchè non totale, al di lui moto: la medesima ubbidienza si riscontra ne' fluidi *in discendere per qualsisia piano* (quanto si voglia poco inclinato, e pieno di molti impedimenti) ed *in accelerarsi a proporzione per essi*, a differenza de' solidi, che per piccole che siano le resistenze, in poca inclinazione di piano ponno non muoversi di sorte alcuna: (Ann. IX.) anzi *sopra de' piani orizzontali*, *ne' quali assolutamente è negato qualunque*

moto a' corpi solidi, *possono scorrere i fluidi*, sottentrando al difetto dell' inclinazione il peso e la pressione del proprio corpo.

Da tutte le antecedenti considerazioni evidentemente apparisce che *le leggi de' gravi s' esercitano egualmente e ne' corpi solidi e ne' fluidi*; e che trattandosi della discesa semplice d' un solido solo, si possono ben riscontrare nel di lui moto più facilmente le leggi predette, che in un fluido, il quale è l' aggregato di molti solidi; ma in questo, facendosi operare la pressione, si ha il vantaggio della minore resistenza fatta dagl' impedimenti, e perciò in tal caso si ritrovano più sinceramente ed esattamente eseguite le regole dimostrate dal Galileo attorno la caduta de' gravi. Siccome dunque non v' ha dubbio che la gravità non sia la causa del moto nelle acque correnti; così non si ha da dubitare che la fluidità non sia una causa coadjuvante del medesimo.

(Ann. X.) Quanto poi alle regole che s' osservano dalle acque de' fiumi nel loro corso, egli è certissimo doversi esse desumere dalle predette due cagioni; e perciò applicando la dottrina poco di sopra addotta al moto de' fiumi, pare che resti evidente che:

Regola I.

(Ann. XI.) *L' acqua passando dalla quiete al moto*, *o nell' uscire dalle vasche delle proprie fonti*, *o nello squagliamento delle nevi*, *o in altra maniera*; *acquista nella discesa per gli alvei de' fiumi*, *che sono altrettanti*

piani, per lo più inclinati all' orizzonte, qualche grado di velocità ; (Ann. XII.) *ma questa ben presto si riduce all' equabilità* per le grandi resistenze che incontra l' acqua al suo moto, come sono la poca declività degli alvei medesimi ; le grandi inegualità de' fondi bene spesso pieni di sassi o ghiare ; gli ostacoli lateralmente esistenti nelle ripe ; le tortuosità de' fiumi ec. : impedimenti tutti che pongono un ostacolo considerabilissimo al corso dell' acqua, atto a distruggere, presso che del tutto, ogni velocità antecedentemente acquistata.

Regola II.

Ridotto che sia il corso dell' acqua all' equabilità, le dee però restare impressa quella velocità che ha acquistata antecedentemente nello scorrere per lo suo piano, e questa è regolarmente maggiore, quanto maggiore è la declività del suo letto ; poichè avendo maggior forza di superare gl' impedimenti, l' acqua che scorre per un alveo più inclinato, che non ha quella la quale corre per un meno inclinato ; viene ad avere maggior proporzione la forza al suo resistente nel primo caso che nel secondo ; e dovendo, per ridursi all' equabilità, essere eguale l' aumento della velocità che succederebbe all' impedimento del resistente, ne nasce in conseguenza che più tardi si faccia tale uguaglianza, o che maggiori si aggiungano i gradi della velocità all' acqua, quanto maggiore è la declività : e questa è la ragione per la quale i torrenti che scendono dalle montagne

con precipitose cadute superano facilmente gli ostacoli ordinarj che loro si oppongono per freno del corso.

Regola III.

Dalla medesima ragione facilmente si può dedurre che (Ann. XIII.) *la velocità di un fiume allora sarà maggiore, quando più grande sarà il corpo d' acqua che porterà;* posciachè (supposto il medesimo pendio e le medesime resistenze) avrà più forza di superar queste la copia più grande dell' acqua, come più grave, che la minore: e perciò i fiumi, nelle loro piene, corrono con maggiore velocità, che nei tempi ne' quali sono più magri di acqua; il che è vero ancora per un' altra ragione, cioè perchè l' acqua più alta, e per conseguenza maggiormente lontana dal fondo, più si scosta dalle resistenze di esso. Bisogna però avvertire di non lasciarsi ingannare dall' apparenza, che ordinariamente lusinga gli uomini a giudicare della portata dell' acqua di un fiume dalla grandezza della sezione di esso, senza considerazione della velocità; poichè può darsi il caso che l' altezza maggiore dell' acqua dipenda dal ritardamento della velocità, non dall' accrescimento di acqua nel fiume; e che in vece che dall' altezza maggiore si possa arguire maggior velocità, piuttosto si riscontri minore; ma ciò non succederà ne' nostri supposti.

Regola IV.

(Ann. XIV.) *Ne' fiumi, ne' quali la maggiore altezza viva dell' acqua ajuta le parti impedite di essa a non cedere tanto alla forza degli ostacoli, quanto minore sarà la larghezza dell' alveo, tanto maggiore sarà la velocità.* La ragione è manifesta; perchè negli alvei più ristretti, il medesimo corpo d' acqua corrente più si eleva di superficie; ma, per lo supposto, maggiore altezza d' acqua maggiormente ajuta a superare gl' impedimenti; e quanto più facilmente si superano gl' impedimenti, tanto maggiore riesce la velocità; adunque negli alvei più ristretti ec. maggiore si farà la velocità, e per conseguenza più tardi si arriverà al moto equabile, e più gradi di velocità si avranno in esso. Vero è, che le sponde più ristrette accostandosi più a tutte le parti dell' acqua, fanno che gl' impedimenti laterali altresì più operino; ma ciò non ostante, se non s' arrivi all' eccesso, più potrà sempre l' accrescimento della velocità acquistata per l' altezza, che il ritardamento fatto dalle sponde.

Regola V.

Ma que' fiumi, ne' quali l' altezza del corpo d' acqua non accresce la velocità, e che vanno tuttavia accelerandosi, quanto maggiore avranno la larghezza, tanto più veloci saranno. La ragione si è, perchè, in maggiore larghezza, più

inclinato considerabilmente, sono sempre in un continuo acceleramento e ritardamento; ed al contrario, *quelli che corrono in sabbia godono una maggiore uniformità di moto.*

Tra gl' impedimenti che si frappongono al corso dell' acqua, uno de' più considerabili è la perdita o la diminuzione della pendenza, alla quale succede il ritardamento della velocità dell' acqua, la quale, quando prima sia stata equabile, non mai potrà riacquistarsi, se non torni in essere il primiero pendio, o non si diminuiscano a proporzione le resistenze. Che *se il corso dell' acqua non sia intieramente ridotto all' equabilità, lo scemarsi del declivio farà* almeno *che la velocità più presto s' eguagli,* e potrà anche far sì, che il grado di velocità acquistato si scemi, secondo la differenza che sarà fra il pendio antecedente e il susseguente.

Se le acque fossero corpi solidi, non dovrebbe cercarsi la velocità del loro moto che nell' accennata inclinazione dell' alveo; ma per l' altra parte, la declività che ordinariamente si trova nel letto de' fiumi, anzi quella che si riscontra ne' torrenti più rapidi, non sarebbe bastante, per ragione dell' inegualità de' fondi, a permettere che le acque potessero discendere al basso, come non lo permette a' corpi solidi di maggior peso e specifico ed assoluto; ed in fatti, gelata che sia l' acqua de' fiumi, cessano essi dal correre. Noi abbiamo perciò detto di sopra che, acciò le acque possano scorrere per li loro alvei, si richiede l' ajuto della fluidità, per causa della quale può impedirsi o ritardarsi una parte di esse, senza che questo

ritardamento tiri seco egualmente quello di tutte le altre. La fluidità perciò opera molto in permettere che la gravità cagioni velocità nell' acqua corrente; perchè, essendo certo, per la stessa ragione della fluidità, che (Ann. XV.) trovandosi l' acqua in qualche altezza di corpo, le parti superiori premono le inferiori, e colla forza della caduta le obbligano a ricevere uno sforzo di muoversi verso qualsivoglia differenza di luogo, che, ridotto all' atto, produce, nelle parti che ne sono dotate, quel preciso grado di velocità che loro avrebbe dato la discesa dalla superficie dell' acqua sino al luogo nel quale ciascheduna di esse si trova: bisogna confessare che *la velocità dell' acqua non solo dipende dalla discesa fatta per un alveo declive, ma ancora dal peso o pressione esercitata dalle parti superiori sopra le inferiori*, secondo la Regola assegnata di sopra.

Regola VII.

Quindi è, che *ne' fiumi, presso le loro origini, dove regolarmente hanno cadute considerabili, la velocità dell' acqua si desume più dall' accelerazione, che dall' altezza del corpo dell' acqua medesima*; ma nello scostarsi che fanno dal loro principio (resa insensibile, e talvolta levata affatto la declività dell' alveo) ne siegue che, contrastando sempre gl' impedimenti alla velocità del fiume, finalmente si distrugga ogni grado di velocità acquistata per la caduta; ma non perciò si tolga il corso al fiume, sottentrando l' altezza dell' acqua a

produrre quella velocità che è necessaria allo scarico dell' acqua somministrata dalla parte superiore dell' alveo; (Ann. XVI.) e perciò *i fiumi di poca declività sono più veloci di corso, quanto maggiore è l' altezza viva dell' acqua che portano.*

Dipendendo dunque il corso de' fiumi e dalla caduta e dall' altezza del corpo di acqua. e non riconoscendo mai una parte di acqua la sua velocità che da un solo principio; *può darsi il caso che*, trattandosi di tutta quella quantità di acqua che passa nel medesimo tempo per una data sezione di fiume, *una parte*, per esempio, l' inferiore, *abbia la velocità regolata dall' altezza viva dell' acqua; e l' altra parte*, v. g. la superiore, *dalla discesa, trovandosene anche qualch' altra, nella quale si pareggino le efficienze delle due cause*, dimanierachè tutte le parti d' acqua inferiori ad essa siano veloci per l' altezza dell' acqua, e tutte le superiori per la caduta.

Sia, per esempio, il lago o fonte (Tav. II. fig. 14.) ABE, dal quale esca l' acqua che debba scorrere per lo canale connesso ed inclinato BK, e l' acqua nella prima sezione abbia l' altezza BA, e sia la linea ES l' orizzontale per la superficie dell' acqua del lago: certa cosa è, che essendo l' acqua in B nel primo punto della pendenza BK, non può avere altra velocità, che la dovuta all' altezza che ha la superficie del lago sopra il fondo B dell' emissario; e perciò il punto B avrà la velocità ch' è dovuta all' altezza BR, o alla discesa EB, e la superficie dell' acqua nella prima sezione in A avrà quella velocità che è

propria della discesa EA, o dell' altezza SA; Continuandosi poscia il moto per lo canale BK, ed accelerandosi continuamente tutte le parti dell' acqua (Ann. XVII) si disporrà la superficie di questa in una linea curva ALI, che anderà sempre accostandosi al fondo BK a misura dell' accrescimento che avviene alla velocità. Tirata perciò per lo punto E la EO perpendicolare all' orizzonte, circa di essa, come asse, si descriva la linea curva EBDFP, che, astraendo da tutti gl' impedimenti, dovrebbe essere parabolica: e supposto che l' acqua del fondo, giunta che sia in G, incontri tali impedimenti che possano ridurla all' equabilità, si tiri per lo punto G la linea GDM orizzontale, la cui parte MD mostrerà la velocità del punto G; e supponendo pure che le resistenze da G in K continuino senza accrescersi o sminuirsi; sarà la velocita da G in K sempre la medesima; e perciò, per lo punto D tirata la linea DT, paralella alla MO, tutte le velocità del fondo anderanno a terminare nell' ambito della figura EBDT, composta della curva ED, e della retta DT: ma perchè nella medesima sezione la superficie L non è tanto veloce, quanto il fondo G, per avere minore la discesa, la cui differenza è CM, continuerà il punto L ad accelerarsi, v. g. sino al punto V, l' orizzontale del quale coincida con quella del punto G: ed allora l' acqua nella perpendicolare della sezione VX sarà di eguale velocità, tanto nella superficie che nel fondo del canale XK.

Questo caso però, se non è impossibile, almeno è molto raro, perchè regolarmente l' acqua

è più impedita nel fondo che nella superficie; e perciò, fattasi eguale la velocità di V a quella di G, non cesserà la velocità di V d' aumentarsi di vantaggio. Supponiamo dunque che l' accrescimento della velocità si renda sempre maggiore sino in I, e quivi si faccia l' equabilità; condotta dunque per lo punto I l' orizzontale IN, sarà FN la velocità di I; e perchè questa più non può accrescersi, condotta per F la linea FH, paralella ad NO, tutte le velocità della superficie dell' acqua da A in I ec. anderanno a terminare alla circonferenza EBFH, composta della retta FH e della curva EBF, e la velocità di tutte le altre parti, fra la superficie ed il fondo, avranno la sua equabilità ne' punti fra D ed F, da ciascheduno de' quali, se si tireranno delle paralelle all' asse EO, saranno queste racchiuse fra le due DT, FH: dal che si raccoglie che in tal supposto la maggiore velocità del canale o fiume nella parte inferiore al punto V è nella superficie dell' acqua, minore nel fondo; e nelle parti di mezzo, tanto è maggiore, quanto più l' acqua sta lontana dal fondo che è quello ch' io notai nello Scoglio della Prop. IV. del secondo libro della *Misura delle acque correnti.*

Ciò esposto, se dopo ridotte tutte le parti dell' acqua all' equabilità, s' incontrassero nuovi impedimenti che levassero gran parte della velocità acquistata; certa cosa è che a proporzione della velocità levata dovrebbe alzarsi il corpo d' acqua; la quale, quando nell' elevarsi ricevesse dalla sua altezza tanta energia che potesse imprimere nelle parti più basse delle

sezioni velocità maggiore di quella che loro era restata, dopo la porzione levata dagl' impedimenti, non v' ha dubbio, che elevatasi l'acqua a tanta altezza che le potesse bastare per iscaricarsi, non crescerebbe ella di vantaggio, ma in tale stato continuerebbe il suo moto, quando si continuassero gl' impedimenti medesimi.

(Ann. XVIII.) Per esempio, supponiamo che l' acqua, nel correre, abbia acquistata nell' atto di ridursi all' equabilità una velocità competente a dieci piedi di caduta o di discesa; e che perciò l' acqua, attesa anche la sua quantità reale, debba scorrere con un' altezza di corpo di quattro piedi nella sua sezione. Questa altezza dunque dovrebbe sempre mantenersi, continuandosi gl' istessi impedimenti e la stessa larghezza e pendenza di alveo; ma incontrandosi maggiori resistenze, supponiamo che queste levino a tutta la sezione del fiume la metà della velocità antecedente; è certo per la prop. 3. del primo libro della *Misura delle acque correnti,* che in tal caso l' altezza dell' acqua dovrebbe crescere il doppio, cioè a piedi 8; ma perchè se alla discesa di piedi 10 corrisponde una velocità determinata, la metà di essa non compete che a una quarta parte della predetta caduta, cioè a piedi due e mezzo, potrà l' altezza primiera dell' acqua fare qualche sforzo contro le resistenze; ma non bastando, nell' elevarsi che farà l' acqua, trovando la velocità competente alla caduta di soli piedi due e mezzo, sottentrerà essa a premere le parti inferiori dell' acqua, e ad imprimere loro gradi maggiori, non permettendo che gli ostacoli

levino tutta quella velocità che per altro avrebbero levata; onde quando si sarà alzata l' acqua tanto che basti a restituire alla sezione intiera tutta quella somma di velocità che le è dovuta per iscaricarsi, non s' alzerà di più, ma fermerassi nell' alzamento acquistato. E perchè in tale stato necessariamente dee darsi che in tutte le parti dell' acqua si trovi dimezzata la primiera velocità, ma in alcune più, in altre meno della metà, dimanierachè gli eccessi e i difetti da questa vicendevolmente si compensino; quindi è che quelle parti che avranno velocità tale che possa essere accresciuta dall' altezza dell' acqua, nell' accrescersi che fa successivamente, ricupereranno qualche parte della perduta velocità; e quelle che, non ostante la perdita fattane, ancora conservassero il rimanente maggiore di quella che potesse contribuire l' altezza dell' acqua predetta, la riterrebbero nello stato medesimo senza veruna alterazione; se pure i moti sregolati, che fa l' acqua nell' alzarsi di corpo, non servissero di nuovo impedimento: dal che apparisce che l' acqua predetta non si eleverebbe agli otto piedi supposti, se non nel caso che la velocità dell' acqua vicino al fondo restasse scemata della sua metà, ed altrettanta fosse la velocità colla quale scorressero gli altri quattro piedi di altezza aggiunta.

Perchè dunque, come si dirà a suo luogo, le inclinazioni degli alvei sempre più si sminuiscono, quanto più si scostano dal loro principio; quindi ne nasce, che trovandosi sovente essere così poca *la declività dell' alveo*, che

l' angolo formato dalla linea del fondo con l' orizzontale non arrivi ad essere sensibile, (come appunto è in un pendio simile quello del nostro Reno, che nelle parti inferiori non arriva a cinquantadue seconde) perciò tal declività in alcuni casi *poco opera a rendere veloci le acque de' fiumi, fuorchè nelle parti molto vicine alla superficie dell' acqua*, che sono assai dilicate per risentire ogni picciolo sconcerto del loro equilibrio: ond' è che *le parti più vicine al fondo non scorrono al basso per cagione del declivio dell' alveo, ma solo per l' altezza dell' acque superiori;* così le mezzane e le più alte, secondo la diversa declività del fondo dell' alveo.

Regola VIII.

Ciò fa conoscere che *l' acque libere de' fiumi hanno diverse velocità in ognuna delle perpendicolari della stessa sezione;* poichè le parti superficiali ponno avere una velocità apparentemente considerabile, le più basse un poco meno, quelle di mezzo molto più, e le vicine al fondo (prescindendo dalle resistenze) anche più; ma in realtà (mettendo queste a conto) qualche cosa di meno di quelle del mezzo: dal che pare a prima vista rendersi dubbiosa ogni regola di misurare le acque correnti. Contuttociò (Ann. XIX.) se il metodo assegnato da noi nel lib. 4. della *Misura delle acque*, s' applicherà a' luoghi proporzionati, ne' quali l' altezza viva dell' acqua sia la più grande che avere si possa; e che l' alveo sia

di poco pendio, e coll' avvertenza, negli altri casi, di toglier di mezzo tutta la velocità acquistata per la caduta che ordinariamente è nelle parti superficiali dell' acqua (il che si fa esquisitamente coll' abbassare le cateratte motivate in detto libro; anzi si può farne la prova, con fare il calcolo dell' acqua corrente più volte, tenendo abbassata la cateratta, ora più, ora meno, il che anche maggiormente assicura che le larghezze de' regolatori siano vive); non sarà affatto impossibile di misurare qualunque acqua corrente. Anzi ne' casi di poca pendenza di alveo, e ne' fiumi che si chiamano rassettati di corso, la velocità della superficie trascurata non può fare molto divario; anzi piuttosto con quest' aggiunta si può assai bene compensare ciò che detrae alla vera misura, l'impedimento delle sponde, e del fondo de' regolatori.

Non è da tacere un' altra cagione, che opera nel far crescere o sminuire la velocità nelle parti dell' acqua, o debbasi essa desumere dalla caduta o dall' altezza: ed è l' aderenza, o viscosità, o collegazione, benchè poca, che hanno insieme le particelle, tutto che minime, dell' acqua; perchè siccome vediamo, che *rallentandosi il moto vicino alle sponde, vengono similmente, benchè sempre meno, impedite anche le parti da esse più lontane*; e che all' incontro ristringendosi il filone alla ripa, la velocità di questo influisce ad accelerare l' acqua vicina, non ostante la resistenza che vi trova; così è fuori d' ogni dubbio, che trovandosi le parti inferiori con moto assai veloce,

ne dovranno comunicare qualche parte alle superiori; e che nella medesima maniera gl' impedimenti del fondo ritarderanno non solo l' acqua che vi sta immediatamente vicina, ma anche quella che da esso maggiormente si scosta: e questa è una delle ragioni per la quale ne' canali orizzontali s' osserva qualche velocità nella parte superiore dell' acqua, mentre per altro non avendo questa veruna pressione, parerebbe che secondo ogni ragione dovesse restare priva d' ogni moto, o solo averne quel tanto che può conciliarle in qualche parte la declività della superficie che è insensibile. E da ciò anche deriva in parte che nelle piene de' fiumi le acque si rendono più veloci; poichè accrescendosi per la maggiore altezza dell' acqua la velocità alle parti inferiori, questa viene ad essere participata ancora alle parti superiori, per ragione dell' aderenza che hanno queste con quelle. Di tale variazione però nella misura dell' acque non si dee tener conto veruno; attesochè quanto di moto le meno veloci assumono in se, per la comunicazione delle più veloci, altrettanto queste ne perdono; e non per altro le più veloci si ritardano per la vicinanza di altre meno veloci, se non perchè le prime si spogliano di una parte della propria velocità, participandola alle seconde; ond' è che per tale ben aggiustata compensazione, non accrescendosi nè sminuendosi la somma del moto, nè meno si altera la velocità media, dalla quale principalmente dipende la misura dell' acque correnti.

Da tutto il predetto si può raccogliere per

modo di epilogo (1) che *due sono le cause immediate della velocità nelle acque de' fiumi*, cioè una la declività dell' alveo, e l' altra l' altezza viva del corpo dell' acqua; o, per dir meglio, l' accelerazione del moto acquistata nel discendere dell' acqua per l' inclinazione dell' alveo, e la celerità dovuta alla caduta dall' altezza viva della sezione, sino alla parte di acqua da essa resa veloce. (2) Che *dette due cause non operano unite, ma solo per ragione della prevalenza*, dimodochè se più vale l' accelerazione del pendio, che l' altezza viva dell' acqua, a quella e non a questa deesi la velocità, e per lo contrario. (3) Che *nella medesima sezione, ma non nella medesima parte dell' acqua, può avere luogo l' una e l' altra di dette cause nello stesso tempo*, dimodochè una parte riconosca la sua velocità dall' altezza dell' acqua, l' altra dal pendio dell' alveo. (4) Che *ne' fiumi di poca declività ha luogo per la maggior parte la velocità nata dall' altezza dell' acqua, ed in quelli che hanno molta caduta può aver luogo questa, più che l' altezza, in rendere l' acqua veloce; ed in qualche caso può operare la sola caduta.* (5) Che *la velocità della superficie dell' acqua è sempre effetto della declività di essa*, e ne' canali orizzontali, anche della viscosità che si trova fra le parti dell' acqua. (6) Che *nella misura dell' acque correnti si dee fare in modo che tutta la velocità della sezione dipenda dalla sola altezza*, il che si può ottenere abbassando delle cateratte sotto la superficie dell' acqua, che l' obblighino ad elevarsi, e ad accrescere

le velocità inferiori, se ve ne sono provenienti dall' accelerazione per lo pendio. Dal che si può dedurre (7) Che (Ann. XX.) *i fiumi i quali non hanno sensibile declività, tanto saranno più veloci, quanto maggiore sarà il corpo d' acqua che porteranno*, supposta in essi eguale la larghezza dell' alveo; o pure, *quanto maggiore sarà la loro altezza viva.* Ed (8) finalmente. Che *i fiumi i quali portano eguale quantità di acqua, quanto saranno più ristretti, saranno anche tanto più veloci; quanto più larghi, tanto meno veloci;* e perciò nelle sezioni più strette del medesimo fiume s' osserva maggiore velocità di corso.

ANNOTAZIONI
AL CAPITOLO IV.

ANNOTAZIONE I.

(Al § *Restano dunque in fatti*)

Dopo un certo spazio di discesa . . . . la resistenza dell' aria cominci ad operare sensibilmente, sinchè pareggiando essa la forza accelerante, impedisca che la velocità più non s' accresca, e però di lì avanti il moto si renda equabile.

Stimò l' Autore col Galileo, che il moto de' gravi cadenti per l' aria si riducesse dopo qualche tempo all' equabilità. Ma qui è da avvertire, che sebbene nella discesa di ciascun corpo si può figurare un grado di celerità massima, oltre la quale mai non possa aumentarsi il suo moto, pareggiandosi allora la forza della gravità alla resistenza del mezzo, e con ciò distruggendosi la forza accelerante che consiste nell' eccesso di quella sopra questa (e tal velocità massima sarebbe quella che per l' appunto basterebbe all' aria, o al vento che si facesse soffiare allo insù, per tener sospeso quel corpo, senza che potesse cominciare a discendere) nulladimeno non può giammai la velocità del corpo cadente arrivare a quel tal grado, se non dopo un tempo infinito, come dopo l' Ugenio, il Leibnizio e il Cavalier Neuton, hanno dimostrato altri moderni Matematici, e specialmente il Sig. Varignon, almeno in tutte quelle ipotesi che loro è caduto in mente di esaminare intorno alla legge delle resistenze, cioè al rapporto di esse colle velocità; onde siegue che i gravi mai non possano giugnere in virtù della resistenza dell' aria al moto equabile, ma perpetuamente debbano andarsi accelerando, comecchè tale accelerazione si riduca a poco a poco ad essere insensibile.

Ciò non ostante vedremo nelle note seguenti che la supposizione presa dal nostro Autore mente deroga nella sostanza alla dottrina che egli espone appresso intorno al corso delle acque; e molto più, perchè nella presente materia non tanto fa d'uopo considerare la resistenza dell'aria (che poco o nulla ha che fare col corso de' fiumi ne' loro alvei) quanto le altre resistenze che dipendono dagli ostacoli che s'incontrano nelle ripe e nel fondo, e da simili impedimenti, i quali nelle cadute de' corpi solidi che sdrucciolassero lungo que' piani basterebbero talvolta non pure ad impedire l'accelerazione, ma, come l'esperienza dimostra, a rallentarne positivamente il moto, ed anco a spegnerlo affatto; e lo stesso seguirebbe ne' fluidi, se questi, nell'accumularsi che fanno pel loro ritardamento, non trovassero modo di superare gl'impedimenti, come più sotto si spiega in questo medesimo capo.

ANNOTAZIONE II.

(Al § *Tanto più s'impedirà*)

Tanto più s'impedirà l'accelerazione del moto d'un grave cadente per un piano inclinato, se la di lui superficie, o quella del piano avranno delle irregolarità e delle asprezze.

Qui si vuol notare che, secondo alcuni, corre una diversità essenziale fra la resistenza del mezzo (a cagion d'esempio dell'aria) e quella che nasce dalla scabrosità della figura de' gravi, o dall'asprezza del piano per cui scorrono; perchè laddove la prima ragionevolmente si suppone sempre andarsi aumentando a misura che cresce la velocità del mobile (qualunque poi sia la proporzione di tale aumento, intorno a che diverse sono le ipotesi degli scrittori), al contrario le resistenze che nascono dall'asprezza della figura del corpo, o da' risalti del piano (quand' anco questi si suppongano per tutto uniformi) o non serbano alcun particolar rapporto colle velocità, o tal rapporto non è per avventura lo stesso che ha luogo nella resistenza dell'aria.

L'Ermanno nel lib. 2. della Foronomia, § 477, chiama tali resistenze assolute, cioè indipendenti dalle velocità,

perciocchè una tal sorta d' impedimenti toglie sempre egual parte di forza al mobile, o si muova questo con una velocità o con un' altra; e ciò supposto, trattando poscia nel § 494 d' un solido che cadendo lungo un piano, non soffra altra resistenza che quella delle asprezze uniformi, riduce un tal caso a quello della gravità costante, mentre diffalcando sempre da questa la quantità della resistenza, anch' essa costante, la forza che rimane, e che è quella che ad ogni istante sollecita il corpo, sempre si manterrà d' una istessa misura, comecchè minore dell' intera gravità, e per conseguente dovrà sempre andare accelerando il corpo, ma per gradi minori di quello che avrebbe fatto la gravità senza tal resistenza.

Ma il Sig. Varignon nelle Memorie dell' Accademia Reale delle Scienze del 1707, in una nota che aggiugne dopo il corollario 7 del problema 3 della sua dissertazione sopra i moti fatti ne' mezzi resistenti, considerando la resistenza, che dipende dalle asprezze uniformi, esser proporzionale non già al tempo (come pare che il Sig. Ermanno la figuri nel precedente discorso) ma bensì allo spazio corso dal mobile in un dato tempo minimo (per essere in fatti tanto maggiore il numero dei risalti che sempre detraggono egual parte di forza al mobile quanto più lungo è lo spazio corso, giacchè tali risalti si suppongono per lo stesso spazio uniformemente distribuiti) conchiude che la resistenza sarebbe verisimilmente come la velocità attuale del corpo a ciascun tempo; e però anche l' impedimento delle asprezze produrrà una resistenza che non potrà dirsi assoluta, ma che avrà dipendenza dalla velocità, comecchè non abbia per avventura a questa il medesimo rapporto che vi ha la resistenza dell' aria. È ben vero che se le resistenze nate dalle asprezze consistono (come le spiega il Sig. Pitot, nelle Memorie del 1730) in tanti ribalzi, seguiranno forse altre leggi.

Comunque sia, è manifesto che, tanto nell' una quanto nell' altra di queste due ipotesi, dovranno i corpi solidi cadenti per piani inclinati sempre andarsi accelerando non ostanti le asprezze uniformi che vi incontrano, e così pure dovranno fare le acque de' fiumi nella loro

discesa, non ostante il soffregarsi che fanno colle ripe e col fondo. Egli è ben vero che la difformità di tali impedimenti congiunti cogli altri che incontrano i fiumi, come le diverse inclinazioni degli alvei, gli scogli e i sassi che gl' ingombrano fra le montagne, le cascate dalle pescaje, il cangiamento delle larghezze, l' obbliquità delle ripe, i ribalzi e le riflessioni dell' acqua, l' impeto de' fiumi tributarj, e simili altre cagioni ponno non pure impedire, l' accelerazione, ma indurre positivo rallentamento nel corso delle acque, come poc' anzi si è notato.

ANNOTAZIONE III.

(Al § *Se un grave*)

Se un grave che scenda per un piano inclinato AB (Tav. I. fig. 10.) *ne incontrerà un altro meno inclinato ... acceleratosi per AB continuerà ad accelerarsi per BC, ma più lentamente, dimodochè in tutti i punti D, D abbia la velocità medesima che avrebbe ne' punti E, E, cadendo perpendicolarmente per AE.*

Questo pure fu insegnamento del Galileo, ma non è poi stato trovato vero da chi dopo di esso ha meditato sopra tal materia. Osservò il Sig. Varignon che la velocità del mobile nel suo passaggio nel nuovo piano dee necessariamente diminuirsi, e ridursi, rispetto alla primiera velocità, in ragione del sino del compimento dell' angolo, che comprendono fra loro i due piani al sino totale. Allora solo un grave, in qualsivoglia punto del suo viaggio inclinato all' orizzonte, avrebbe la stessa velocità che compete al punto corrispondente del perpendicolo, quando la linea inclinata del detto viaggio fosse o una sola retta, o una curva continuata, o pure una porzione di curva congiunta ad un' altra linea tangente retta o curva; ma non così ove ad un piano ne succeda un altro che col primo comprenda un angolo assegnabile. Veggansi intorno a ciò le proposizioni 7 e 8 delle utilissime annotazioni del Padre Abate Grandi al Trattato del Moto accelerato del Galileo.

Ma nè qui pure si dee temere che nasca alcuno sconcio a quello che sul fondamento predetto insegna l'Autore

intorno al movimento dei fiumi. Solamente nel caso che essi scendano per diversi piani inclinati, si dovrà aver riguardo alla predetta diminuzione della velocità, considerando il cangiamento dell' inclinazione per uno di que' tanti impedimenti che l' acqua incontra negli alvei, e che concorrono a scemarne la velocità.

ANNOTAZIONE IV.

(Al § *Ma perchè*)

Ogni parte di essi può muoversi con direzione e velocità diversa.

Non ostante che le diverse parti d' un fluido possano avere velocità e direzioni diverse, a differenza di quelle d' un solido; tuttavia trattandosi di un corso d' acqua o sia per aria, come ne' getti, o lungo un letto, come ne' fiumi, si può in ciascuna sezione intendere una direzione mezzana fra tutte, cioè quella secondo cui si move la maggior parte delle linee o fila dell' acqua, e quella si prende per la direzione universale di tutta l' acqua, e si può parimente figurare una velocità media aritmetica, risultante dal ragguaglio delle varie velocità nelle diverse parti, e questa s' intende per velocità media, come si è accennato nell' annotazione 5. del capo 1. In tal senso si vuol prendere e il detto finora, e quello che si dirà appresso delle velocità e delle direzioni delle acque, ove espressamente non si distingua o la direzione, o la velocità d' una parte di una sezione da quella dell' altra.

ANNOTAZIONE V.

(Al § *Dovendo perciò*)

Dovendo perciò ognuna delle parti d' un fluido considerarsi come un corpicciuolo solido e grave ec.

Non è punto necessario obbligarsi a far concetto de' fluidi, come di aggregati di corpicciuoli solidi, potendosi verificare nella sostanza tutto ciò che in questo Trattato s' insegna, ancorchè le parti minime de' fluidi si considerassero come fluide. È bensì necessario

supporle gravi, e prendere almeno per ipotesi, che ciascuna parte nello scendere abbasso, prescindendo dagli impedimenti, si acceleri con quella legge con cui si accelerano i solidi, quand' anco si lasciasse in dubbio se ne' medesimi tempi, dopo la quiete, passassero per li medesimi gradi di celerita che questi. Vedi intorno a ciò l' annotazione 3. del capo 1.

ANNOTAZIONE VI.

(Al § *Si considera bensì*)

È manifesto trovarsi tra le di lei parti un tal qual vincolo, che è quello che tiene unite insieme le gocce dell' acqua.

Questa adesione o viscosità, che dall'Autore si riconosce fra le particelle dell' acqua, può per avventura avere ne' movimenti di essa più parte di quello che paja a prima vista; nè forse senza ricorrere ad un tal principio si può chiaramente comprendere alcuno di quegli effetti che si riconoscono dalla gravità e dalla fluidità.

Egli è difficile spiegare la predetta adesione, supponendo le particelle di figura sferica, se pure non si ricoresse alle attrazioni scambievoli delle parti della materia, che è un' altra ipotesi fisica, la quale è soggetta alle sue difficultà.

ANNOTAZIONE VII.

(Al § *Da ciò rendesi*)

Non è da dubitare che le sfere della serie superiore cadendo nell' inferiore, non abbiano nel punto di essa giustamente quella medesima velocità che avrebbero, se dal principio del piano fossero venute fino a quel punto.

Non manca, a mio credere, di soggiacere a qualche dubbio questa asserzione, a riguardo della resistenza che incontra ciascun globetto nel suo discendere dal contatto di quelli fra' quali dee scorrere, anzi pur anco

dal fondo e dalle sponde, quantunque regolari e spianate, che lateralmente chiudono e sostentano la massa de' globi, comecchè necessariamente convien supporre, se non si vuole che la pressione de' superiori faccia muover di fianco gl' inferiori, e disturbi le regolarità delle direzioni che qui si figurano. Atteso ciò, non pare così evidente che ciascun globo in una simile discesa concepisca tutta quella velocità che acquisterebbe in una caduta libera. E applicando questo discorso al moto delle acque, forse questo sostentamento è uno degli ostacoli da mettersi in conto fra quelli che resistono all' accelerazione de' fiumi, e da cui non si può fare astrazione (come si può fare dal semplice soffregamento) mentre pare che la velocità debba restarne modificata. Vedi anche intorno a ciò l' annotazione XI di questo capo.

ANNOTAZIONE VIII.

(Al § *Nel moto*)

La pressione del superiore può restituire immediatamente all' inferiore tutta o parte di quella velocità che gli è stata tolta dall' impedimento, o piuttosto far sì, che questo non produca in esso quell' effetto che per altro vi sarebbe succeduto.

Che ne' fluidi la pressione delle parti superiori possa aumentare nelle inferiori la velocità, è manifesto per esperienza; atteso, che se attraverso un canale corrente, e che porti una misura costante d' acqua, si porrà un ostacolo che alcun poco sia immerso sotto la superficie di questa, e chiuda il canale da una ripa all' altra (come sarebbe una cateratta che si calasse fra' suoi incastri fino al pelo, o un poco sotto il pelo dell' acqua) si osserverà l' acqua dalla parte superiore all' impedimento elevarsi fino a un certo segno, per lo più non molto alto, e in tale positura rendersi come stagnante, e dopo ciò seguitare il canale il suo corso senza altra alterazione. In tal caso è manifesto che l' istessa quantità d' acqua passa per quel vano, che resta dall' impedimento in giù sino al fondo, che passava per l' intera sezione, e per tutte le altre avanti l' apposizione

dell' impedimento; cioè a dire, che l' istessa acqua passa per una minor sezione, onde è forza che vi passi con maggiore velocità; nè altro può credersi, se non che l' accrescimento d' altezza seguito dalla parte di sopra alla cateratta sia quello che gl' imprima un grado di velocità maggiore, appunto come succederebbe in un vaso in cui la superficie dell' acqua fosse a qualche altezza sopra la sommità della luce per cui esce. Tutto il dubbio che può rimanere è, se l' effetto dell' acqua superiore nell' accrescer velocità all' inferiore abbia luogo eziandio quando la superiore non sia ristagnata, come lo è in questo esperimento, ma anch' essa corrente insieme coll' inferiore nelle sezioni del fiume; ma di ciò si parlerà nella nota 15. di questo capo.

ANNOTAZIONE IX.

(Al § *In questa quarta*)

Anzi sopra de' piani orizzontali . . . possono scorrere i fluidi, sottentrando al difetto dell' inclinazione il peso e la pressione del proprio corpo.

Vedi intorno a ciò la proposizione 1. del capo 5., e suoi corollarj colle loro annotazioni.

ANNOTAZIONE X.

(Al § *Quanto poi alle regole*)

Non essendo possibile in questa materia provare tutto ciò che si asserisce con rigorose dimostrazioni (come lo stesso Autore ha dichiarato nella prefazione a quest' opera) riputiamo, che a quelle che egli chiama *regole*, più propriamente convenga il nome d' *ipotesi* o di *supposizioni*, e tali in avvenire le chiameremo, non dissimulando quelle difficultà alle quali ponno esser soggette, oltre quelle che in parte si sono già accennate nelle annotazioni, o al primo o al presente capo, intorno a' fondamenti da' quali sono dedotte; persuadendoci che tutto ciò non ostante non lascino d' esser molto probabili e conformi all' esperienza.

Avvertiamo, che le predette o regole, o ipotesi che

si dicano, suppongono gli alvei inalterabili, onde conviene metter da parte qualunque effetto di escavazione o di replezione che possa succedere o alle sponde, o nel fondo, come se i fiumi non portassero alcuna materia estranea atta a deporsi sul letto, e come se questo fosse dotato d' una perfetta resistenza alla corrosione, de' quali effetti si comincia poi a trattare nel capo seguente.

ANNOTAZIONE XI.

(Alla Regola prima)

L' acqua passando dalla quiete al moto . . . acquista nella discesa per gli alvei dei fiumi, che sono altrettanti piani per lo più inclinati all' orizzonte, qualche grado di velocità.

Niuno, che io stimi, metterà in dubbio questa asserzione ne' termini generali ne' quali è espressa, mostrando in fatti l' esperienza, che quando l' acqua si trova obbligata a scorrere per una doccia, o altro canale steso in linea retta con fondo e sponde ben piane, con larghezza uniforme, e con notabile inclinazione all' orizzonte, nell' andar discendendo visibilmente si assottiglia e scema d' altezza sopra il fondo, il che indica la velocità media di ciascuna sezione andarsi rendendo maggiore; onde si può inferire che lo stesso dal più al meno succeda in ogni canale inclinato.

Rimane solo da vedere con qual legge e per quali gradi siegua tale accelerazione. L'Autore differisce a parlarne più sotto alla regola 7. § *Sia per esempio*, ma noi abbiamo stimato doverne anticipatamente far parola in questo luogo, per maggior chiarezza delle cose che sieguono appresso.

Suppone egli in primo luogo, che l' acqua nel suo primo affacciarsi all' emissario della vasca o ricettacolo, onde il fiume ha origine (giacchè a questo caso si ponno ridurre quasi sempre i principj de' fiumi di qualche considerazione, ancorchè per avventura le acque vengano somministrate al detto ricettacolo da altri rigagnoli o fiumi minori) vi si presenti con quella velocità con cui si presenterebbe allo stesso emissario, se alcun canale

non vi fosse applicato. E in secondo luogo suppone, che nello scendere che fa l' acqua per l' alveo, le velocità di ciascuna parte di essa crescano nella proporzione dimezzata delle discese perpendicolari, fatte fin dal principio del canale, il qual principio si figura nel punto in cui il piano del fondo di esso prolungato allo insù incontra la superficie dell' acqua del ricettacolo; o, quel che è lo stesso, in ragione dimezzata delle altezze misurate dall' orizzonte della detta superficie sino a quella parte di acqua di cui si tratta, purchè si faccia astrazione da tutti gl' impedimenti che si oppongono al corso del fiume. Tutto ciò spiega egli nel detto luogo colla figura 14.; e coerentemente a tali principj ne siegue quello che egli stesso avea insegnato nell' altra sua opera della Misura delle acque correnti, mostrando ivi nel lib. 2. prop. 2., che la velocità dell' acqua in qualsivoglia sezione d' un canale inclinato è la medesima che avrebbe all' uscire da un vaso, per una luce eguale simile, e similmente posta colla sezione, e altrettanto immersa sotto la superficie dell' acqua del vaso, quanta è la distanza della sezione dall' orizzonte dell' origine dell' alveo. La medesima dottrina viene comunemente seguitata dagli scrittori che dopo di esso hanno trattato di tal materia, come il Signor Varignon, il Signor Ermanno, il Padre Abate Grandi, il Signor di Gravesande, ed altri.

Non lasceremo tuttavia di accennare que' dubbj che o sono stati mossi, o potrebbono muoversi intorno a questi insegnamenti. Il primo è, se quando l' acqua della conserva o ricettacolo si affaccia ad un emissario, a cui sia applicato un canale, vi entri con quella stessa velocità con cui vi entrerebbe se niun canale vi fosse applicato, o se possa per avventura la velocità di essa acquistare alcuna modificazione dalle sponde e dal canale, per cui l' acqua si trova obbligata ad incamminarsi. Per fondamento di questo dubbio si può osservare, che fra le esperienze del Signor Marchese Poleni nel suo Trattato *de Castellis*, alcune ve ne hanno, nelle quali uscendo l' acqua per una luce rettangola apposta colla base orizzontale alla sponda d' un vaso in una sottil lastra di metallo, entrava in un canale aperto per di sopra, dell' istessa larghezza colla luce, col fondo

orizzontale al piano della base dell' apertura, e di lunghezza di sei once.

La quantità d' acqua che si raccoglieva per questo canale in un dato tempo, era alquanto maggiore, e per conseguenza maggiore la velocità di quello che fosse quando, rimosso il canale, si lasciava l' acqua liberamente sgorgare nell' aria in forma di getto. Non potendosi dunque tale aumento di velocità attribuire alla discesa seguita per la lunghezza del canale (perocchè il fondo di esso era orizzontale) pare che se ne possa inferire che anco nella stessa apertura o luce del vaso entrasse l' acqua con maggior velocità di quello che avrebbe fatto senza il canale, e che perciò l' apposizione di questo alteri qualche poco la velocità dell' acqua fino nel suo primo uscire dal vaso: e che qualche simile effetto, se non maggiore potesse aspettarsi, ove il canale in vece d' essere orizzontale, fosse inclinato, sembrando che in tal positura egli fosse per rapire e tirar fuori anche maggior quantità d' acqua. La velocità predetta nelle stesse sperienze si trovò eziandio maggiore, adattando al medesimo lume un simil canale chiuso per di sopra, nè si può sapere quello che fosse accaduto servendosi di canali di maggior lunghezza, co' quali pare verisimile che la quantità dell' acqua fosse per riuscir minore; onde tali sperienze congiunte colle altre de' gran divarj osservati nelle velocità, secondo le diverse figure e lunghezze di altri tubi apposti a' fori circolari, rendono ragionevole questo primo dubbio, e converrebbe, a mio credere, rischiararlo con esperienze atte a stabilire la verità d' un tal fatto.

Il secondo dubbio non dissimile dal primo può nascere intorno alle velocità dell' acqua nelle sezioni susseguenti del canale inclinato, per cui scende; mentre posto ancora, che le dette velocità dovessero essere in ragione dimezzata delle discese, non ne siegue che debbano essere per l' appunto le medesime che sarebbero se l' acqua di quella sezione liberamente uscisse dalla sponda di un vaso per un lume eguale, simile e similmente posto, e tanto profondo sotto la superficie del vaso, quanto lo è la sezione sotto l' orizzonte dell' origine del canale; e la ragione di dubitarne è, perchè siccome non è evidentemente dimostrato, anzi pare

contrario alle accennate esperienze, che l' acqua entri nella prima sezione del canale con quella velocità per l' appunto con cui uscirebbe se il canale non vi fosse, ma tal velocità può forse rimanere alterata dalla necessità di dover l' acqua incamminarsi tra due sponde e un fondo; così non si può prendere per certo che nelle altre sezioni seguenti (mettendo anco a parte ogni impedimento) abbia di mano in mano quelle velocità che avrebbe, uscendo liberamente da un vaso per altre, ed altre luci eguali e simili, situate di mano in mano a livello delle medesime sezioni; potendo anche nelle dette sezioni nascere del divario dal caso in cui vi è il canale, a quello in cui l' uscita fosse libera, attesa massimamente quella resistenza che dal semplice sostentamento delle sponde e del fondo (ancorchè privi di ogni asprezza) ponno soffrire le parti dell' acqua, come fu accennato nell' annotazione 7. di questo capo, e attesa l' adesione delle dette parti, di cui nella annotazione 6.: cagioni tutte che ponno per avventura esser atte a diminuire la velocità a molti doppj.

Queste due difficultà riguardano principalmente la misura assoluta delle velocità, o sia nell' ingresso o nel progresso del corso per esso canale, dalla qual misura dipende quella della quantità dell' acqua che il canale conduce; onde per queste, e per altre ragioni che si ponno dedurre dalle cose notate nel capo primo, e forse per altre che altrove si noteranno, stimò che nella pratica idrometrica troppo non sia da affidarsi, anzi di gran lunga si possa andare errato nel determinare le quantità assolute dell' acqua che porta un canale, ancorchè si supponga affatto libero da ogni impedimento, ma che dobbiamo al più contentarci di cercarne la quantità rispettiva, cioè la proporzione di quella dell' uno con quella dell' altro, e ciò quando ben anche si avessero delle osservazioni fondamentali ben accertate di una tal misura di velocità corrispondente ad una tale altezza, giacchè tali non sono quelle della tavola data dal nostro Autore nel libro della Misura delle acque correnti, per la ragione che si è addotta nell' annotazione 3. del capo 1.

Oltre le due difficultà finora esposte, alcuni hanno preteso che nelle acque correnti per gli alvei, siccome

sezioni inferiori, cioè quelle che vanno avanti, toccano e sostengono le altre che immediatamente lor tengon dietro, così tolgano al corso di queste la libertà, nè la lascino muovere con quella velocità che converrebbe alla discesa se si tratta di canali inclinati, o alla pressione se d' orizzontali. Io tuttavolta non so comprendere qual fondamento abbia una tale difficultà. Imperocchè sebbene è vero che la sezione antecedente sostiene quella che la seguita, parmi tuttavia che un tale sostentamento non possa cagionare in questa alcuna diminuzione di quella velocità che essa può aver concepita per le cagioni atte a produrla, ma altro effetto non faccia che di un impedimento, mercè cui quel velo d' acqua che per un istante passa per quella sezione, non può cangiare la sua figura (che supporremo rettangola) spianandosi colla propria gravità, e stendendosi sul letto del canale, come farebbe se non fosse sostenuto, ma necessariamente debba tenersi ritto, e ciascuna parte di esso andare per la sua direzione con quella velocità di cui è affetta, senza che questa però punto ne resti scemata; e la ragione è, perchè niuno ostacolo può fare un corpo precedente ad un' altro che gli tien dietro e gli è contiguo, quando il primo fugga con velocità eguale o maggiore di quella con cui si avanza il secondo. Ora egli è certo che (fingendo tolti tutti gli impedimenti) ciascuna parte di acqua che è più avanti nel corso, di sua natura è più veloce, o almeno egualmente veloce che l' altra, la quale la seguita nell' istessa linea orizzontale, o inclinata, per cui s' intende muoversi ciascun filo d' acqua; dunque è evidente che questa non riceve alcun ritardo dal contatto di quella, niente più di quello che le parti susseguenti d' un corpo solido, che sdruccioli lungh' esso un piano, ne ricevano dalle precedenti del medesimo corpo. E certamente anche nelle cadute d' acqua che si chiamano libere, le sezioni del getto che vanno avanti, toccano quelle che le seguitano, e pure si accorda che non ne rallentino il moto.

Si è detto, *fingendo tolti tutti gl' impedimenti*; imperocchè se supporremo che alla sezione anteriore si affacci qualche ostacolo che scemi la velocità a tutte, o ad alcune delle parti di essa, non v' ha dubbio che la sezione posteriore non venga anch' essa in tutto o

in parte trattenuta, onde allora la discesa (parlando de' fiumi inclinati) non può produrre in questa tutta quella velocità che vi avrebbe prodotta, nè ciò dall'Autore si niega, anzi si accorda in più luoghi di questo Trattato; ma allora un tale effetto si palesa coll' alzarsi che fa l' acqua, non pure in quella sezione a cui è immediatamente applicato l' ostacolo, ma eziandio in tutte le altre superiori che più o meno ponno risentirne l' effetto; onde la superficie per quel tempo e in quello stato non è permanente. Ma siccome la resistenza del detto ostacolo non è infinita, così necessariamente dee esservi un termine d' alzamento non meno della detta sezione, che di tutte le altre che risentono l' ostacolo; nel qual termine equilibrandosi la forza della discesa che accelera l' acqua con quella della resistenza che la ritarda, ne risulti in ciascuna sezione una velocità sufficiente a smaltire sotto l' altezza acquistata tutta l' acqua del fiume (alla qual velocità può anco per avventura concorrere talvolta lo stesso alzamento seguito); e ridotto il fiume a tale stato, cioè fattasi permanente la superficie, torna ad aver luogo il discorso finora fatto, cioè che la sezione anteriore non può fare alcuna remora alla posteriore, ma solo può sostenerla in quello stato di velocità in cui si trova, e che ha potuto imprimerle quella tal forza che la muove, modificata dalla resistenza dell' ostacolo; e il volere che di nuovo la velocità delle parti susseguenti restasse diminuita dal contatto delle antecedenti, sarebbe un supporre che una forza seguitasse a prevalere all' altra anche dopo il loro equilibrio.

ANNOTAZIONE XII.

(Alla detta Regola prima)

Ma questa ben presto si riduce all' equabilità per le grandi resistenze che incontra l' acqua al suo moto, come sono la poca declività degli alvei medesimi ec.

Non ostante che di sopra si sia avvertito non potersi mai l' acqua de' fiumi in virtù delle resistenze uniformi ridurre ad un moto perfettamente equabile, non lascia d' esser vera la dottrina dell'Autore, sì, perchè oltre

le dette resistenze (che consistono ne' sfregamenti colle asprezze delle sponde e del fondo) ve ne hanno altre quasi perpetue, come le tortuosità, i gorghi e i ridossi, le larghezze diverse, e altre simili che concorrono or l' una or l' altra, non pure ad impedire l' aumento della velocità, ma ad indurre positivo ritardamento (se non quanto questo poi si ripara in parte dall' aumento dell' altezza, come appresso vedremo) sì anche, perchè non si intende qui di parlare di una equabilità rigorosa e matematica, ma basta una equabilità fisica, cioè che l' acceleramento nella discesa si renda insensibile o quasi insensibile.

Ora che ciò veramente succeda ne' fiumi, assai manifesto indizio ne fa l' esperienza, mostrando che nelle sezioni egualmente larghe, comecchè in siti assai lontani fra loro, trovasi a un dipresso la medesima altezza viva d' acqua, onde ne' tratti più regolari, ancorchè assai lunghi, la superficie si osserva parallela, o quasi parallela al fondo, benchè inclinato all' orizzonte; anzi ancorchè alle sezioni più anguste ne vadano alternatamente succedendo delle altre alquanto più larghe per brevi tratti, pure si mantiene il detto parallelismo, dovendosi allora intendere che le larghezze di queste ultime non siano vive. Quindi è, che a ciascun fiume siamo soliti di assegnare una tale determinata misura d' altezza viva d' acqua, dicendosi che il tale nelle piene ne porta v. g. 10 piedi, il tal altro 20 ec.; la qual misura è dedotta dall' osservazione de' tratti predetti (lungi tuttavia dagli sbocchi, ove le altezze ponno esser morte) e mostra un' equabilità sensibile di velocità media, che dee andare necessariamente congiunta coll' egualità delle sezioni.

Che poi l'Autore enumeri in questo luogo, fra le cagioni di positiva resistenza che incontrano i fiumi, la poca declività del loro alveo, si dee intendere in questo supposto, che il fiume dopo aver corso per un piano più inclinato, si riduca a correre per un altro meno inclinato; imperocchè se nello scorrer quel piano, ancorchè più ripido, hanno potuto gl' impedimenti incontrati togliere l' accelerazione, e ridurre il moto all' equabilità, converrà che nel secondo, in cui pure s' incontrano simili ostacoli al corso dell' acqua, e la declività

non dà tanto ajuto per superarli, si scemi anche quella velocità equabile che è restata nel primo, facendosi di nuovo bensì equabile il moto, ma con grado minore di velocità; onde si può conchiudere che per ciascuna inclinazione vi ha un grado di velocità terminale, a cui ben tosto riducesi il fiume, purchè si tratti sempre della stessa quantità d' acqua, come pure notò il Mariotte nel fine della parte 3. del Trattato del moto delle acque; e però è manifesto che la tenuità della pendenza serve di positivo impedimento all' accelerazione; e ciò dee esser vero mettendo anco da parte quella diminuzione di velocità che nell' annotazione 3. abbiamo detto dover seguire nel punto del passaggio da un piano all' altro.

ANNOTAZIONE XIII.

(Alla Regola 3.)

La velocità d' un fiume allora sarà maggiore quando più grande sarà il corpo d' acqua che porterà.

Qui parla d' un medesimo fiume che porti ora maggiore, ora minor quantità d' acqua, e dice che avrà maggior velocità nel primo che nel secondo stato, adducendone la ragione; perchè nel primo avrà maggior forza di superare gli impedimenti che nel secondo; la qual ragione, come è manifesto, non è fondata sulla maggiore altezza delle sue sezioni nel primo che nel secondo caso, ma sulla maggior copia, o, come egli la chiama, sul maggior corpo d' acqua, onde si applica a tutti i fiumi (considerando in ciascuno di essi sempre l' istessa sezione) senza distinguer fra quelli, la velocità de' quali dipende unicamente dalla discesa, e quelli, ne' quali secondo le sue ipotesi vi ha parte l' altezza corrente. Però malamente ragionerebbe chi trasportando questa dottrina da un fiume ad un altro, o da una sezione ad un' altra, e argomentando la copia dell' acqua dalla altezza sotto cui corre (posta un' eguale larghezza) giudicasse universalmente ivi esser maggiore la velocità dove l' altezza è maggiore, mentre al contrario la maggior altezza può talvolta indicare minor velocità, come egli avverte nel fine di questo §, e come si dedurrà dalle cose che sieguono.

ANNOTAZIONE XIV.

(Alla Regola 4.)

Ne' fiumi, ne' quali la maggior altezza viva dell'acqua ajuta le parti impedite di essa a non ceder tanto alla forza degli ostacoli ec.

Cioè a dire in que' fiumi, o in que' tratti di fiume, ne' quali l'altezza stessa delle sezioni ripara la velocità della discesa scemata dagli impedimenti, come egli suppone che succeda, e come si dirà nella annotazione seguente.

ANNOTAZIONE XV.

(Alla detta Regola § *Se le acque*)

Le parti superiori premono le inferiori . . . . e le obbligano a ricevere uno sforzo . . . . che ridotto all'atto produce . . . . quel preciso grado di velocità che loro avrebbe dato la discesa dalla superficie dell'acqua sino al luogo, nel quale ciascheduna di esse si trova.

Qui stabilisce l'Autore un'altra cagione di velocità nelle acque correnti per gli alvei inclinati, oltre quella della discesa dall' origine del fiume, e vuole, che quando dopo ridotto il moto all'equabilità s'incontrino nuovi impedimenti atti a rallentarne il corso, l'istesso alzarsi che dee far l'acqua per passar tutta per la sezione, in cui siegue tale rallentamento, possa ristorare in parte la velocità, o piuttosto far sì che questa di tanto non si scemi, e ciò in virtù della pressione che le parti superiori della sezione rialzata comunicano alle inferiori, comecchè egli volontieri si astenga da questo vocabolo di pressione per la ragione addotta nel capo primo § *Per far vedere* (dove vedi l'annotazione) e spieghi anche questo effetto come uno sforzo di caduta o discesa, il che tuttavia non varia la sostanza della sua dottrina.

Alcuni non si mostrano interamente persuasi di questo aumento o ristoramento di velocità dipendente

dall' altezza che la sezione acquista per gli ostacoli incontrati, e ciò per la ragione accennata da noi nella nota 8. di questo capo, cioè per lo scrupolo se l' acqua superiore, quando attualmente corre, possa produrre qualche aumento di celerità nell' inferiore. Ma un tal dubbio parmi che debba cessare per ciò che avverte il P. Abate Grandi nello scolio della prop. 1. del capo 6. del suo Trattato del Movimento delle acque, nel qual luogo mostra non doversi aver riguardo alcuno al movimento dell' acqua in ordine al premere che essa fa il fondo, purchè questo sia piano, ancorchè inclinato all' orizzonte, essendo allora affatto nulla la forza centrifuga, la quale per altro concorrerebbe ad accrescere la pressione se il fondo fosse concavo, o a diminuirla se fosse convesso; onde potendosi gli strati inferiori dell' acqua riguardare come tanti fondi sensibilmente piani rispetto all' acqua superiore che scorre sopra di essi, ne siegue che debbano risentire la medesima pressione dall' acqua corrente che soffrirebbero, se fosse stagnante in altezza eguale. Egli è ben vero, che attesa l' inclinazione dell' alveo la pressione dee scemare nella ragione in cui il sino della declinazione di esso dal perpendicolo scema dal sino totale; ma tal differenza per lo più non è d' alcun momento, attese le pendenze quasi insensibili che hanno gli alvei de' fiumi naturali.

Comunque sia, parmi che l' esperienza bastantemente ne faccia sicuri che l' alzarsi dell' acqua nella sezione d' un fiume concorra il più delle volte ad accrescere la velocità alle parti inferiori; perciocchè se così non fosse, dovrebbero spesse volte seguire alzamenti molto maggiori di quelli che in fatti si osservano. Non è difficile farne prova col ristrignere di vantaggio una sezione di qualche canale, la quale già sia delle più anguste, onde non si possa sospettare che tutta la larghezza non sia viva, e colla condizione che il canale abbia fondo e sponde resistenti, affinchè non si alterino nell' atto dell' esperimento. Se per tal modo si ridurrà la larghezza, v. g. alla sua metà, non si vedrà però l' acqua, che dovrà passare per quella metà, farsi alta del doppio di quel che era avanti l' apposizione dell' impedimento, ma per lo più si eleverà d' assai poco, e tanto meno quanto più lento sarà il moto del canale, e l' istessa altezza si

vedrà continuare nelle sezioni susseguenti dalla parte di sotto, se ivi ancora o naturalmente, o artificialmente, l'alveo sarà ridotto a simil larghezza; e pure se all' alzarsi dell' acqua non crescesse la velocità, dovrebbe l' altezza della sezione ristretta esser doppia della primiera altezza per compensare la larghezza primiera che era doppia della residua. Qualche cosa di simile si osserva nel ridursi l' acqua d' un fiume fra le angustie de' piloni d' un ponte, sotto cui debba passare; ne' quali casi non si troverà che nelle sezioni ristrette del ponte l' acqua arrivi a tale elevazione che compensi di gran lunga la diminuzione della larghezza.

Tralascio altri riscontri di tal verità che potrei dedurre dall' osservazione di più fiumi che si uniscano insieme, e da altre simili, parendomi che basti l' esperienza addotta, in cui non so vedere che per la spiegazione si possa ricorrere ad altro che alla velocità accresciuta nelle parti inferiori per la pressione delle superiori, nelle quali la velocità dee all' incontro essere scemata piuttosto che accresciuta, per essersi coll' alzamento sminuita la loro discesa. Veggasene ciò non ostante un' altra riprova nell' annotazione 1. del capo 10.

Posta dunque una tal dottrina almeno per ipotesi, ci resta da avvertire, che sebbene le parti superiori di una sezione, ancorchè corrente, hanno forza di imprimere nelle inferiori quel grado di velocità che conviene alla loro altezza e pressione, nel modo che si è detto, nulladimeno non sempre sono in istato di produrre in tutto o in parte tal effetto; mentre ove le parti inferiori già si trovino affette d' una velocità maggiore o eguale a quella che potrebbe produrre in esse la detta pressione, questa non opererà di sorta alcuna, come l' Autore ha notato nel § *Nel moto* di questo capo 4. Ove poi la velocità delle inferiori fosse minore, allora si accrescerà bensì la loro velocità, ma non già fino a quel grado che l' altezza o pressione suddetta produrrebbe, se non vi fossero gli impedimenti, ciò non permettendo la resistenza di questi; ma solo fino a segno che tra l' ampiezza delle sezioni accresciute per l' alzamento, tra la velocità delle parti inferiori parimente aumentata, e tra quella delle superiori scemata in parte

nell' istesso atto dell' alzarsi, venga a poter passare tutta l' acqua del fiume, e allora non seguirà più nè alzamento, nè cangiamento alcuno nelle velocità. Ciò si è dovuto avvertire, affinchè le parole dell'Autore in questo luogo, cioè che per l' alzamento dell' acqua si produca nelle parti inferiori di essa *quel preciso grado di velocità* che può prodursi da quella pressione (o, come egli si spiega, da quella *discesa* dalla superficie corrente della sezione) non s' interpretino come se egli intendesse che generalmente in tutte le sezioni eguale altezza producesse eguale velocità, benchè le sezioni fossero inegualmente impedite, il che è assai lontano dal suo intendimento, come si vedrà nel capo 7. e nell' 8. di questo Trattato.

ANNOTAZIONE XVI.

(Alla Regola 7.)

E perciò i fiumi di poca declività sono più veloci di corso quanto maggiore è l' altezza viva dell' acqua che portano.

Per altezza viva d' acqua si dee intendere qui ed altrove quella parte dell' altezza che nella data sezione resta superiore al fondo regolare del fiume, ed eziandio superiore al livello del recipiente di esso, per modo che, cessando per avventura il corso del fiume, niente d' acqua rimanga in quella parte della sezione. Ciò posto, vuole la presente regola che ne' fiumi poco declivi quanto maggiore è l' altezza viva dell' acqua che il fiume porta, tanto egli sia più veloce di corso; il che, se si parla d' un medesimo fiume, e di una medesima sezione di esso, non può avere difficultà alcuna, mentre supponendosi in simili fiumi la velocità dipendere o del tutto, o per la massima parte, dall' altezza, e restare solamente raffrenata più o meno dagli impedimenti, ne siegue, che ove l' altezza è maggiore, e gli impedimenti non sono punto maggiori (come accade in una medesima sezione d' uno stesso fiume) debba eziandio trovarsi velocità maggiore. Ma se si paragonano insieme diversi fiumi, ciascuno de' quali sia di poca declività, avvegnachè amendue di egual larghezza, tal regola non

è rigorosamente vera senza qualche limitazione; cioè per verificarla convien supporre gli impedimenti nell'uno e nell'altro di egual forza, e particolarmente che sia eguale quell'impedimento che nasce dalla tenuità della pendenza, che vuol dire, che le pendenze sieno eguali. E la ragione è, perchè posta in due fiumi di tal natura eguale altezza d'acqua, non sarebbe tuttavia rigorosamente eguale la loro velocità se gli impedimenti predetti non fossero eguali; anzi, per le cose dette nell'annotazione precedente, maggior velocità si produrrebbe dalla medesima altezza d'acqua nel fiume meno impedito che nell'altro più impedito; onde potrebbe ancora in quest'ultimo crescere alcun poco l'altezza, senza che la velocità oltrepassasse, nè pure uguagliasse la velocità dell'altro. L'istesso discorso si può applicare ad un medesimo fiume considerato in diverse sue sezioni.

ANNOTAZIONE XVII.

(Dopo la Regola 7. § *Sia per esempio*)

Si disporrà la superficie di questa in una linea curva ALI (Tav. II. fig. 14.)

La figura della superficie ALI fu già determinata dall'Autore nella prop. 7. del libro 5. della Misura delle acque correnti, supposto che il fondo BK sia piano, e il canale di larghezza uniforme per un iperbola del quarto grado. Ha poi il P. Abate Grandi nel capitolo 3. del libro 2. del Trattato del Movimento delle acque dimostrato qual debba essere l'istessa figura della superficie in diverse altre supposizioni della larghezza e della figura del fondo; anzi nella prop. 20. del medesimo capo ha assegnata una regola generale per ritrovarla, qualunque sia la linea del fondo.

ANNOTAZIONE XVIII.

(Dopo la Regola 7. al § *Per esempio*)

A maggior dilucidazione di tutto il sistema dell'Autore intorno alle diverse cagioni e proporzioni delle

velocità ne' diversi tratti del fiume, sia (Tav. V. fig. *b*) il piano del canale inclinato BK di uniforme larghezza, sopra il quale scorra il fiume con moto che sensibilmente si vada accelerando per tutto il tratto BG, onde le sezioni di esso AB, GL si vadano di mano in mano rendendo meno alte, e la superficie AL accostando al fondo con disporsi nella linea curva AL, la quale, facendo astrazione dagl' impedimenti, dovrebbe essere, come poc' anzi si è detto, del genere delle iperbole, ma a cagione di questi potrà, secondo la loro diversa situazione e attività, essere d' altra natura. Giunto poscia il fiume alla sezione GL, poniamo che la velocità di ciascuna parte dell' acqua tanto nella superficie, quanto nel fondo e nel mezzo, sia ridotta ad una equabilità sensibile (comecchè con diversi gradi di velocità nelle diverse parti) e che per lo tratto susseguente GK tale si mantenga, continuando fino in K gli impedimenti sempre uniformi. Dovrà dunque nel detto tratto GK mantenersi eziando l' altezza GL, KM sempre d' una costante misura, e però la superficie LM si stenderà in una linea retta parallela al fondo GK. Ma posto che nella sezione KM si incontri un ostacolo atto a scemare, o in ciascuna parte dell' acqua, o in alcuna di esse il detto grado di velocità equabile, certo è, che non potendo sotto la primiera altezza MK passare tutta la quantità dell' acqua che porta il fiume, dovrà questa accumularsi e sollevarsi ad altezza maggiore. Facendo dunque come la velocità media risultante da tutte le velocità residue delle parti dell' acqua dopo incontrato l' impedimento, alla velocità media primiera risultante dalle diverse velocità che esse avevano prima d' incontrarlo, così la primiera altezza KM alla KC, sarebbe KC quell' altezza, fino a cui si dovrebbe alzar la sezione impedita, se nello stesso atto d' alzarsi le parti inferiori non potessero riacquistare dalla pressione delle superiori alcuna parte della perduta velocità, il qual caso seguirebbe, quando la velocità loro, benchè scemata dall' impedimento, fosse ancor maggiore di quella che potrebbe produrre la pressione KC. Ma se al contrario la detta velocità residua fosse minore di tal misura, egli è manifesto, che per dar passaggio a tutta l' acqua del fiume non vi sarebbe bisogno di tutta l' altezza KC,

ma si dovrebbe dare un termine di alzamento D inferiore al punto C, in cui l' altezza della sezione bastasse per l' appunto a smaltire colla velocità così aumentata tutta quell' acqua che senza il detto aumento avrebbe richiesta l' altezza KC, e però alzatasi la sezione fino in MD cesserebbe l' alzamento, e la superficie si stabilirebbe in D.

Dove è da notare, che sebbene le parti inferiori dell' acqua verso il fondo K per l' alzamento seguito fino in D si suppongono rendute dalla pressione DK più veloci di quel che sarebbero state dopo la diminuzione fatta alla velocità loro dall' impedimento incontrato, al contrario le parti verso la superficie D debbono essersi rendute meno veloci, come quelle che non pure non ponno rinfrancarsi di tal perdita in virtù della pressione (la quale presso D è piccolissima, e nello stesso punto D affatto nulla), ma hanno di nuovo perduto nell' alzarsi fino in D qualche parte di quella velocità che avevano acquistata per la discesa antecedente fino a quella sezione. Si dispensano dunque talmente le velocità nelle diverse parti dell' acqua, che la velocità media della sezione stabilita DK riesca bensì maggiore della velocità media della sezione KC, che competerebbe alle velocità residue dopo l' impedimento, ma riesca all' incontro minore della velocità media della sezione KM, per cui la medesima quantità d' acqua sarebbe passata se non avesse incontrato l' impedimento che l' obbligò ad alzarsi; onde in simili casi vi è sempre perdita di velocità, non ostante il ristoro che ne fa la pressione.

Non si può figurare che l' impedimento predetto rallenti solamente la velocità della sezione KM, senza che faccia eziandio qualche remora alle altre sezioni superiori presso KM; nè che il pelo del fiume sollevato fino in D si sostenga senza spandersi al di sopra sulla superficie ML; onde è manifesto che in essa ancora dovrà seguire qualche alzamento, e che tal effetto dovrà estendersi fino a un certo termine come NO, più o meno lontano dalla sezione KM, secondo la situazione, e la resistenza diversa dell' impedimento; con questo tuttavia che le sezioni predette siano di mano in mano meno impedite a misura che sono più lontane dal sito KM, disponendosi il pelo rialzato come in DN in

positura meno inclinata di LM fino a quella sezione NO, che è la più alta di tutte quelle alle quali può propagarsi la resistenza cagionata dal detto impedimento.

Tutto ciò dee esser vero di qualunque natura sia, e in qualunque modo operi l' ostacolo che abbiamo figurato apposto alla sezione KM; che se in alcune delle sezioni susseguenti e inferiori a KD cessasse il detto ostacolo, è manifesto che l' acqua del canale potrebbe di nuovo abbassarsi, e ripigliare con nuova discesa tutta o parte della perduta velocità; ma se l' ostacolo o impedimento predetto da KD in giù fosse uniformemente continuato, dovrebbe continuare il fiume a correre sotto altezza eguale a KD.

Questo caso non meglio si può figurare in pratica, che supponendo consistere l' impedimento di una diminuzione di pendenza dell' alveo che siegua nel punto K, riducendosi questo dalla positura KI all' altra meno declive KF; nel qual supposto scemandosi (per le cose dette all' annotazione 12) la primiera velocità nel passaggio K da un piano all' altro, si riduce il canale ad un nuovo grado di celerità terminale anch' essa equabile, ma minore di prima, quando da K in giù gli impedimenti sieno uniformi, onde le altezze delle sezioni KD, FQ si rendono di nuovo eguali, e la superficie DQ si stende in una retta parallela al fondo.

Per l' istessa ragione se in un altro punto inferiore F succederà nuova diminuzione di pendenza, passando l' alveo dalla direzione KFR alla meno inclinata FS, dovrà la sezione FQ alzarsi come in FT, alla quale saranno eguali tutte le altre susseguenti, come SV; e così in ogni altro cangiamento che seguisse di sotto al punto F; e molto più se l' alveo si riducesse ad essere affatto orizzontale; e con tali diminuzioni di velocità può darsi che si spenga affatto la velocità della discesa, e che tutta quella che ha il fiume si debba riconoscere dall' altezza, come l'Autore ha detto nella spiegazione di questa Regola 7., onde il moto della superficie dell' acqua si debba unicamente attribuire all' adesione delle parti superiori alle inferiori, che seco le strascinano, come egli spiega poco dopo nella regola 8. al § *Non è da tacere*, e di nuovo nel capo 7. § *Di nuovo*. Questo caso di spegnersi affatto o quasi affatto la velocità

della discesa suppone egli essere il più ordinario ne' fiumi, quando sono ridotti a pendenze piccolissime e quasi insensibili, come vedrassi nel capo 7.

Si è figurato che i cangiamenti di pendenza del fiume si facciano per mezzo d' angoli sensibili ne' punti K, F, ed altri simili; ma l' istesso effetto in ordine all' alzamento delle sezioni succederebbe se tali mutazioni seguissero a poco a poco, onde il fondo del canale formasse una curva seguita KFS; perocchè sebbene non si darebbe allora quell' improvvisa diminuzione di velocità che dee seguire passando da un piano all' altro, tuttavia sempre sarebbe vero che l' acqua, supposti gli impedimenti uniformi, minor resistenza troverebbe a scorrere per le parti superiori e più declivi, che per le inferiori e meno declivi, onde sempre dovrebbe scemare la velocità della discesa, e coll' alzamento dell' acqua farsi luogo a quella della pressione.

Si è anche supposto, per seguire la dottrina dell'Autore, che la velocità prima di restare positivamente diminuita dagli impedimenti nella sezione KM fosse stata fisicamente equabile per lo tratto del canale GK; ma ciò non è assolutamente necessario, potendo darsi che tale sia l' impedimento incontrato in K, che basti non pure ad impedire ulteriore accelerazione, ma a distruggere parte della velocità acquistata, ancorchè questa non fosse per anco renduta equabile, come se il fiume da A in M si fosse perpetuamente accelerato, e poi si rallentasse in K senza passare per l' equabilità in alcun tratto intermedio.

ANNOTAZIONE XIX.

(Alla Regola 8.)

Se il metodo assegnato da noi nel libro 4. della Misura delle acque correnti si applicherà a' luoghi proporzionati, ne' quali l' altezza viva dell' acqua sia la più grande che aver si possa . . . . non sarà affatto impossibile di misurare qualunque acqua corrente.

L' ingegnoso metodo, di cui fa qui menzione l'Autore, consiste nell' adattare ad una sezione naturale del

fiume una sezione artificiale o regolatore in figura di rettangolo, per cui si faccia passare tutta l'acqua del fiume, e che sia fornito di una cateratta, che si possa calare da alto sino al fior d'acqua, o alquanto più sotto, e con tal mezzo obbligar l'acqua che viene dalla parte di sopra ad alzarsi, appoggiandosi alla cateratta, finchè la superficie di essa divenga permanente; il che fatto, si renderà la detta superficie per qualche tratto all'insù equilibrata e stagnante, onde il fiume si potrà in quel sito riputare come un vaso, in cui entri tant'acqua quanta ne esce per la detta sezione artificiale di sotto alla cateratta (che è la medesima quantità che passava per tutta la sezione naturale del fiume) la quale farà le veci d'una luce rettangola aperta nella sponda di quel vaso. Misurando dunque dalla superficie dell'acqua ristagnata fino al disotto della cateratta immersa nel'acqua, si avrà l'altezza dall'acqua del vaso sopra la sommità della detta luce, dalla quale altezza unicamente dipenderà in tal caso la velocità di ciascuna parte dell'acqua che passerà per quella sezione; onde avendosi la misura e della larghezza della detta luce, e della sua altezza corrente dal fondo della cateratta a quello del regolatore, non è difficile fare il calcolo della quantità dell'acqua, purchè da altre sperienze si sappia quanta ne esca in un dato tempo da un vaso per un dato foro, sotto una data altezza, e purchè si abbia riguardo all'inclinazione del fiume, ove questa fosse assai sensibile per determinare rigorosamente l'altezza dell'acqua sopra il centro di velocità della luce. Veggasi il detto libro 4. della Misura delle acque correnti nel luogo citato.

Un tal metodo è certamente il più reale che sia stato suggerito a quest'uso, e si potrebbe mettere in pratica almeno in qualche canale di mediocre portata, raccogliendone poscia attualmente tutta l'acqua per un dato tempo, e misurandola, per riprova di quello che si fosse conchiuso da tale sperienza; intorno alla quale il principal dubbio che si possa muovere, consiste in ciò che già si è accennato nell'annotazione XI. di questo capo; cioè nel paragone della quantità assoluta dell'acqua che porta il fiume con quella che esce dal foro d'un vaso, potendosi dubitare, se quando al vaso fosse

applicato un canale (come lo è in tale sperienza alla luce del regolatore) ne uscisse sotto eguale altezza quella stessa quantità assoluta che uscirebbe dalla medesima luce, ove sboccasse liberamente nell'aria, potendone far diffidare il sostentamento dell' acqua, che fanno il fondo e le sponde del canale, e la modificazione delle velocità che indi potrebbe nascere. Ben pare verisimile, che facendo tale sperienza in due canali diversi la proporzione, che si dedurrebbe delle loro portate, non dovesse andar troppo lontana dal giusto, attesa la costante regola che si vede serbar la natura nelle velocità sempre in ragione dimidiata delle altezze, quando nelle prove si adoperano sempre o semplici fori, o tubi cilindrici o conici ec.; ma il supporre la quantità assoluta dell' acqua la medesima quando alla sezione non è applicato alcun canale, che quando vi è applicato, non può passare senza qualche ragionevol sospetto. Veggasi quello che si è avvertito nell' annotazione XI. del presente capo.

ANNOTAZIONE XX.

(Dopo la Regola 8. al § ultimo)

I fiumi i quali non hanno sensibile declività tanto saranno più veloci quanto maggiore sarà il corpo d' acqua che porteranno, supposta in esso egual larghezza d' alveo, o pure quanto maggiore sarà la loro altezza viva.

Vedi la limitazione a questa regola da noi accennata nella nota 16., e quel di più che diremo nel capo 7.

CAPITOLO V.

Della situazione del fondo de' Fiumi, cioè delle profondità, larghezze e declività de' medesimi.

Ammettendo per certo ciò che diffusamente abbiamo spiegato nel Capitolo antecedente, passeremo ora, per così dire, ad anatomizzare gli alvei de' fiumi, in ordine alle loro profondità, larghezze e declività; e perchè queste meritano maggior riflessione, s' incomincierà a discorrere di esse.

(Ann. I.) È concetto, quasi universale degli uomini che i fiumi richiedano della caduta, acciò l' acque possano correre; cioè che sia necessario che il fondo del fiume sia inclinato all' orizzonte, acciò le acque possano portarsi al loro termine. Non s' accordano però tutti gli Autori in assegnare la quantità necessaria di di questo declivio; poiche Vitruvio *lib.* 7, *cap.* 8, per gli acquidotti ricerca un mezzo piede di caduta per ogni cento piedi di lunghezza, *ne minus in centenos pedes semipede*; cioè a dire, 25 piedi per miglio. Il Cardano *de Variet. lib.* 1, *cap.* 6, per condurre canali d' irrigazioni, si contenta d' un oncia ogni 600 piedi di lunghezza, che sono oncie otto e un terzo per miglio; ma per gli acquidotti chiusi, come per gli sifoni e per li tubi, *omnis*, dice egli, *differentia satisfacit ... in canalibus et*

rivis non ita. Leon Battista Alberti e lo Scamozzi ne vogliono un piede per miglio; ed il Barattieri *Archit. de Aq. par.* 1, *lib.* 6, *cap.* 5, determina, col consenso de' migliori Architetti, che la caduta necessaria ad un fiume debba essere la mille ottocentesima parte della lunghezza; cioè a dire, piedi due e tre quarti per miglio.

Io non posso darmi a credere che alcuno degli Autori predetti voglia intendersi, che se un fiume o acquidotto non abbia un piede, o due o tre ec. di caduta, non possa per esso avervi corso l'acqua; ed in fatti il Barattieri, sapendo bene che molti fiumi scorrono al mare, senza che i loro alvei abbiano la caduta da esso ricercata, asserisce essere ella solo necessaria, acciò le acque possano correre *comodamente bene:* forma di parlare assai equivoca, come esprimente un grado di velocità estimativo, il quale, secondo le circostanze, può essere diverso; e necessaria perciò diversa declività per ottenerlo; anzi, nel cap. 6, cerca egli il modo con che le acque *possano farsi l' impulso necessario da fare il moto*, *per correre sopra piani orizzontali*, *ovvero poco pendenti.*

Basta riflettere al principio d'Archimede, addotto da esso nel libro *de Insidentibus aquae,* ed a ciò che da noi è stato dimostrato nel primo capitolo alla prop. 4, per mettere in chiaro, che le acque per portarsi da un luogo all' altro non hanno bisogno d'alcuna inclinazione di alveo; e, se non altro, basta consultare l'esperienza, la quale giornalmente mostra

che le acque stagnanti dispongono la propria superficie in un piano orizzontale, e che aggiugnendosi da una parte acqua nuova, non resta essa sollevata sopra la primiera; ma abbassando se medesima, o spinge l'altra fuori del vaso, o fa alzarla di superficie, sin che di nuovo si faccia l'equilibrio: e ciò, qualunque sia la disposizione del fondo. Noi dimostreremo dunque questa proposizione.

Proposizione Prima.

Acciò un fiume corra al suo termine, non è necessario che il di lui fondo abbia alcuna declività.

Sia AB il fondo d'un canale, sopra cui sia l'acqua equilibrata all'orizzontale FC, (Tav. II. fig. 15.) e comunicante con CD, che s'intenda essere la superficie del mare; e suppongasi che dalla parte AF sia aggiunta l'acqua FG: certa cosa è ch'ella non potrà restare in FG; ma premendo la sottoposta AH, l'obbligherà a scorrere verso B, qual volta le sia impedito il flusso dalla parte di AF; e perciò l'acqua del canale AB scorrerà sopra il fondo AB orizzontale, verso il mare CBED. Che se s'intenderà che successivamente, dalla parte di AF, venga somministrata nuov'acqua, dovrà conseguentemente continuarsi il corso da A in B, che sarà sempre uniforme se uniforme sarà l'ingresso dell'acqua nel canale, e resti nello stato medesimo la superficie del mare CD. Non è dunque necessaria alcuna declività nel fondo d'un fiume o canale, acciò

l'acqua vi scorra, ma (Ann. II.) basta che la superficie della posteriore sia più alta di quella dell'anteriore, abbenchè la differenza sia insensibile. Il che ec.

Corollario Primo.

Di qui è manifesto, che potendo l'acqua FG aggiunta essere così poca che non abbia sensibile proporzione a quella del canale AB, *può darsi il caso che il corso dell'acqua del detto canale AB rendasi impercettibile, e che la superficie dell'acqua corrente FC resti come orizzontale* e stagnante: ma *se l'acqua FG sarà in maggior copia, sarà anche più sensibile il corso, e più manifesta l'inclinazione della superficie.*

Corollario II.

Quindi è evidente, *non potersi determinare veruna declività, necessaria alla superficie dell'acqua, acciò essa possa correre*, come pretende il Barattieri nell'allegato cap. 6; ma solo in genere può dirsi che *quanto maggiore è il corpo d'acqua che dee passare per l'istesso canale orizzontale, tanto maggiore, necessariamente, sarà la declività della superficie;* prescindendo però sempre dall'impeto impresso, in vigore del quale può l'acqua scorrere colla sua superficie non solo orizzontale, ma ancora acclive, come s'osserva in molti casi.

Ciò è vero ogni volta che il fondo AB s'intenda più basso del livello dell'acqua CD, ed

in maniera che l' altezza di essa CB sia d' impedimento al corso del canale orizzontale AB: (Ann. III.), ma se il fondo AB fosse nella stessa linea orizzontale con BD o più alto; allora avrebbe luogo ciò che da noi è stato dimostrato al Corollario primo della Prop. prima del 5. libro della *Misura delle acque correnti;* (Tav. II. fig. 16.) cioè che la superficie dell' acqua, la quale scorre per li canali orizzontali, dee essere sempre parallela al fondo di essi; e ciò pure si dee intendere, o prescindendo dalle resistenze del fondo e delle sponde, o pure supponendole da per tutto eguali; altrimenti, perchè vicino all' uscita si sminuiscono le predette resistenze, ivi l'acqua si renderà più veloce; e conseguentemente s' abbasserà di corpo, descrivendo, colla sua superficie, la linea curva FGH. Ma se il canale AB s' intenderà prolungato indefinitamente dalla parte di A, dimodochè il corso dell'acqua non risenta il difetto delle resistenze vicino all' uscita, allora si verificherà esattamente la proposizione predetta.

Essendosi adunque dimostrato che l' acqua per condursi da un luogo all' altro, non ha bisogno di declivio nel fondo dell' alveo, ma solo che la di lei superficie sia, regolarmente, qualche poco più alta di quella del luogo al quale essa ha da terminare il suo corso; e che, quanto maggiore è il corpo d' acqua che dee correre per lo stesso canale orizzontale, tanto maggiore, nell' uno e nell' altro de' due casi proposti, dee essere la predetta differenza di altezza. Io non so abbastanza maravigliarmi,

perchè mai siano state così concordi le opinioni degli Autori in volere che sia necessaria la declività del fondo de' canali alle acque correnti; e nello stesso tempo, così discordi in determinarne la quantità: se forsi non egli è stato dal credere che l' unica causa della discesa delle acque per gli alvei de' fiumi sia l' inclinazione del fondo; e che questa, misurata da essi, sia poi stata trovata differente, secondo la diversità de' fiumi medesimi. Può essere adunque che Vitruvio trovasse negli acquidotti di Roma un mezzo piede di caduta, ogni cento piedi di lunghezza; e che gli altri misurassero ne' fiumi de' loro paesi le declività assegnate; e finalmente che ognuno dalle proprie osservazioni deducesse una regola generale per tutti gli altri fiumi.

Quanto sia erroneo questo metodo, non occorre dimostrarlo per altra strada che per quella dell' esperienza; poichè se si leverà la caduta di diversi fiumi, i quali in siti omologi portino diversa quantità di acqua, non si troverà ella la medesima in tutti, ma sempre minore in quelli che nelle loro escrescenze camminano più gonfi; anzi misurando la caduta dello stesso fiume in luoghi diversi, si troverà che tra le montagne avrà esso inclinazioni d' alveo precipitose, e nelle pianure molto minori; e che alcuni fiumi sono veramente declivi di fondo, ed altri affatto orizzontali (Ann. IV.): dal che evidentemente apparisce che *la caduta non tanto è cagione della velocità de' fiumi, quanto effetto della medesima*, essendo comune osservazione che i fiumi assai veloci si

profondano l' alveo; e con ciò si scemano le cadute; e che i tardi di moto, se corrono torbidi, s' interriscono i letti, e con ciò accrescono le declivita a' loro fondi; ond' è che da alcuni sono chiamati i fiumi divoratori delle campagne; e da altri, bonificatori delle medesime, verificandosi d' essi l' uno e l' altro epiteto, in diversità però di circostanze. Quindi è, ch' io non ho mai saputo immaginarmi di dover cercare, qual caduta sia necessaria ad un fiume, per altro fine, che per accertarmi che il medesimo non interrisca il proprio alveo colle deposizioni, non avendone quanto basta; o, avendone la maggiore del bisogno, non l' escavi di soverchio, con danno notabile delle proprie ripe.

Perchè ciò resti fuori d' ogni dubbio, io prendo a discorrerla in questa maniera. Egli è certo che i fiumi intanto si profondano, ed allargano l' alveo, in quanto per la violenza del proprio moto corrodono e portano via la terra che forma le sponde ed il fondo: egli è dunque necessario che la forza scavante superi la resistenza della terra, o d' altra materia che forma l' alveo al fiume; altrimenti essendo l' una eguale all' altra, non succederà effetto veruno d' escavazione; e molto meno, se la resistenza sarà maggiore della forza. Egli è altresì evidente che un fiume non va sempre profondando il proprio alveo in infinito; altrimenti quelli che nel principio del mondo, corrodendo il terreno, si formarono il letto, colla diuturnità del corso si sarebbero a quest' ora

profondati nelle più alte viscere della terra: bisogna dunque dire che nell' escavarsi che fa un fiume, o la forza dell' acqua vada a poco a poco mancando, o la resistenza del terreno egualmente accrescendosi; o pure, che nello stesso tempo e quella si diminuisca e questa si accresca, sin che si giunga ad una specie di equilibrio, nel qual tanto operi la violenza dell' acqua per escavare, quanto resiste il fondo per non essere alterato dal proprio essere. Nell' istessa maniera si dee discorrere delle larghezze de' fiumi, che sono effetti parte dell' abbondanza e velocità delle acque, e parte del contrasto o resistenza che fanno le sponde ad essere ulteriormente corrose. Quindi (Ann. V.) *tanto i fondi, quanto le larghezze degli alvei vengono ad essere determinate dalla natura;* cioè a dire dalla combinazione delle cause operanti e delle resistenti, in un certo grado di attività; e però alterandosi tanto quelli che queste, con l' arte non cessano mai le cause operanti di ridurli al loro stato primiero. Ed in fatti (Ann. VI.) l' esperienza dimostra che in un fiume stabilito di fondo (cioè a dire, posto in tali circostanze che non si alzi colle deposizioni, nè si abbassi colle escavazioni), e parimente stabilito di larghezza (cioè, che per propria attività più non si allarghi, nè più si ristringa) se nel di lui alveo si faranno coll' arte nuove escavazioni, ben presto, essendo l' acqua torbida, le riempirà; formandosi nuovi dossi, ben presto gli escaverà; allargandosi l' alveo da una parte più del bisogno, ben presto, colle alluvioni, si ristringerà; e

finalmente, ristrignendosi oltre il dovere, sempre farà forza per superare le cause ristrignenti.

Per maggiore spiegazione di tuttociò, supponiamo che un fiume cammini con una determinata velocità, cagionata o dal declivio, o dall' altezza; e che l' acqua affetta di detta velocità possa, come farebbe una lima, staccare l' una dall' altra le parti della terra che sono contigue al di lei corso. Niuna ragione adunque in tal caso vi può essere, per la quale l' acqua non disunisca le parti della terra vicina; e staccandole dal fondo, ecco il profondamento; siccome l' allargamento, se ciò succede alle sponde. Egli è anche facile da concepire, che esercitandosi verso il fondo maggiore la forza, quivi anche più agevolmente si corroda il terreno in qualche larghezza; e che per l' ordinario non potendosi lungamente sostenere la terra sopra d' un taglio fatto a perpendicolo, dirupino le parti superiori delle ripe, formandosi una scarpa conveniente, ed atta a sostenere la mole della terra superiore. *Sin tanto* dunque, *che la velocità dell' acqua non trova un resistente, che pareggi la di lei forza, sempre continuerà ad allargare e profondare.* Ma perchè scavandosi giornalmente il fiume, viene esso a perdere a poco a poco la propria declività, e per conseguenza anche qualche volta la velocità derivata da essa; e per lo contrario rendendosi sempre più resistente la terra alla disunione delle proprie parti, quanto più la di lei superficie s' accomoda al piano orizzontale; ne siegue, che profondandosi

il fiume, cresca la forza nel resistente e cali nella potenza operante, e perciò sia necessario che finalmente l'una e l'altra si riducano all'egualità; il che accadendo, viene ad aversi posto il termine al profondamento. Dissi, essere necessario che la forza operante finalmente si pareggi colla resistente; ma ciò non succederà sempre a cagione dello scemarsi del pendio; poichè sebbene ciò per lo più avviene, può nulladimeno darsi il caso che la forza dell'acqua sia tanto grande che (non ostante tutto il deterioramento che riceve dal diminuirsi della declività, e tutto l'aumento che si fa, per la stessa ragione, nella resistenza della terra) nulladimeno resti tanto vigorosa da scompigliare le parti dell'alveo, anche disposte in un piano orizzontale: ma allora succederà un'altra sorte di resistenza alla forza dell'acqua; e quella sarà, se non altro, l'acqua del mare, o d'un lago, dentro cui entri colle proprie acque il fiume; per virtù della quale, sminuita la forza dell'acqua, s'uguagli ella colla resistenza del fondo.

Similmente, perchè nell'allargarsi l'alveo del fiume l'acqua cala di altezza, e molte volte di velocità; e generalmente scostandosi dal filone si rende meno veloce; ne siegue, che rallentandosi il moto, nè perciò calando la resistenza della ripa, anche in questa parte debba succedere il sopraccennato equilibrio. E qui è da considerare che *la resistenza del fondo più presto uguaglia la sua potenza contraria*, per essere due le cause dell'uguagliamento; la prima, cioè, la minore inclinazione

dell'alveo; e la seconda, la diminuzione della velocità: laddove la resistenza delle ripe arriva molto più tardi all' equilibrio con la sua potenza contranitente; perchè la sola forza dell'acqua è quella che si sminuisce, ed anco assai lentamente: come che ciò quasi solamente deriva dallo scostamento del filone, e la resistenza delle ripe resta sempre tale quale era prima; supposto che il terreno corroso e da corrodere sia in tutti i luoghi della stessa natura. Questa è la ragione per la quale *i fiumi che corrono dentro alvei formati di materia omogenea, e facile da essere corrosa dall' acqua, hanno la larghezza maggiore della profondità;* come s' osserva, per esempio, nel *Po di Lombardia*, che al Lago scuro ha settecento piedi di larghezza e trentacinque di altezza; e nel *Reno* nostro, il quale s' allarga alla Botta degli Annegati, piedi cento ottanta, e nelle sue maggiori piene s' eleva piedi nove; dimodochè nell' uno e nell' altro *la proporzione dell' altezza alla larghezza sta come uno a venti.* Non è però da credere che questa proporzione s' osservi sempre negli altri fiumi, nè meno in diverse sezioni del fiume medesimo, concorrendovi molte cause accidentali a variarla: egli è ben certo e confermato, sì dalla ragione che dall' esperienza, che *i fiumi quanto maggior copia d' acqua portano nelle loro escrescenze, altrettanto sono più profondi e più larghi; e perciò essendo mantenuti ristretti dall' arte, maggiormente s' escavano; e lasciandoli allargar di soverchio, o dividendosi in più rami, maggiormente si alzano di fondo.*

Concorrono adunque tre cause, o circostanze, a stabilire l'alveo de' fiumi. La prima si è *la condizione della materia*, della quale sono composte le ripe ed il fondo; poichè *le terre arenose cedono più facilmente alla forza dell' acqua corrodente, che le cretose;* e queste più facilmente che il sasso. La seconda è *la situazione del fondo o delle ripe del fiume*, essendochè *quanto più sarà declive un fondo arenoso o ghiaroso, tanto più la medesima forza dell' acqua sarà potente ad escavarlo;* e la terza, che più d' ogn' altra merita nome di causa, si è *la forza dell' acqua;* poichè dove questa è maggiore, ivi più presto e più facilmente cede la tenacità o peso della materia, della quale è composto l' alveo; e meno resiste la poca inclinazione delle ripe e del fondo. Ma perchè la forza escavante non è altro che la velocità dell' acqua applicata al terreno, e questa riceve il suo essere o dall' altezza dell' acqua o dalla discesa; bisogna considerare le forze escavanti, secondo la proporzione che portano le cause produttrici della velocità. Nell' istessa maniera, diversificandosi la condizione del terreno, sì dalla glutinosità, tessitura o aderenza delle parti di esso, sì anche dal peso, grossezza e figura delle medesime; egli è d' uopo di mettere a conto l' una e l' altra di queste circostanze, acciò possa dedursi quanto esse vagliano per resistere alla forza dell' acqua, e per conseguenza qual pendio si richieda per pareggiarla.

Per ben intendere come operi la resistenza del fondo dipendente dalla di lui obbliquità,

siano circa il centro B (Tav. II. fig. 17.) descritti diversi piani variamente inclinati all' orizzontale AB, e questi s' intendano formati di terreno che abbia una determinata collegazione di parti. Non si può dubitare, che siccome più facilmente si muove un grave, discendendo per la verticale EB, che per l' inclinata DB, e più facilmente per DB, che per CB, dimaniera che su l' AB orizzontale non ha forza alcuna per muoversi; così se a cagione delle resistenze o inegualità de' piani CB, FB ec. non potesse muoversi per essi un grave senza l' ajuto d' una forza esterna, questa vorrebbe essere maggiore in AB, minore in FB, e così successivamente, secondo che andassero crescendo gli angoli ABF, ABC ec. E la ragione si è, perchè sebbene i gravi predetti non possano muoversi per li piani AB, FB, CB, non lasciano però di esercitare tutta la loro energia per superare le resistenze, che per essere maggiori loro impediscono il moto; e di fare sforzo maggiore, quanto maggiori sono gli angoli colla linea orizzontale. Quindi è che, accresciuta l' inclinazione, v. g. sino al sito DB, e mantenendosi le medesime resistenze, potrà il grave avere acquistato tanto di momento, che basti a superare gl' impedimenti, e comincierà a muoversi per lo proprio peso. E perchè le forze accresciute intrinsecamente (siasi o per aggiunta di nuova potenza, o per diminuzione di resistenze) non hanno bisogno di tanto ajuto estrinseco per arrivare ad un certo grado; ne segue che minor forza estrinseca richiederassi per fare che il grave si muova

per lo piano CB; maggiore per ispingerlo per FB, e molto maggiore per farlo muovere per AB.

Ciò premesso, osservisi che le parti del terreno, massimamente bagnato che sia dall' acqua, non hanno che rade volte tanta aderenza di parti che basti per sostenerle a perpendicolo, come succede ne' marmi e nelle materie più consistenti; onde poste in situazione verticale, come in EB, dirupano, formandosi un pendio, v. g. DB, che supponiamo sia la massima inclinazione tra tutte le possibili, colle quali il terreno si sostenti senza dirupare: e questa nelle terre più tenaci regolarmente non eccede gradi sessanta, ma ordinariamente oltrepassa di poco i gradi quarantacinque. Posto adunque che DB sia quella pendenza, la quale, accresciuta che fosse, non potrebbe trattenere il terreno che non si staccasse dal suo vicino, cadendo o scorrendo al basso, è chiaro che aggiuntavi qualsisia, benchè minima, forza che lo spinga da D in B, non potrà sostenersi, e converrà che si disgiunga dal rimanente: intendiamo che per tal cagione ne sia stata staccata la parte DBC, e che perciò il piano si sia abbassato in CB; questa inclinazione dunque non sarà più quella che precisamente basta per impedire la disunione delle parti della terra, ma bensì tale che potrà resistere a qualche grado di forza; ma non ad un maggiore, il quale solo potrà essere impedito dal piano, v. g. FB meno declive. Unite dunque le forze estrinseche al conato che fanno le parti della terra per disunirsi,

quelle si richiederanno sempre maggiori, quanto le inclinazioni coll' orizzonte saranno minori; e perciò nell'orizzontale AB, non avendo la forza estrinseca alcun vantaggio dall' inclinazione del piano, converrà che sia tanto vigorosa, che basti colla sola sua virtù a superare l' aderenza delle parti della terra, ed a muoverle da luogo a luogo; altrimenti non succederà alcuna corrosione del piano AB. Egli è perciò evidente, che non essendo la forza estrinseca (cioè nel nostro caso la velocità dell' acqua) bastante a ridurre il piano al sito orizzontale, necessariamente bisognerà che lo lasci declive, ed in tale declività, che sia la prima che basti a pareggiare la forza di essa; e da ciò chiaramente apparisce che (Ann. VII.) *la violenza del corso dell' acqua non è sempre effetto della declività dell' alveo*, come sin ora è stato creduto; ma *la declività dell' alveo è bensì sempre effetto della violenza del corso dell' acqua*, fuorchè in alcuni casi particolari, de' quali discorreremo più abbasso.

Stabilita la verità del detto dì sopra, non è difficile il dedurre le seguenti proposizioni, le quali si devono intendere in parità di tutte le circostanze non espresse, e nel caso di fondi stabiliti per mezzo dell' escavazione fatta antecedentemente dall'acqua.

Proposizione Seconda.

Ne' fiumi quanto maggiore sarà la forza dell' acqua, tanto le declività degli alvei saranno minori.

Posciachè supponendosi eguale la resistenza della materia che compone l' alveo, e maggiore la forza dell' acqua, è necessario che questa applicata a quella produca effetto maggiore; ma quest' effetto non è altro che l' escavazione e l' allargamento dell' alveo; e l' escavazione dell' alveo quanto è maggiore, tanto minore rende la declività dell' alveo; dunque quanto maggiore sarà la forza dell' acqua, tanto minore sarà la declività dell' alveo del fiume. Il che ec.

Corollario Primo.

E perchè la forza dell' acqua vicino al fondo del fiume per lo più dipende dall' altezza della medesima; perciò, in tal caso, *quanto maggiore sarà l' altezza viva dell' acqua, tanto meno declivi saranno i fondi.*

Corollario II.

Similmente, perchè l' altezza viva del corpo d' acqua dipende in qualche parte dalla quantità di essa che scorre per l' alveo in un dato tempo; quindi è, che *quanto maggior copia d' acqua porterà un fiume, tanto minore sarà la di lui caduta.*

Corollario III.

E perciò *i fiumi uniti dopo le confluenze sempre si spianano il fondo più di quello, fosse prima dell' unione, e per conseguenza perdono di caduta.*

Corollario IV.

Dal che nasce che *i fiumi i quali si fanno grandi per lo concorso d' altri minori*, *hanno il loro fondo disposto a modo di un poligono*, o sia di una figura di più lati, de' quali i più alti facciano angolo maggiore con l' orizzontale, ed i più bassi minore, ed inoltre gli angoli tutti siano all' intorno de' punti delle confluenze; il quale poligono si può anche considerare, in un certo modo, per una specie di linea curva, concava nella parte superiore.

Corollario V.

(Ann. VIII.) Ma *que' fiumi che conservano sempre il medesimo corpo d' acqua*, *deono avere il fondo* in una linea sensibilmente retta, se si parla di picciole distanze; ma realmente, ed in grandi distanze, *in una spirale*, *le cui tangenti facciano sempre angoli eguali con le perpendicolari tirate dal centro della terra*, che viene anco ad essere il centro della spirale medesima; e questa s' accosterà sempre più alla circonferenza di un circolo, quanto più l' angolo fatto dalle tangenti con le perpendicolari s' accosterà all' angolo retto.

Corollario VI.

In caso poi che la velocità dell' acqua dipenda dalla discesa, non dall' altezza viva, allora la determinazione del fondo si desume

dal grado di velocità acquistato per essa; e perciò, *sin tanto che l'acqua anderà accelerandosi*, (quando la condizione della materia che forma l'alveo sia sempre la medesima) *s' anderà sempre mutando il pendio; e sarà minore nelle parti dell' alveo*. nelle quali sarà maggiore la velocità; in quelle cioè *che saranno più lontane dal loro principio*.

Corollario VII.

Ma perchè due corpi di peso diseguale e di velocità eguale operano differentemente contro i piani sopra de' quali scorrono; quindi è, che *se si daranno due fiumi, le acque de' quali s' accelerino per la discesa, ma una sia maggiore di altezza dell' altra*, più opererà in escavare la maggiore che la minore; e per conseguenza, anche in questo caso, *ne' siti di eguale velocità, meno declive sarà quel fiume la cui altezza viva sarà maggiore.*

Corollario VIII.

Perchè dunque, come più volte si è detto, le velocità fatte dalla discesa crescono all' aumentarsi delle distanze dal principio del moto; ne siegue, che succedendo a maggiori velocità, maggiore escavazione, e per conseguenza minore declività nelle parti inferiori che nelle superiori; *dovranno*, in tal supposto, *disporsi i fondi, durante lo spazio dell' accelerazione, in linee curve concave, le tangenti delle quali facciano successivamente angolo maggiore con le perpendicolari tirate dal centro della terra.*

Corollario IX.

Ma cessata l' accelerazione, *e ridotta la velocità dell' acqua all' equabilità, il fondo si disporrà in una linea* sensibilmente retta, o pure nella *spirale* predetta, *nella quale si conservi sempre la pendenza medesima.*

Proposizione Terza.

Se la forza dell' acqua di un fiume sarà bastante senza l' ajuto di qualche declività a sovvertire le parti del fondo ed a portarle via, allora l' alveo di esso non riceverà alcuna pendenza.

Poichè essendo, per lo supposto, la forza dell' acqua tanto grande, da potere scomporre le parti del fondo e portarle via senz' ajuto di declività; niuna diminuzione di questa sarà bastante ad impedire una nuova escavazione: posta dunque qualsisia declività, l' acqua continuerà ad escavare; e perciò si toglierà di mezzo la declività del fondo, che è lo stesso che dire, che il fondo non avrà alcuna pendenza. Il che ec.

Corollario Primo.

E però *disporrassi il fondo in una linea circolare,* essendo in questa tutte le tangenti ad angolo retto con le linee che vengono dal centro; *la quale però in poca distanza non sarà sensibilmente differente da una retta orizzontale.*

Corollario II.

Aumentandosi la forza dell' acqua, farassi ben maggiore l' escavazione; ma non si muterà la situazione orizzontale del fondo; supposta per tutto la medesima resistenza della materia che forma l' alveo, e l' uniformità di tutte l' altre circostanze.

Qui si dee avvertire, che avendo un fiume tanto di forza che basti a scompigliare il fondo dell' alveo, situato in qualsisia, benchè minima, declività, o pure anco in un piano orizzontale; se quella si aumenterà, o per ristringimento di alveo che cagioni maggior altezza, o per aggiugnersi di nuova acqua; accrescendosi con tal mezzo la velocità del fiume, avrà maggior forza per escavare. (Tav. II. fig. 18.) Farassi dunque tal escavazione sino ad un piano orizzontale più basso dell' antecedente, come v. g. al piano CG, sopra del quale la copia dell' acqua corrente richieda l' altezza viva ABC; siccome la copia di quella che scorre per lo piano, pure orizzontale EB, si suppone che addimandi la sola altezza viva AB. Posta dunque tal differenza di piani, egli è evidente che se l' altezza in AB ha tanta forza da portar via la materia dell' alveo su 'l piano orizzontale, molto più potrà farlo per lo perpendicolare BC, e perciò corroderà l' angolo HBC, formando l' alveo pendente in HC; e per la stessa ragione, colla declività HC, corroderà il fondo, riducendolo sempre men declive; dimodochè se la forza dell' acqua, non ostante l' abbassamento del fondo, resterà potente a mantenersele

orizzontale, si scaverà il fondo EB, sino al piano orizzontale MC, dimanierachè MCG sia tutta nella medesima orizzontale. Ma, perchè abbassandosi il fondo in MC, non si può abbassare la superficie DA, per cagione della superficie AF; sarà necessario che l'altezza AC, la quale acquisterà il fiume DE, cessi d'essere viva; e per conseguenza che si ritardi l'acqua in DE, la quale se con questa perdita perderà altresì la forza necessaria per mantenere il fondo orizzontale, resterà nel fondo MC qualche picciola declività; e perciò può darsi il caso che un fiume che da se avrebbe la forza per mantenersi il fondo spianato all'orizzonte, entrandovene un altro dentro, la perda, e ricerchi della pendenza; ma questa non sarà mai tale che cagioni dell'alzamento nel fondo di esso, ma sempre dell'escavazione; poichè supposto che la declività fosse EC, ogni volta che la linea EC s'incontrerà colla linea BE, avrà il fiume nel punto E riacquistata la sua altezza viva, e perciò potrà da lì in su tenere scavato il fondo all'orizzontale. Tale declività EC renderassi sempre minore se il fiume DB, vicino alla confluenza, si ristringerà a causa dell'impedimento della velocità; essendochè l'angustia della sezione concorre assai a rendere viva l'altezza. Questa considerazione non solo si applica a' canali orizzontali, ma ancora agl'inclinati; e perciò abbiamo detto nel Corollario IV. della Prop. antecedente, che gli angoli del poligono ivi accennato deono essere non ne' punti, *ma all'intorno de' punti delle confluenze:* ma di ciò si parlerà più a

lungo nel Capitolo sopra l' unione de' fiumi insieme.

Corollario III.

E perchè i fiumi coll' allargarsi perdono l' altezza, e conseguentemente la velocità; ne siegue, che *i fiumi orizzontali, allargandosi ordinariamente il loro alveo vicino al mare, perdano la forza per mantenersi scavati;* e perciò *vicino allo sbocco restano più alti di fondo, che lontani da esso;* al che concorrono però altre cause: e questa è una delle ragioni per le quali gli sbocchi de' fiumi nel mare, se non sono tenuti ristretti dall' arte, regolarmente sono men profondi degli alvei nelle parti superiori.

Siccome nell'Annotazione al Coroll. II. precedente, abbiamo detto potersi dare il caso che un' acqua ritardata conservi anche la forza per mantenersi il fondo orizzontale; così *può darsi il caso che la forza di un fiume sia tanto grande, che*, se bene ritardata che sia, non possa muovere le parti grosse e pesanti, e perciò s' elevi il fondo, (come abbiamo detto, in questo Corollario, succedere alle foci de' fiumi nel mare) non ostante però *conservi tanto di virtù*, abbenchè riascenda sopra d' un piano acclive, *da spingere o portar seco le parti meno pesanti:* e questa è la ragione per la quale, sopra degli sbocchi, gli alvei si conservano profondi, abbenchè le foci siano più alte di esse.

Corollario IV.

Se l' acqua d' un fiume avrà tanta forza da stabilirsi il fondo orizzontale, precisamente e niente di più, supposta una determinata resistenza nel fondo; se questa si accrescerà, non sarà ella più valevole a spianarsi il fondo orizzontalmente; e perciò sarà più alto nelle parti più vicine allo sbocco, che nelle più lontane. E perchè può darsi il caso che tale alzamento di fondo non ritardi l' acqua che sopravviene; perciò in tal supposto *non si altererà il fondo nelle parti di sopra ;* (Tav. II. fig. 19.) *ma mantenendosi e connettendosi col più alto, si renderà acclive* come BCD. Che *se poi l' alzamento del fondo inferiore CD ritarderà l' acqua che sopraggiunge* da AB, in tal caso, *se l' acqua porterà materia atta, riempirà l' alveo ABC sino all' orizzontale EC;* e finalmente, *se ritarderà le parti vicine a CD, più che le lontane*, come per l' ordinario succede, *formerassi l' interrimento BC*, che si alzerà a proporzione della forza diminuita: e questa è la ragione del mantenersi che fanno i dossi e i gorghi negli alvei de' fiumi.

Che il dosso CB possa non impedire il corso dell' acqua in AB, può succedere principalmente per due cause. La prima si è, perchè il fiume si divida in più rami; e la seconda, perchè si allarghi nelle parti inferiori, più che nelle superiori, purchè la larghezza sia viva. L' una e l' altra causa però ricade

in una sola, che è la diminuzione dell'altezza viva dell'acqua. Suppongasi dunque, che il fiume AD (Tav. III. fig. 20.) cammini per lo fondo CD orizzontale, coll'altezza viva AC, o BD; e che arrivato in D, o si allarghi, o si divida in più rami, dimanierachè l'altezza viva sia BE. Supponiamo però, che nel principio l'altezza dell'acqua nella parte BG fosse DB, e che il fondo fosse continuato in DG orizzontale; sarebbe dunque l'altezza DB non viva, e perciò l'acqua in quel sito ritardata. Quindi è, che supponendo che la forza dell'altezza viva AC sia precisamente quella che basta a tenere il fondo orizzontale, non sarà la forza BD ritardata bastante a fare il medesimo in DG; adunque portando l'acqua materia idonea, si faranno delle deposizioni sopra DG, formandosi il fondo EF declive, che si alzerà, sino a lasciare l'altezza viva BE. Ma perchè l'ostacolo DE ritarda l'acqua che sopravviene, e nell'istesso tempo l'acqua sopravveniente batte l'interrimento DE; non potendo questo sostenersi sul lato DE a perpendicolo, è necessario che si spunti l'angolo, v. g. IEL, nel mentre che l'acqua HID ritardata permette le deposizioni o interrimenti HID. E perchè quanto più l'acqua verso C è lontana dall'impedimento ID, tanto meno resta ritardata; perciò non si farà eguale deposizione da per tutto, ma sempre minore, e finalmente cesserà; dunque al di sopra di H conserverà l'acqua la forza primiera, e conseguentemente manterrassi il fondo orizzontale. E però da

notare, che nel tempo che si formasse l'acclività HL, sminuendosi in essa l'altezza viva dell'acqua, e conseguentemente la forza, sarebbe necessario che l'acqua s'elevasse colla sua superficie; ma perchè elevandosi, e dovendo ricadere su la superficie BA, farebbe forza contro le ripe, corrodendole, allargherebbe l'alveo; perciò, senza elevarsi sensibilmente, si anderebbe allargando proporzionalmente l'alveo, a misura che si andasse formando il dosso HL; ch'egli si facesse più alto; e che l'allargamento, fatto sempre maggiore, continuasse per tutta la lunghezza dell'alveo, occupata dal medesimo dosso HL, finchè in L si formasse la cadente declive; e, continuando la medesima altezza viva BE, si conservasse ancora la medesima larghezza.

Corollario V.

Può darsi il caso che un fiume abbia tanto di altezza viva d'acqua, e tanto di forza che basti a formarsi ed a mantenersi il fondo orizzontale; ma restando questa impedita, non possa più spingere la materia, che porta, senza l'ajuto di qualche declività, come (Tav. II. fig. 16.) sarebbe il fondo AB, orizzontale al peso dell'acqua BD; ma trovandosi il fondo AB (Tav. II. fig. 15.) più basso del pelo del mare CD, allora l'impedimento dell'acqua CB ritarderebbe la forza dell'acqua corrente AC, che in conseguenza non sarebbe più valevole a mantenersi il fondo orizzontale;

e perciò facendosi delle deposizioni, si alzerebbe il fondo, tanto che acquistasse quel pendio, coll' ajuto del quale potesse spingere la materia portata; e facendosi l'alveo per via di escavazione, tanto continuerebbe l' acqua ad escavare, quanto arrivasse a formarsi quella declività che può bastare a non permettere deposizioni, ed insieme ad impedire maggior escavazione.

Proposizione Quarta.

Quanto maggiore sarà la tenacità del terreno che compone il fondo del fiume, tanto esso sarà più declive.

Essendo che, quanto maggiore è la tenacità del terreno, cioè il legame che hanno le di lui parti l' una con l' altra, tanto maggiore è la resistenza che in separarle incontra la forza dell' acqua; ne nasce, che supposta questa essere sempre la medesima, minore sarà l' effetto se maggiore sarà la tenacità della materia; ed essendo l' effetto della forza dell' acqua la disunione delle parti, e l' escavazione dell' alveo, ne siegue, che quanto maggiore sarà la tenacità della materia, tanto minore sarà l' escavazione: ma quanto minore è l' escavazione, tanto più resta declive il fondo dell' alveo; adunque quanto più sarà tenace la materia che forma l' alveo al fiume, tanto sarà esso più declive. Il che ec.

S' osservi però, che, siccome due lime, l' una adoperata con maggior forza dell' altra, ponno egualmente sminuzzare un pezzo di ferro,

abbenchè in tempo differente; così può parere ad alcuno che l' effetto della tenacità del terreno sia solo quello di fare consumare più tempo all'acqua in iscavare, ma non già d'impedire l' escavazione. Ciò però non ostante, se si considererà che la tenacità nella materia, in questo luogo, non solo si prende per lo legame vicendevole delle parti, ma ancora per la resistenza ch' esse fanno all' essere separate, la quale sempre è maggiore, quanto meno coopera il peso di esse alla disunione; manifestamente apparirà, che operando questo meno ne' piani, altresì meno declivi, viene in un certo modo ad accrescersi, collo sminuire della pendenza, la tenacità della materia; e che per lo contrario, facendosi minore la forza ne' piani meno declivi, può succedere che la tenacità accresciuta uguagli la forza dell'acqua sminuita; e così succeda non solo maggiore consumo di tempo, ma altresì maggiore declività.

È da notare in secondo luogo, che quando, in qualche caso impensato, la tenacità della materia non s' accrescesse per la minor inclinazione del fondo, o la forza dell' acqua, per la medesima ragione, non si scemasse; allora la proposizione non si verificherebbe che in ordine al tempo dell' escavazione, che si dovrebbe più lungo alla materia più tenace. E perchè in tal tempo può darsi il caso che succedano altre cause che cooperino allo stabilimento del fondo dell' alveo, a queste pure si dee avere riflesso.

In terzo luogo si dee avvertire, che la proposizione s' ha da intendere in termini idonei; cioè che la tenacità della materia non sia tanta da resistere in ogni inclinazione, abbenchè quasi perpendicolare alla forza dell'acqua, come sarebbe nel marmo, o nel sasso vivo; e parimente, che la forza dell' acqua non sia tale, che, poste due diverse tenacità, possa superare l' una e l' altra in qualsisia picciola inclinazione di alveo: poichè, nel primo supposto, tanto potrà la forza maggiore, che la minore; e nel secondo, si renderà, nell' uno e nell' altro caso, il fondo orizzontale.

Corollario Primo.

I fiumi perciò che hanno il fondo cretoso, o di tivarro, sono più declivi di quelli che l' hanno arenoso o limoso.

Corollario II.

E perchè il continuo bagnamento contribuisce molto ad ammollire la tenacità della materia del fondo, e per lo contrario, il rasciugarsi della medesima, fatto dal Sole, accresce nella materia atta la tenacità; perciò *i fiumi perenni sono*, per tal cagione, *qualche volta meno declivi che i temporanei* in parità di tutte l' altre circostanze.

Corollario III.

Se il fondo del fiume sarà di materia così tenace e dura, che la forza dell' acqua tenti

sì, ma *non vaglia a corroderla*, come se fosse composto di sasso o di muro; in tal caso *quella declività che gli sarà stata data dalla natura o dall' arte, si manterrà sempre*, se non quanto la continuazione del corso dell' acqua potrà qualche poco in lunghezza di tempo consumarla; e da ciò nasce che le cateratte interrompono la continuazione dell' alveo de' fiumi, e si conservano per secoli intieri, senza considerabile mutazione. Si suppone però che le pendenze siano tali, che non permettano deposizione di materia alcuna sopra de' fondi.

Corollario IV.

Se un fiume avrà il fondo in diversi luoghi variamente tenace, muterà di pendenza, sempre proporzionata alle resistenze del fondo, e perciò, dove questo sarà arenoso, si faranno maggiori escavazioni; dove cretoso, minori; dal che ne nascono alle volte i gorghi e i dossi che si vedono dentro i letti de' fiumi. Qua si ponno ridurre proporzionalmente i Corollarj 3, 4 e 5 della Prop. antecedente, e principalmente le loro annotazioni.

Proposizione Quinta.

Supponendo il fondo d' uno o più fiumi composto di parti staccate l' una dall' altra, come sono i sassi e l' arena, minori saranno le declività, quando il peso specifico delle parti sarà minore.

Ciò è manifesto; perchè, supposta la medesima forza nell' acqua, egli è certo che questa più facilmente o separerà dal fondo, o spingerà avanti quelle materie che saranno di minor peso specifico. Ma ciò facendo, abbasserà il fondo medesimo; adunque, di quanto minor peso specifico saranno le parti che staccate l' una dall' altra compongono il fondo, tanto più facilmente questo si abbasserà, e per conseguenza si renderà meno declive. Il che ec.

Corollario Primo.

Quindi è che *i fiumi i quali corrono fra le montagne*, dove hanno il fondo sassoso, ivi *hanno* anche *maggiore la pendenza che nelle pianure*, nelle quali i fondi per l' ordinario sono composti di pura sabbia: e similmente (Ann. IX.) *in que' siti ne' quali il fondo è arenoso, le cadute sono maggiori, che in quelli ne' quali il fondo è composto di puro limo*, o belletta senza tenacità.

Corollario II.

E perchè nelle parti grosse, come ne' sassi e nella ghiara, ha molto luogo la qualità della figura, (Ann. X.) *allora il fondo sarà più pendente, quando la figura delle parti, che lo compongono, sarà più difficile a muoversi ed a scorrere sopra le altre.*

Corollario III.

Parimente perchè i fiumi, nelle parti superiori del loro corso, hanno frequentemente gli alvei ripieni di sassi assai grossi, e conseguentemente pesanti, e di figura in oltre angolari, i quali sono sempre spinti al basso dal corso dell'acqua, o portati dentro gli alvei dalle rovine delle montagne; ed (Ann. XI.) osservandosi, regolarmente, che detti sassi sono più grossi nelle parti più alte, vicino alle fontane; e più piccioli ne' siti degli alvei, più lontani da esse; ne segue, che *de' fiumi che corrono in ghiara, la linea del fondo, anche a riguardo di questa sola causa, debba disporsi in una curva concava, che nel suo progresso sia sempre meno inclinata all' orizzontale.*

Corollario IV.

E perchè concorrono a questo effetto medesimo e l'acceleramento dell'acqua per la discesa, e l'unione di più acque in un sol alveo; ne segue, che *unendosi le due cause predette colla resistenza dell' alveo*, resa gradatamente minore, tanto *maggiore concavità avrà la linea del fondo*, e tanto *maggiore sarà la difformità o differenza fra le cadute in diversi siti del fiume.*

Corollario V.

Se un fiume, dopo aver corso fra le montagne sopra un fondo ghiaroso, si ridurrà

nella pianura a muoversi sopra un letto di arena uniforme, e porterassi al mare senza ricevere tributo di nuove acque; la linea del fondo, durante il corso per la ghiara, sarà una linea curva concava, a cui connetterassi una curva convessa, competente alla qualità uniforme del terreno arenoso.

Dalle proposizioni dimostrate in questo Capitolo se ne potrebbero dedurre molte altre, tanto su i medesimi semplici supposti, quanto combinando insieme le diverse condizioni del fondo, della potenza dell' acqua ec. Ma sarà facile a chi che sia il farlo colla scorta delle accennate verità, le quali, oltre l' essere dimostrate, sono anche osservabili in fatto, particolarmente da chi saprà distinguere gli effetti delle cause accidentali da quelli dell' essenziali.

Tutto l' esposto di sopra concerne principalmente lo stabilimento degli alvei, fatto per via di escavazione, dall' acqua: resta ora da considerare l' altra parte; cioè, come e quando si stabiliscano i fondi per alluvione, replezione, o sia deposizione di materia. E prima, si consideri che pochi sono i fiumi che portino acque chiare, cioè non mescolate con materia alcuna terrestre; posciachè i fiumi, quasi tutti, almeno nelle piene, s' intorbidano. *Supposto*, nulladimeno, *che le acque di un fiume fossero in ogni tempo chiarissime, queste potrebbero bene profondare, ma non riempire l' alveo proprio*, mancando loro la materia per farlo, se non quanto potrebbero le parti staccate dal fondo o dalle ripe essere levate da un luogo,

e portate in un altro, o per ispinta o per deposizione. Quindi è, che supposti gli alvei inalterabili di fondo e di ripe, a cagione della resistenza eguale o maggiore della potenza, le acque chiare non potranno mai in alcuna maniera mutare il sito dell' alveo, nè in profondità, nè in larghezza, quantunque siano basse di corpo, ed i fondi poco o niente declivi. Quindi è, che (ANN. XII.) *gli scoli delle campagne, soliti a portare*, per lo più, *acque chiare, si conservano lungo tempo, senza interrirsi; ma entrandovi acque torbide*, abbenchè in molta quantità, come succede nelle rotte de' fiumi, *in poco tempo si riempiono di terra.* Il dire però, che un fiume porti acqua assolutamente chiara, è supporre un caso, se non impossibile, almeno molto raro; perchè scorrendo l' acque per lo terreno, è difficile che non s' imbrattino; e cadendo, almeno in tempo di pioggia, l' acqua di essa giù per la gran declività delle sponde dell' alveo, non può di meno che non si svellano da esse molte parti terree, le quali perciò siano portate nell' alveo a rendere torbida l' acqua. Ed in fatti io ho osservato che il Tesino, poco sotto la sua uscita dal Lago maggiore, lascia nell' escrescenze manifesti segni di torbidezza sopra l' erbe bagnate dalla piena, i quali però non sono altro che un sottilissimo velo di belletta che le cuopre, e piuttosto fa loro cangiare il color verde in olivastro, che, detergendole o lavandole, si perde: indizio di qualche picciola torbidezza; e pure il luogo, dove io ciò osservava, non era lontano cento

pertiche dall' emissario del Lago. Lasciando dunque di trattare di questo caso, passeremo a considerare gli effetti de' fiumi che corrono qualche volta torbidi, e che si stabiliscono il fondo co' proprj interrimenti.

Di tre sorti sono le materie portate da' fiumi; poichè altre sono spinte, sempre radente il fondo, senza incorporarsi con l' acqua; altre s' incorporano coll' acqua medesima; ed altre galleggiano. Queste ultime hanno la loro gravità specifica minore di quella dell' acqua; ma le altre due l' hanno maggiore o eguale: l' egualità però del peso specifico, che può trovarsi nelle materie veramente incorporate coll' acqua, qui non merita considerazione veruna; come che è cagione che esse seguitino i moti, e, per così dire, la sorte dell' acqua medesima; perciò nel nostro caso possono considerarsi come non differenti da essa. Resta dunque che nelle *materie, tanto spinte, che incorporate, si debba intendere una gravità specifica maggiore di quella dell' acqua:* con questa differenza però, che le prime (essendo di mole e peso assoluto assai grande) resistono più all' essere sollevate dal fondo; ma l' altre, per la picciolezza della loro mole, non ponno impedire che il moto dell' acqua non le sollevi e mantenga quasi unite alla propria sostanza, la quale però, perdendo nella mescolanza di tanti corpicciuoli opachi la sua diafaneità, si chiama torbida; mentre al contrario le altre, che restano al di sotto o al disopra, non turbano la sostanza dell' acqua. E qui pure dee mettersi da parte un altro caso, come

non adattato alla materia presente. Si trova nell' acqua (anche stagnante, ed a giudizio d' ogni senso, in riposo) un moto perenne che può tenere sollevate delle particelle di materie più dell' acqua gravi, le quali perciò restano unite al corpo dell' acqua medesima, come sono i ramenti de' sali, delle tinture e di altre simili sostanze. Queste non si separano da essa che col mezzo dell' evaporazione o precipitazione; o con gran lunghezza di tempo, come succede alle parti tartaree, che trovandosi nell' acqua, anche limpidissima, delle fontane, incrostano, per di dentro, i loro condotti, e qualche volta empiendoli quasi affatto, serrano la strada al passaggio dell' acqua: di queste dunque noi non abbiamo da parlare; come che, per lo più, seguitano il moto dell'acque, o se talora si depongono, ciò è in un caso straordinario, che però ne' fiumi non fa regola alcuna; oltrecchè, se si volesse discorrerne, sarebbe necessario prenderne i principj forse dal più astruso della fisica e della chimica.

Le materie pesanti che non ponno, se non con violenza, separarsi dal fondo, per lo più, sono sassi e ghiare, ed in qualche caso arene assai grosse, oltre altre materie che per accidente possono trovarsi ne' letti de' fiumi; queste rare volte sono sbalzate in alto dall' acqua (il che succedendo, quasi immediatamente precipitano al fondo), ma bensì sono spinte o lateralmente o al lungo del corso, o pure cumulate in un luogo; dal che ne nasce sì la varietà e sempre costante mutabilità

degli alvei de' fiumi che corrono in ghiara; sì quel continuo corso, non solo di acqua, ma di sassi, all'in giù, che rende meraviglia a chi osserva, ciò sempre succedere, senza che perciò i fondi si elevino. Ed in fatti sembra a prima vista difficile da concepire che dalle rupi vicine continuamente si svellano sassi, e siano portati negli alvei de' fiumi, da' quali mai non escono che alle volte per opera umana; e contuttociò non oltrepassino un certo sito, assegnato a ciascun fiume dalla natura, o sia dalla combinazione delle cause che concorrono a questo effetto; senza però formarsi negli alvei montagne di sassi, come pare, a prima vista, dovrebbe succedere a riguardo della loro abbondanza.

Se però si considererà la natura delle arene, che nient' altro sono che pezzetti di sasso stritolato, siccome i sassi molte volte sono composti di arene insieme unite; ed in oltre, se si osserverà che la forza dell' acqua opera contro di essi continuamente col suo corso, spingendoli a percuotersi, ed a farli scorrere l'uno sopra l'altro (al che va necessariamente congiunto un continuo sfregamento, mediante il quale si vanno perpetuamente logorando vicendevolmente; come ne fa piena fede il continuo mormorio che si sente ne' fiumi, i quali corrono in ghiara: effetto non tanto del moto dell' acqua che urta e si rompe in essi, quanto del reciproco dibattimento de' sassi); e di più, se si avvertirà alla gran copia de' rottami, alla pulitura che ricevono, ed a molti altri manifesti segni di logoramento che si riscontrano

nelle ghiare de' fiumi: se, dico, tutto ciò si considererà, facilmente si potrà credere che i sassi continuamente si disfacciano in arene; e che richiedendosi al loro intero consumo una quantità determinata di questo sfregamento (che in un certo grado porta seco una determinazione di tempo e di spazio) venga tutto ciò terminato dentro il sito che sta di mezzo fra il principio del fiume e l' ultimo limite delle ghiare.

Per esempio, supponiamo che un sasso, sfregandosi con un altro (come farebbe sopra una ruota da pulire) con un certo grado di velocità, arrivasse ad essere interamente consumato dentro lo spazio di un giorno; certa cosa è che nel medesimo tempo si consumerebbe, se esso fosse mosso seguitamente per un piano che fosse tanto lungo, quanto richiede la velocità dello sfregamento reciproco d' un sasso con l' altro (se però la forza e l' asprezza fosse nell' uno e nell' altro caso eguale), e che non si varierebbe l' effetto, se tal logoramento succedesse interpolatamente; purchè la quantità del tempo fosse d' una giornata. Varierebbesi bene, se o il moto, o il tempo, o la durezza, o la grandezza del sasso, o l' asprezza del piano, si alterassero; o se mancasse il piano medesimo, sul quale si fa lo sfregamento, prima che il sasso fosse intieramente consumato.

Essendo dunque nel fiume una forza determinata, che cagiona una determinata velocità nel moto de' sassi; ed essendo che questi hanno una grandezza e durezza limitata, che

ordinariamente non oltrepassano (potendo però avere l'una e l'altra minore) ne siegue che la velocità del moto impresso dall' acqua ne' sassi dovrà richiedere un tempo determinato che sia proporzionato alla durezza, grandezza ec. de' sassi medesimi, per interamente stritolarli; e perciò altresì dovrà essere determinata la lunghezza dello spazio necessario per l' effetto medesimo; come che questa è figlia della velocità e del tempo. Non è dunque meraviglia, se ne' fiumi si riconoscono i limiti delle ghiare, e se gli alvei non si riempiono per lo continuo entrarvi di queste; essendo equilibrata, per così dire, la quantità di esse, che giornalmente entra nell' alveo, col consumo che se ne fa. È ben facile anche l' intendere, perchè alcuni fiumi portino le loro ghiare sin dentro il mare; allora, cioè, quando viene a mancare lo spazio addimandato dalle altre circostanze, per stritolarle in arena.

Sminuendosi adunque continuamente la mole de' sassi, e rendendosi, con ciò, l' alveo sempre meno declive, (come si è detto nel Corol. 3. della Prop. 5. di questo cap.) ne segue che un sasso, il quale sotto una mole maggiore, contrastando alla forza dell' acqua, poteva sostenérsi in un alveo più declive; ridotto poscia ad una mole minore, ceda all' impeto della medesima, lasciandosi spingere all' in giù, sino a trovare quella declività che resti proporzionata alla diminuzione della di lui mole. Quindi è, che (Ann. XIII.) ne' fiumi in ghiara succedono continue escavazioni, ed altresì continue replezioni; ma così attemperate l' una con

l'altra, che ne resta il fondo stabilito; dimanierachè, alterato che sia da cause accidentali, o in soverchia escavazione, o in soverchia replezione, ben presto si stabilisca, per l'efficacia delle cause perpetuamente operanti; e perciò, se l'alveo di un fiume in ghiara sarà meno declive di quello porti la sua natura, non mancandogli materia per cagionar replezioni, eleverassi nel fondo, in maniera da acquistarsela; ed avendola più del bisogno, ne seguiranno escavazioni proporzionate, sino al termine nel quale si pareggino le forze delle cause escavanti con quelle delle resistenti.

E qui cade in acconcio di dimostrare un'altra proposizione, che contiene (ANN. XIV.) un caso possibile a succedere ne' fiumi che corrono in ghiara.

PROPOSIZIONE SESTA.

Se un fiume, che corra sopra un fondo che resista all' escavazione, richiederà tanto tempo per compirla sino al segno che richiede la propria forza, e permette l' inclinazione dell' alveo, e che prima d' esser essa compita, sia portata nell' alveo altra materia della medesima natura; anderà il detto fiume continuamente scavando il suo fondo, che sarà stabilito fra due termini; l' uno determinato dalla massima altezza che può farsi per replezione; l' altro dalla massima bassezza fatta nell' escavazione.

(ANN. XV.) Sia il fondo AB quello che a

riguardo della forza dell' acqua, e della condizione della materia ec., si chiama stabilito; e sia sopra di esso la materia contenuta nel triangolo ABC, della medesima natura di quella, della quale è composto il fondo AB; egli è evidente, che correndo l' acqua con una forza determinata per lo fondo CB, potrà escavarlo; ma perchè tal escavazione non può farsi instantaneamente, ma, per lo supposto, richiede molto tempo, poniamo che l' acqua, corrodendo, abbia scavato il fiume, sino in DB, ma non sia giunta alla AB; e che arrivata l' escavazione a detto termine, sia allora portata dentro il fiume, v. g. da' torrenti influenti, altrettanta materia che basti a rimettere di nuovo in essere la pendenza CB Continuando dunque la medesima forza d' acqua, tornerà a farsi l' escavazione; e, se di nuovo arrivata sino in DB, sarà riportata nuova materia nel fiume, di nuovo si tornerà ad escavare, e così successivamente. Supponiamo perciò che la pendenza DB sia quella alla quale può giugnere l' escavazione, durante il massimo intervallo di tempo tra l' uno l' ingresso e l' altro della materia nell' alveo AB; adunque non si arriverà mai coll' escavazione alla pendenza AB, ma solo, al più, alla DB. Parimente supponiamo che CB sia la massima altezza che può fare, detratte le escavazioni, la materia ch' entra nel fiume; adunque la declività non oltrepasserà mai la CB; e perciò il fondo sarà stabilito, o più tosto anderà librandosi tra le due declività CB, DB. Il che ec.

Non si può pensare che entri più materia

nel fiume di quella sia smaltita coll' escavazione fatta del fondo; e per conseguenza che questo debba sempre elevarsi: perchè supposto che ciò succeda, è chiaro che la declività si renderà sempre maggiore; e perciò la materia sarà disposta a cedere più facilmente alla forza dell' acqua, che anch' essa si accrescerà; onde maggior quantità di materia si smaltirà in un dato tempo. Accrescendosi dunque lo smaltimento di detta materia, finalmente si arriverà ad una elevazione, nella quale si pareggerà il consumo con l' entrata; e tale suppongo che sia l' inclinazione CB.

Avvertasi, che se bene per l' escrescenza del fiume, e per l' abbassamento dell' alveo, la forza dell' acqua non può essere la medesima (sì come nè meno è la medesima la quantità della materia portata via nella piena per l' alveo più declive CB, e la portata via, cessata la piena, per l' alveo meno declive DB), nondimeno tutto ciò può ridursi ad una medietà aritmetica, nella quale gli eccessi compensino i difetti; e può supporsi che l' escavazioni siano proporzionali a' tempi ne' quali saranno state fatte; posciachè, negli estremi, torna la medesima cosa.

Corollario Primo.

Perchè adunque l' entrata della materia grossa ne' fiumi suole succedere per l' influsso de' torrenti nelle loro piene, ne segue che in tal supposto, *quanto maggiori saranno gl' intervalli di tempo tra l' una piena e l' altra de'*

torrenti, tanto meno declive sarà l' alveo del fiume.

Corollario II.

Similmente, perchè le piene de' torrenti quanto sono più grosse e di maggior durata, riducono ancora maggiore quantità di materia ne' fiumi; perciò *quanto le piene saranno minori e più corte di tempo, tanto meno sarà declive il fiume.*

Corollario III.

Parimente, essendo che quanto maggiore e di più lunga durata è la piena del fiume, tanto più opera in escavare il proprio fondo; ne segue, che *quanto più lunga e maggiore sarà la piena del fiume, tanto meno declive sarà il fondo di esso.* Dipendendo perciò la piena del fiume, tanto nella durata quanto nella grandezza dalle piene de' torrenti; e facendo la prima maggiore escavazione, e le seconde maggior riempimento; bisogna osservare come s'attemperi una causa coll' altra, e gudicare la qualità dell' effetto, a misura di quella che prevalerà.

Corollario IV.

(Ann. XVI.) *E quanto maggiore di corpo sarà l' acqua ordinaria del fiume, sarà ancora tanto meno declive l' alveo:* quali declività, tanto in questo quanto ne' Corollarj sopradetti, si devono intendere in tempi omologi, come ancora la minima di tutte.

Corollario V.

Parlando *de' fiumi temporanei,* dentro i medesimi supposti, *gli alvei tanto meno saranno declivi, quanto più breve sarà il tempo della loro aridità, o in cui saranno esausti d' acqua.*

Corollario VI.

Abbenchè questa proposizione principalmente si verifichi ne' fondi composti di parti staccate l' una dall' altra, come sassi, ghiara ed arena; nondimeno può applicarsi in qualche maniera a' fiumi temporanei, che depongono nel fine delle loro piene materia limosa, e che si rende tenace per l' essiccazione fatta dal Sole. Ho detto *in qualche maniera;* perchè ordinariamente *la materia limosa,* che è quella che riceve tenacità dall' essiccazione, *non si depone che con una gran diminuzione di velocità, che appena si riscontra nell' acqua de' fiumi.* Quando però vi si deponesse per qualche accidentale cagione, caderebbe sotto i supposti di quest' ultima proposizione.

Le materie poi, che s' incorporano alla sostanza dell' acqua, sono arene sottili, parti terree, ed altre di simile natura: sono queste non spinte come le ghiare, ma sollevate dal fondo, e portate sino all' ultima superficie dell' acqua; abbenchè il loro peso specifico superi quello del fluido, al quale perciò non sono unite, per la gravità uniforme, ma solo per la violenza del moto, e per la resistenza

che trovano le loro superficie al discendere, impedite dalla viscosità dell' acqua medesima; in quella maniera per appunto che i vapori acquei si sollevano e stanno sospesi lungo tempo nell' aria, come si è spiegato nel Cap. 4. Quindi *acciocchè le particelle di terra restino unite all' acqua, si ricerca un certo grado di agitazione proporzionato al loro peso, mole, figura e superficie;* cessando il quale, cominciano a discendere, ed a lasciar l' unione che prima aveano colle parti dell' acqua. Dal che ne nasce, *richiedersi maggiore agitazione per tenere unite all' acqua le parti più grosse e pesanti, che le più sottili e meno gravi.* L' agitazione parimente, o è la velocità dell' acqua esercitata lungo il corso del fiume; o pure i moti vertiginosi fatti su un piano verticale, cioè dal fondo alla superficie e da questa al fondo, o pure su un piano orizzontale, o inclinato, come s' osserva ne' vortici. Nè può negarsi che questi ed altri moti disordinati non operino (tanto a corrodere il fondo e le ripe, quanto a tenere sollevata la materia) molto più di quello possa la velocità esercitata per la linea di direzione del fiume: nulladimeno, perchè i moti sregolati non ponno comprendersi sotto regole semplici, ci contenteremo in questo luogo di considerare l' azione della sola velocità predetta: e ciò faremo tanto più giustamente, quanto che i moti predetti irregolari sono ordinariamente più o meno vigorosi, quanto maggiore o minore è la velocità del fiume.

Dipendendo adunque, come si è detto nel

Capitolo antecedente, la velocità dell'acqua de' fiumi o dall'altezza del proprio corpo, o dalla discesa; ed essendo, secondo l'uno e l'altro principio, più veloce l'acqua in un luogo che nell'altro; ne segue che una parte dell'acqua può essere così veloce, che possa sostenere materie più grosse e più pesanti, e che un'altra non basti per portare le più sottili e leggiere. Quindi è, che *dove i fiumi sono più veloci*, *cioè nel filo dell'acqua*, *si mantengono più profondi*; *e dove hanno meno di forza, si fanno delle alluvioni*, e deposizioni di materie più grosse: e questa è la ragione per la quale *nelle parti convesse delle tortuosità de' fiumi si generano spiagge o arenai, e dalla parte opposta restano corrose le ripe*. Dal medesimo principio deriva pure, che per lo più ne' fiumi che hanno acque più veloci verso il fondo, che alla superficie, le arene più grosse non si alzano al pelo dell'acqua, dove giunge la sola terra; e perciò le *alluvioni che si fanno sulle restare* o golene, *sono di natura molto differente*, quanto alla materia, *da quelle che succedono dentro l'alveo*; e similmente *le bonificazioni fatte regolatamente*, e *col prendere l'acqua torbida verso la superficie, sono molto più fertili di quelle che sono state fatte a fiume aperto*, e con prendere l'acqua dal fondo dell'alveo. Non vi è dubbio, che continuandosi in tutte le parti del fiume quel moto che rendesi necessario per tenere sollevata la torbida, non mai si deporrebbe essa, e sarebbe portata coll'istesso moto dell'acqua sino all'ultimo termine; ma rallentandosi

l' agitazione, è ben chiaro che le materie eterogenee mischiate all' acqua si deporranno successivamente, secondo la loro gravità; e perciò *sboccando fiumi torbidi in lagune, o paludi, le interriscono*, e fanno che il terreno si manifesti in più luoghi, ne' quali prima non si osservava ch' espansione di acqua.

Per la stessa ragione *gli alvei de' fiumi*, ne' luoghi ne' quali sono *larghi più del dovere, s' interriscono alle sponde, ristringendosi l' alveo a quella capacità che è richieduta dall' abbondanza dell' acqua che vi scorre;* il che anco fanno nelle paludi ec., facendosi l' alveo dentro gl' interrimenti medesimi. E perchè rare volte un fiume scorre sempre con la stessa violenza, osservandosi maggiore velocità nelle piene maggiori che nelle minori; e parimente nel colmo della piena, più che nel crescere o cessare della medesima, in parità di circostanze; quindi è, che *correndo l' acqua torbida per un alveo con poca velocità, seguono interrimenti nel fondo*, ed alle volte tali che, cessata l' escrescenza, il letto del fiume si vede mezzo ripieno, e fa dubitare a chi è poco pratico della natura de' fiumi, ch' esso non possa essere capace di una piena maggiore; seguendo poscia la quale, di nuovo si scava alla primiera profondità. Perciò se bene *un fiume* può scorrere al suo termine sopra d' un fondo affatto orizzontale, (Ann. XVII.) *portando* però *acqua torbida*, se non avrà esso tanta altezza di corpo d' acqua da tenere la terra sempre incorporata, *necessariamente dovranno seguire delle deposizioni*, le quali anderanno sempre crescendo

sino ad acquistare quel pendio che più non può resistere alla forza dell' acqua, acciocchè non porti via la materia, che per altro resterebbe deposta sopra la di lui linea; e perciò (Ann. XVIII.) *nelle piene minori si mutano le cadute, accrescendosi; e nelle maggiori, sminuendosi.*

Da ciò che sin ora si è detto, evidentemente apparisce, rendersi inutile qualunque opera umana che tenti di accrescere, o scemare le dovute pendenze a fiumi torbidi; posciachè, se non s' inducano nuove cause perpetuamente operanti, accresciute che sieno dette pendenze, succederanno nuove escavazioni; e sminuite, nuove deposizioni; e perciò nel mutare il letto a' fiumi, per via di cavi, si deve ben avvertire la caduta che ha un termine sopra l' altro, e paragonarla alla necessità del fiume, ed alla situazione della campagna, per non incorrere in quegli errori che per simili inavvertenze hanno spesso fatto e fanno lagrimare le provincie intiere, a causa dell' alzamento seguito ne' fondi de gli alvei, dell' impedimento degli scoli delle campagne, e dell' innondazione delle medesime. Dissi, *se non s' inducano nuove cause perpetuamente operanti;* perchè in tal caso potrebbe anche perpetuarsi l' effetto; perciò, in proposito di volere sminuire le pendenze, potrebbe giovare, essendo praticabile, il ristringimento dell' alveo ad un fiume, o l' unione di più acque in un alveo medesimo. E quando le cadute siano troppo precipitose, è comune la pratica di traversar loro l' alveo con chiuse, o pescaje,

per far elevare i fondi, ed impedire il dirupamento delle ripe; nel qual caso si tolgono bene alcuni de' cattivi effetti che partorisce il soverchio profondamento del fiume; ma le cadute, in poco tempo, si ristabiliscono a misura della necessità dell'alveo. Solo, ad accrescere realmente le cadute, può contribuire la diversione dell' acque, o l'allargamento dell'alveo, quando possa mantenersi in tale stato.

Quale sia il grado di velocità che può bastare per tenere sollevata la materia arenosa nell' acqua, e quale la materia semplicemente terrea, è difficile da determinarsi. Egli è ben evidente che (ANN. XIX.) *il Po, il quale nelle sue massime piene ha trentacinque piedi di altezza viva di acqua, non permette che nel suo letto si faccia deposizione veruna* sopra il fondo già stabilito: che (ANN. XX.) *Reno e Panaro, i quali non hanno che nove o dieci piedi di altezza, depongono l'arena, sino però a formarsi il pendio, rispetto a Reno, di tredici in quattordici oncie di caduta per miglio; ma non lasciano già la terra, nè meno l'arena sopra detta pendenza.* È ancora probabile che *l'arena medesima possa andare, col lungo corso de' fiumi*, così assottigliandosi *che possa paragonarsi colla terra;* se pure l'una e l'altra non sono una stessa sostanza, cioè l'una più semplice, l'altra più composta: ed in fatti si vede che le arene del mare, le quali non sono altro che le portatevi dentro da' fiumi, sono sottilissime, e tanto più quando provengono da' fiumi maggiori e di corso più lungo; il che essendo vero, tanto minor forza

addimanderebbero per non deporsi, siccome anche minore la richiede il limo sottile; e perciò pochi sono i fiumi i quali lo depongano nel proprio letto, fuorchè in poca quantità, e per cause affatto accidentali.

Non è la sola agitazione dell'acqua quella che concorre a tenere sollevate le arene, avendovi anche gran parte la copia delle medesime. Per intelligenza di ciò, si consideri, che siccome il moto dell'aria può ben fare ascendere e tenere sospesi i vapori, ma non in ogni quantità che si trovino; e perciò è necessario che, cumulatane una gran copia, finalmente ricadano in pioggia; così l'acqua, mediante l'agitazione che si trova avere, non può sostenere qualsivoglia quantità di parti più gravi di essa; ma devono essere limitate, non tanto dal grado, che dalla somma del moto che si trova nella medesima: quindi è che il grado dell' agitazione corrisponde alla grossezza o sottigliezza delle parti, e la somma del moto al numero o quantità delle parti medesime. Può darsi perciò il caso che il grado o velocità dell' agitazione non sia potente a sollevare e sostenere un grano di arena; ma, sminuzzato che sia, resti esso sospeso nell' acqua; non sarà però il medesimo grado valevole a sostenere infinite granella della medesima misura; se non s' intenderanno essere dell' acqua infinite le parti, e per conseguenza infiniti gradi di moto, rispetto al numero, ogn' uno de' quali sostenga un grano di arena. Egli è perciò necessario che il numero di questi sia limitato e proporzionato alla somma del moto

che si trova in una certa quantità di acqua, o pure, se così dir vogliamo, in una sezione di un fiume.

È facile assicurarsi di ciò coll' esperienza; poichè presa una quantità di acqua dentro di un vaso, ed agitata questa con un moto sempre uniforme (il che si può ottenere con diversi artificj) se a detta acqua sarà infusa della polvere, si vedrà che sul principio si mischiarà ella con l' acqua, la quale perciò diverrà torbida: ma se continuerassi ad aggiungere sempre altra quantità della polvere medesima, si vedrà ch' essa non si mescolerà più con l' acqua, ma caderà al fondo del vaso; al che può concorrere non solo la deficienza della quantità del moto necessario a sostenere la quantità della terra aggiunta, ma ancora la vicinanza delle parti medesime, che facilmente unendosi insieme formino una mole più pesante, che richiede un grado d' agitazione maggiore per essere tenuta sospesa nell' acqua. Per l' una e per l' altra dunque delle suddette ragioni, egli è evidente, che quantunque il grado del moto possa sostenere più parti di terra incorporate all' acqua, non potrà sostenere però tutta quella quantità che a lui sarà somministrata; e perciò può darsi il caso che in un fiume sia portata tanta quantità di terra, che l' acqua di esso non possa portarla via, se non in un tempo determinato: incidente che porge motivo alla seguente proposizione, i supposti della quale se bene di rado accaderanno, non sono però impossibili.

Proposizione settima.

(Ann. XXI.) *Se ad un fiume sarà somministrata, v. g. da' torrenti influenti, tanta quantità di terra o di arena che non possa tutta incorporarsi con l'acqua di esso, si deporrà ella ed alzerà il fondo; ma cessato l'influsso de' torrenti, la terra deposta sarà corrosa e portata via dal corso del fiume: e se a far ciò si richiederà più tempo di quello intercede fra un influsso e l'altro de' torrenti, non potrà il fondo del fiume ridursi a quella minore declività che addimanda la forza dell' acqua, e la resistenza della materia che compone il fondo; ma si stabilirà fra due termini, l'uno de' quali sarà quello che compete alla massima corrosione che può fare il fiume in detto tempo, l'altro sarà quello che è limitato dal massimo alzamento che può fare la materia portata in esso.*

Io non stimo necessario il dimostrare a parte questa proposizione, potendo applicarsi ad essa proporzionalmente la prova della Prop. VI. di questo Capitolo, dalla quale non è in altro differente che nel supposto della materia portata da' torrenti nel fiume; ed a questa proposizione possono applicarsi i corollarj ed annotazioni fatte a quella. Solo si può avvertire, che tanto è più facile la corrosione della materia in questo caso, quanto essa non ha bisogno, per essere corrosa, di essere spinta radente il fondo del fiume; ma può incorporarsi all' acqua, la quale se bene entrasse chiara

nell' alveo del fiume, nulladimeno per tal corrosione s' intorbiderebbe; e per ciò difficilmente verrà il caso, se non accidentalmente che nel tempo che corre tra l' una piena e l' altra de' torrenti, non sia compita la corrosione, e stabilito il fondo.

Questa proposizione ancora si verifica, in parte, in que' casi ne' quali le piene de' fiumi nel suo maggior colmo fanno delle deposizioni, che poi sono levate nel calare delle medesime; o in acqua ordinaria, cessando le cause che hanno cooperato a fare dette deposizioni; e perciò non bisogna maravigliarsi se alle volte si vede un fiume basso corrodere l' arena, che tal uno crederebbe dovesse essere stata portata via, non deposta, dal fiume più alto; perchè (Ann. XXII.) in alcuni luoghi si fanno per cause accidentali delle alluvioni nelle piene, che per altro non succederebbero fuori di esse; come a suo tempo si spiegherà.

Rispetto finalmente alle materie che sono portate a galla dall' acqua, queste meritano poca considerazione; posciachè se esse non s' uniscono col fondo o con le ripe, si depongono nelle golene, o pure sono portate sino all' ultimo sbocco. Talvolta però, cessando l' acqua ne' fiumi temporanei, restano esse nel fondo o nelle spiagge del fiume; ma sopravvenendo nuov' acqua, di nuovo si alzano a galla, e seguitano il corso della medesima, sempre nella parte che è più veloce, cioè nel filone; salvo che tal volta, secondo la loro diversa condizione, o si frammischiano alle deposizioni terree, e servono ad accrescere la resistenza

del fondo; o, se sono rami d'arbori e capaci di farlo, s'abbarbicano e radicano nel fondo o nelle sponde, e talora lo fanno così stabilmente, che servendo d'un considerabile impedimento, mutano la direzione al corso dell'acqua, o scostandolo o stringendolo contro una ripa. Lo stesso succede per cagione de' semi delle piante, che portati dall'acqua e deposti in qualche luogo idoneo, nascono e vegetano, o vestendo d'erba le sponde de' fiumi, e con le radiche sostentandole, che non dirupino; o imboscando le golene e le scarpe delle ripe dell'alveo, e le spiagge medesime; cagionando con ciò diversi effetti, ora utili, ora nocivi. Rare volte però, e forse non mai, succede che le materie gallegianti sopra l'acqua alterino considerabilmente e stabilmente la positura del fondo, abbenchè molte volte mutino la situazione delle ripe.

(Ann. XXIII.) Dalle cose sin ora dette, concernenti le deposizioni delle materie portate dall'acqua, si potrebbero dedurre alcune altre proposizioni; ma queste ricaderebbero nelle dimostrate di sopra in proposito dell'escavazione; poichè egli è evidente, che se si facessero deposizioni maggiori di quelle che sono permesse dalle cause escavanti, comincerebbero queste ad operare; e tanto più facilmente, quanto che minor forza si ricerca per corrodere la materia deposta, come senza tenacità; che a staccare le parti d'un fondo antico, le quali rare volte saranno prive d'ogni legame colle vicine; e perciò torna lo stesso, o considerare il fiume stabilito per via di sola

escavazione senza alcuna deposizione, o pure per sola deposizione senza alcuna escavazione; mentre nell' uno e nell' altro caso la forza dell' acqua tralascia di escavare, perchè la resistenza della materia che compone il fondo, unita alla poca declività della di lui linea, la impedisce di ulteriormente operare.

Abbiamo sin ora addotte le cause che concorrono a stabilire la situazione del fondo; resta ora, per compimento di questo Capitolo, da determinare il principio dal quale vien regolata la distanza delle di lui parti dal centro della terra; attesochè ponno due fiumi avere nel fondo una situazione affatto uniforme, sì nella lunghezza che nella degradazione delle cadute; ancorchè le parti simili degli alvei dell' uno e dell' altro siano diversamente distanti dal centro della terra; come evidentemente dovrebbe succedere, se uno entrasse nel mare, cadendo da una cateratta chiusa o sostegno; e l' altro entrasse placidamente, portando la sua superficie ad unirsi insensibilmente a quella del mare. Questo caso assai bene insegna che l' altezza o bassezza degli alvei de' fiumi, de' quali sia stabilita la linea cadente de' fondi, unicamente dipende dagli sbocchi, il fondo de' quali dee servire per base a tutta la parte superiore del fiume, disponendo sopra di esso tutte le linee, o declività, che competono a tutte le parti dell' alveo, sino alle fontane, dalle quali tirano l' origine i primi rivi. Se però il fiume non avrà il letto seguito e continuato dal principio al fine, come se sarà interrotto o da cateratte, o da laghi, paludi

e simili; si devono considerare queste come il fine del fiume, ed assumere la parte superiore della cateratta, o la foce dell'immissario, come un nuovo sbocco, sul quale s' appoggi l'intera situazione delle parti superiori. Ma di ciò più a lungo discorreremo nel Capitolo ottavo, siccome tratteremo più ampiamente della larghezza de' fiumi in altri luoghi, secondo che porterà l' occasione della materia.

ANNOTAZIONI
AL CAPITOLO V.

ANNOTAZIONE I.

(Al § *È concetto*)

È concetto quasi universale degli uomini, che i fiumi richiedano della caduta, acciò le acque possano correre, cioè che sia necessario che il fondo del fiume sia inclinato all' orizzonte ec.

Fa d' uopo nella presente materia distinguere la declività del fondo da quella della superficie, potendo l' una esser diversa dall' altra, e mancare per avventura o l' una o l' altra, o amendue, come di mano in mano si vedrà. Si dee ancora avvertire che le declività si debbono intendere rispetto ad una linea o superficie concentrica alla terra, e per conseguenza curva (comecchè in piccole distanze sensibilmente retta) e non rispetto a ciò che i geografi chiamano orizzonte fisico, che è un piano, o una retta tangente la detta curvità. per le quali rette si traguarda cogli strumenti da livellare. Gli alvei de' fiumi hanno bisogno di abbassarsi sotto questa visuale (secondo che deduco dalle misure rilevate nell' eccellente Opera del Signor Jacopo Cassini della grandezza della Terra) once 8 e mezzo in circa per miglio in misure Bolognesi, ad effetto non già di esser declivi, ma di non essere acclivi, perciocchè tanto appunto si alza la visuale del livello sopra la superficie del mare nel detto spazio; onde quando abbiano tale inclinazione, saranno precisamente orizzontali; e avendone di più, allora solo saranno declivi. Il confondere questi termini può dar luogo a gravissimi abbagli.

ANNOTAZIONE II.

(Alla dimostrazione della Prop. 1.)

Basta che la superficie della posteriore sia più alta di quella dell' anteriore, abbenchè la differenza sia insensibile.

Questa condizione non si dee prender per regola universale in tutti i canali di fondo orizzontale, potendosi dare molti casi che essi abbiano anco la superficie orizzontale, come l'Autore avverte poco dopo nel § *Ciò è vero*; ma si vuol ristrignere a' supposti di questa proposizione, cioè che sopra il fondo AB (Tav. II. fig. 15.) intestato dalla parte di A venga versata dell' acqua, la quale entro lo stesso canale si accumuli a qualche altezza GH; anzi, per quanto a me sembra, nè pure è necessaria in tal caso l' altra condizione, che entro il canale rigurgiti l' acqua del mare, parendomi che la dimostrazione che egli adduce abbia luogo, ancorchè il fondo del canale fosse superiore alla superficie del mare, o d' altro recipiente. Non così sarebbe ove l' acqua si facesse passare per qualche sezione del canale orizzontale sotto una altezza limitata e permanente, come tra poco vedremo. Colla medesima restrizione si vuol intendere ciò che si aggiugne appresso nel corollario 2; cioè che quanto maggiore è il corpo d' acqua che dee passare per lo canale orizzontale, tanto maggiore sia la declività della superficie.

ANNOTAZIONE III.

(Dopo il Corollario 2. Prop. 1. § *Ciò è vero*)

Ma se il fondo AB (Tav. II. fig. 16.) *fosse nella stessa linea orizzontale con BD, o più alto, allorà avrebbe luogo ciò che da noi è stato dimostrato al corollario primo, proposizione prima del libro 5 della Misura delle acque correnti; cioè che la superficie dell' acqua, la quale scorre per li canali orizzontali, dee sempre esser parallela al fondo di essi.*

Il divario tra' canali orizzontali di fondo più basso e quelli di fondo più alto o eguale alla superficie del recipiente, cioè che i primi abbiano la superficie inclinata, e gli altri paralleta al fondo, non sembra che universalmente sia vero, come già in parte si è mostrato nella nota precedente; e a maggior dilucidazione di tutta questa materia de' fiumi orizzontali, intorno alla quale molti sono restati con qualche dubbietà, giova che di nuovo sopra ciò alquanto ci tratteniamo, stando sempre sulle ipotesi dall' Autore stabilite nel precedente capo.

Intendasi il lago inesausto CBAD (Tav. V. fig. *c*), cioè a dire, che la superficie CB sempre si mantenga allo stesso orizzonte, o sia per la sua smisurata ampiezza in proporzione dell' emissario BA, che le si suppone adattato, o sia perchè ad ogni momento tanto venga rialzata con nuova acqua, quanto si abbasserebbe per quella che ne viene estratta. Sotto la superficie CB sia applicato al lago il fondo orizzontale AG di un canale d' uniforme larghezza e di sponde rette, alte al pari della detta superficie, il quale abbia l' esito in G libero da ogni ristagno d' altr' acqua, e stendasi quella del lago entro del canale fino alla sezione dello sbocco GO, trattenuta ivi in equilibrio da una cateratta apposta alla detta sezione, la quale venga poi alzata ad un tratto fino sopra la superficie CBQ. Comincerà dunque ad un tempo stesso ciascuna parte dell' acqua che si affaccia alla sezione GO di sotto al punto O ad uscir fuori secondo una direzione parallela al piano delle sponde, alla quale viene determinata dalle sponde medesime XY, che si vogliono supporre perfettamente spianate, e continuate qualche tratto oltre lo sbocco GO nella medesima altezza e nel medesimo piano; e la detta direzione di ciascuna parte dell' acqua che esce non potrà per quel primo istante essere che orizzontale, impedendo l' acqua che rade il fondo, che quella che immediatamente le è sopra, non discenda nel luogo di essa, e questa altresì ostando alla discesa dell' altra più alta, e così di mano in mano tutte le altre, onde prenderanno tutte quel grado di velocità orizzontale che è dovuto alla pressione di ciascuna. Ma perchè alla parte G, che scorre sul fondo, mancherà subito

l' appoggio di questo, e con ciò mancherà alle altre superiori il sostegno delle inferiori che le reggevano, comincerauno altresì tutte a discendere col momento della propria gravità, onde fuori del canale cangerà ciascuna la sua direzione, e tutta l' acqua formerà una cascata, la quale (posto che al canale AG ne fosse continuato un altro perpendicolare GV dell' istessa larghezza) dovrebbe disporsi in un piano OT tirato per lo punto della superficie O, essendo GI due terzi di GO, come l'Autore ha mostrato nel corollario 1. e 2. della proposizione 5. del libro 5. delle Acque correnti. Ma frattanto è forza che le parti dell' acqua contenute entro il canale BG, al primo uscire che hanno fatto quelle che si affacciano alla sezione GO, si siano avanzate anch' esse verso la detta sezione, ciascuna con quella velocità e direzione con cui è uscita quella parte che si presentò alla sezione GO nel medesimo filo orizzontale d' acqua; non potendosi pensare nè che alcuna parte si mova obbliquamente, attesa l' uniforme larghezza del canale, nè che le anteriori si discontinuino dalle susseguenti, nè che le superiori scendano nel luogo delle inferiori; imperocchè sebbene queste sono più veloci di quelle, tuttavia essendo tutte quelle che radono il fondo egualmente veloci, cioè tutte in quel grado che conviene alla pressione che soffrono, non ponno con lo scostarsi una dall' altra dar luogo alle superiori, nè queste per una simil ragione ponno concederlo alle altre più alte. Correrà dunque tutta l' acqua del canale di sotto alla superficie BO verso lo sbocco GO. Ma quanto alle parti infinitamente piccole che costituiscono la detta superficie, non essendovi alcuna pressione, nè altra forza che le obblighi a moversi, e volendosi di nuovo metter a parte ogni aderenza, viscosità o attrazione che dir si debba, si staranno immobili, e tali sempre si manterranno. E sebbene si dee supporre che la parte infinitamente piccola O, che è alla superficie dello sbocco, al cadere delle altre inferiori della sezione GO cada anch' essa, e che nel luogo da lei lasciato vadano succedendo le altre del filo d' acqua BO, tuttavia non potendo ella nel principio della sua discesa concepire che quella velocità infinitamente piccola, che conviene nel primo istante ad un corpo che cada dalla

quiete, anco il moto delle altre, che succederanno nel luogo di O, si farà con velocità infinitamente piccola, onde la superficie BO sarà da considerare come senza alcun moto. Sarà dunque la superficie tutta del canale orizzontale ed immobile Nè si può dubitare che non sia permanente, cioè che essa si abbassi entro il canale; imperocchè non potendosi per la supposizione abbassare quella del lago CB, egli è evidente che il lago sarà per tramandarne sempre per l' emissario BA quantità eguale in tempi eguali, onde il corso del canale rimarrà sempre nel medesimo stato. Dunque sarà il canale BG corrente, con superficie orizzontale, immobile e permanente. A questi canali, che ponno chiamarsi perfettamente orizzontali, si applica ciò che l'Autore ha dimostrato ne' libri 3. 5. e 6. della Misura delle acque correnti.

È da avvertire, che se la cateratta non fosse stata apposta precisamente allo sbocco del canale, ma ad altra sezione di esso, come MN (Tav. V. fig. *d*) più vicina all' emissario BA, o pure nell' emissario stesso, ritenendo tutte le altre circostanze del caso precedente, la parte BM della superficie tra l' emissario e la cateratta dovrebbe come prima essere orizzontale ed immobile, ma dalla cateratta andando verso lo sbocco la superficie dovrebbe inclinarsi, prendendo (come è facile il dimostrare, supposte coll'Autore le velocità in ragione dimezzata delle altezze) le figure paraboliche MV, MR, MG di mano in mano più ampie, se pure superficie può chiamarsi il termine de' viaggi sincroni delle diverse parti dell' acqua che andrebbe passando per la sezione MN; nè potrebbe giammai la superficie intesa in questo senso arrivare a farsi permanente e orizzontale in MO; avvegnachè quando lo sbocco G s' intendesse indefinitamente lontano, e la superficie si supponesse già arrivata a passare per G, si potrebbe stimare fisicamente orizzontale, come l'Autore ha avvertito nel fine di questo § *Ciò è vero*.

Abbiamo supposto finora il canale orizzontale senza ristagno o rigurgito d' altr' acqua, in cui egli vada a sboccare; ma, se io non erro, il medesimo effetto di mantenere la superficie orizzontale ed immobile può succedere quand' anco la superficie del recipiente sia allo

stesso livello, che quello della vasca onde esce il canale, purchè il detto recipiente abbia un esito, mercè cui si mantenga sempre allo stesso orizzonte. Come se dalla vasca inesausta BC (Tav. V. fig. *e*) uscisse il canale orizzontale CD, il quale avesse sbocco nel lago DEF, e questo lago di nuovo si scaricasse per un altro canale orizzontale FG, col fondo FG a livello del primo, e nella stessa direzione, e in lunghezza eguale col medesimo; allora intendendosi apposta a quest' ultimo una cateratta GH, onde l' acqua d' amendue i canali e di amendue i laghi fosse continuata in una sola superficie stagnante AH, se tutta ad un tratto si aprisse la cateratta, parmi che l' acqua per fino dall' emissario IC della vasca BC fosse per prender corso per C DEFG, come farebbe per un solo canale continuato, potendosi il lago di mezzo riguardare come una dilatazione o un gorgo del fondo CDFG, che non torrebbe la continuazione al corso dell' acqua per mezzo di esso, facendole quasi letto e sponde (ove si voglia metter sempre da parte ogni irregolarità fisica, e supporre propagarsi il moto da un capo all' altro del fluido in un tempo minimo) onde il canale CD sarà corrente, e pure sempre manterrà la superficie orizzontale ed immobile, benchè a livello di quella del suo recipiente DEF. Egli è tuttavia da avvertire, che se anco il lago di mezzo DEF fosse inesausto, nel senso spiegato sul principio di questa annotazione, allora l' acqua BC non potrebbe correre verso DF non più che questa verso BC, ma amendue starebbero in equilibrio, e il solo canale FG sarebbe corrente. Imperocchè quando il lago DEF possa abbassarsi, trovando l' acqua aperto l' esito per FG si abbassa per una quantità infinitamente piccola, e tale abbassamento vien subito riparato da altrettanto alzamento per mezzo del canale CD; ma quando DEF sia inesausto, uscendo l' acqua di esso per FG non si abbassa punto, nè si mette in moto entro il lago, onde resiste a quella del canale CD, e della vasca CB, nè la lascia in libertà di scorrere.

Resta da considerare un altro caso, nel quale mostreremo potere un canale orizzontale correre con superficie orizzontale e permanente in un medesimo stato, ma tuttavia mobile. Immaginiamo di nuovo il vaso

inesausto DAE (Tav. V. fig. *f*) nel quale in vece che l' emissario sia aperto di sopra fino alla superficie dell' acqua CE, sia solamente nella sponda sotto la superficie una luce rettangola AB, e al fondo di essa applicato il canale orizzontale AG, dell' istessa altezza e larghezza della luce, e per tutto uniforme, coll' esito parimente libero in G. Allora rimossa ad un tratto la cateratta che chiudeva la luce, non vi ha dubbio che tutte le parti dell' acqua, che a questa si affacceranno, saranno determinate a scorrere con direzioni orizzontali, ciascuna con quella velocità che conviene alla pressione che essa riceve dall' acqua superiore, e però anco la superficie scorrerà orizzontalmente colla velocità dovuta alla pressione EB; onde preso qualsivoglia tempo dopo l' apertura della luce, v. g. quello in cui quel filo d'acqua che scorre radente il fondo sarà arrivato in Z, se col vertice E intorno all' asse AE si descriverà per Z la parabola EXZ, che tagli l'orizzontale BX in X, è manifesto che quella parte d' acqua che uscì dalla sommità della luce B, in capo al tempo predetto sarà giunta in X, dovendo gli spazj sincroni AZ, BX essere come le velocità, le quali si suppongono come le radici delle altezze AE, BE, cioè come le ordinate alla parabola AZ, BX; e lo stesso dovendo seguire in ogni altro tempo a cui corrisponda ogni altra parabola similmente descritta, come EPG, è manifesto che la superficie BXP sarà orizzontale, corrente e permanente in un medesimo stato, e solo sarà inclinata quella parte di superficie, se tale può dirsi, che per ciascun tempo si troverà oltre l' intersecazione dell' orizzontale BP colla parabola corrispondente a quel tempo, come XZ, PG. Si potrebbe qui ancora figurare la cateratta apposta non già alla luce AB, ma ad altra sezione del canale, ma in tal caso converrebbe supporlo chiuso per di sopra con coperchio, che poi si togliesse all' alzare della cateratta. Sotto questo caso (intorno a cui non può cader dubbio) è compreso anche al primo; cioè quando l' altezza BE sia nulla, e le parabole passino per lo punto B, e in esso abbiano il vertice, essendo la cateratta apposta allo stesso emissario, e allora la velocità della superficie dee trovarsi nulla, appunto come l' abbiamo trovata.

Finalmente, se ritenendo la superficie del vaso in CE,

e tutte le altre supposizioni di quest' ultimo caso, si intenderà essere lo sbocco e il fondo del canale sommerso sotto il livello di un recipiente stagnante, e chiuso d'ogni intorno FH, il qual livello sia HFI, non più alto della superficie CE (altrimente il recipiente correrebbe all' indietro per lo canale, ed entrerebbe nel vaso DAE) è manifesto, che ciò non ostante prevalendo la pressione dell' acqua del vaso a quella dell' acqua del detto recipiente, il canale dovrebbe correre verso il suo sbocco, nè la superficie di esso lascerebbe d' essere orizzontale (facendo astrazione dalla cascata d' acqua che dovrebbe seguir allo sbocco ove il livello HFI fosse più basso di BO); perciocchè essendo tutte le sezioni di esso sempre egualmente impedite dalla resistenza del recipiente (purchè questo per l' ingresso dell' acqua stessa del canale non si potesse rialzare di superficie) niuna diminuzione di velocità, e per conseguenza niuno accrescimento d' altezza può succeder nell' una, che non succeda egualmente nell' altra. Ne seguirebbe bensì che minor quantità d' acqua uscisse per la luce impedita, di quella che uscirebbe per la medesima luce libera; ma supponendosi, che per tutto ciò la superficie CE non possa rialzarsi, attesa la immensa sua proporzione all' ampiezza della luce AB, rimarrebbe sempre il canale nel medesimo stato, e con superficie permanente; la quale, ove il livello del recipiente non fosse più alto della sommità della luce B, dovrebbe vedersi movere verso lo sbocco, benchè con velocità minore di prima.

Se il discorso finora fatto ne' varj casi considerati sussiste in ogni sua parte (non affidandomi io di non prender qualche abbaglio in una materia sì difficile, e nella quale molti dottissimi uomini si sono arrestati) si ponno spiegare le diversità che si trovano in simili canali colle osservazioni, vedendosi in fatti la loro superficie talvolta inclinata, talvolta orizzontale, ma corrente, con notabile velocità, e tal altra quasi immobile, giacchè immobile affatto non può essere in pratica, nè pure nelle ipotesi del nostro Autore, attesa l' aderenza o viscosità che egli riconosce nelle parti dell' acqua.

È da avvertire, che tutto ciò che nella presente nota si è detto in ordine alle velocità (posto lo sbocco del canale libero) potrebbe ancor aver luogo quando esse

nell' ingresso de' canali, e nel corso di essi non fossero quelle medesime che corrisponderebbero a pari altezza nelle libere uscite dell' acqua da' fori delle sponde de' vasi (secondo il sospetto indicatone nell' annotazione XI del capo 4, ed altrove) purchè non fossero diverse fra loro in ciascuna delle sezioni, nelle quali l' altezza fosse eguale, e purchè in tutte serbassero la ragione dimezzata delle altezze.

ANNOTAZIONE IV.

(Dopo il Coroll. 2. Prop. 1. § *Quanto sia erroneo.*)

Dal che evidentemente apparisce che la caduta non tanto è cagione della velocità de' fiumi, quanto effetto della medesima, essendo comune osservazione, che i fiumi molto veloci si profondano l' alveo, e con ciò scemano le cadute, e i tardi di moto, se corrono torbidi s' interriscono i letti, e con ciò accrescono le declività de' loro fondi.

Per togliere ogni equivoco si vuol avvertire, non negarsi qui dall'Autore, che quella velocità che si trova aver il fiume in qualsivoglia sezione del suo alveo, non riconosca le più volte, come sua cagione o totale o parziale, la caduta, cioè la discesa del fiume dalla sua origine fino a quel punto dell' alveo (ciò che egli stesso ha insegnato nel capo precedente) ma solo pretendersi, che il mantener che fa il fiume in quel sito una tal pendenza o inclinazione d' alveo, senza accrescerla nè sminuirla, ove si tratti di fiumi atti a farsi eglino stessi, e rassettarsi il letto colle proprie forze o per escavazione o per interrimento, sia piuttosto effetto che cagione della detta velocità, la quale non sia nè soverchia per poterlo escavare, nè scarsa per doverlo interrire. E perchè l' alveo d' un fiume tanto meno ha di pendenza quanto è più cavo, e tanto ne ha di più quanto più è alto (dovendosi considerar qui lo sbocco come un punto fisso a cui l'alveo dee terminare, e che in fatti non è soggetto a mutazione in profondità che sia di molto momento, ove il recipiente sia inalterabile, come vedrassi nell' annotazione prima del capo 8), ne segue, che a maggior velocità, come atta a produrre o

maggior escavazione, o minore alzamento, risponderebbe minor pendenza, e al contrario maggior pendenza andrebbe congiunta con minore velocità. E in tal senso si verifica, che al profondarsi degli alvei scemino le cadute, cioè le pendenze, e all' interrirsi si accrescano le declività; i quali effetti come si producano dalla natura si spiega a lungo in questo capo.

E giova qui di passaggio osservare, che l'Autore spesse volte in quest'Opera si serve de' vocaboli di caduta e di declività come sinonimi (ed altri ancora così hanno fatto) comecchè, propriamente favellando, queste voci pajano istituite a significar cose alquanto diverse. *Caduta* d'un termine sopra un altro è la differenza delle loro altezze, o sia della loro distanza dal centro comune de' gravi, e dicesi ancora di due termini fra loro sconnessi. Così diremo, a cagion d' esempio, che la cima del tal monte ha tante braccia di caduta sopra la superficie del mare. Laddove *declività* (o vogliasi dire *declivo*, *pendenza*, *pendio*, *inclinazione*) non tanto si fa consistere nella differenza delle altezze di due punti, quanto nel rapporto di tal differenza alla distanza orizzontale di essi, i quali si vogliono intender connessi con qualche linea o piano inclinato (e tal rapporto è quello del sino dell' angolo dell' inclinazione al sino del suo compimento); a cagion d'esempio, quando si tratti di due punti di un medesimo fondo, o d'una medesima superficie d' un canale che si estenda dall' uno all' altro, anzi più propriamente dicesi dello stesso piano, che de' due termini di esso. E perciò se, a cagion d' esempio, il fondo d' un fiume si unisse col fondo di un altro, e quel primo in un punto distante un miglio di sopra all' unione si trovasse di livello col secondo preso in un punto distante due miglia sopra alla medesima, le cadute di que' due punti degli alvei sopra il termine comune della confluenza sarebbero eguali; ma le pendenze non si dovrebbero dire eguali, mentre il primo fiume tanto alzerebbe in un miglio, quanto l' altro in due miglia, cioè il doppio più del secondo in egual tratto, e le linee inclinate di quegli alvei (le quali si sogliono a' tempi nostri chiamare le *cadenti de' fondi*, dicendosi all' istessa maniera *cadente del pelo d' acqua*, *degli argini*, *delle campagne* ec.) avrebbero pendenza l' una doppia dell' altra.

Si è detto poc' anzi, che a maggior velocità del fiume risponderebbe minor pendenza; la qual cosa, acciocchè non paja contraria a quello che si disse nel capo precedente (cioè, che ove la pendenza è minore si rallenta il moto, e scema la velocità) basta considerare che altra è la velocità con cui il fiume si forma l'alveo, e induce in esso una qualche pendenza, altra quella che poscia egli serba dopo di aver compito cotesto effetto. Il fiume escavando perde di velocità, appunto perchè comincia a scorrere sopra quella pendenza più dolce che egli si è fatta; e quando tanto ne ha perduto da pareggiar la sua forza, che intanto scema, colla resistenza delle parti dell' alveo che intanto cresce, cessa l' escavazione, e il fiume resta con quella velocità e con quella pendenza che insieme si equilibrano. Al contrario interrendo aumenta la velocità, perchè scorre sopra quella pendenza più ripida che si è acquistata; e quando tale acquisto ne ha fatto da uguagliare la sua forza di portar via le torbide, la qual forza frattanto si aumenta, colla resistenza di queste all' essere spinte avanti, la qual resistenza frattanto si sminuisce; ha termine l' interrimento, e il fiume serba quella velocità e quella inclinazione in cui la forza e la resistenza si sono eguagliate. Ma sopra ciò, per ben intendere come si ottenga tale equilibrio, basta leggere attentamente le parole dell'Autore in questo § e ne' seguenti fino alla seconda proposizione.

Solamente, affinchè non resti alcuno scrupolo in questa sì difficil materia, si vuol notare in oltre non esser impossibile, anzi necessario, che il fiume nell' escavarsi il letto perda di velocità, e ne acquisti nell' interrarlo, benchè nel primo caso abbia dovuto fare maggior discesa, e nel secondo abbia dovuto tornare ad alzarsi. Imperocchè già nel capo antecedente si è veduto che i fiumi, a cagione delle grandi resistenze che incontrano, presto si riducono in istato di non accelerarsi punto nella discesa, onde in tale stato, per più o meno che siano scesi, niente guadagnano o perdono di velocità. Bensì perdono molto allo sminuire della pendenza, e molto riacquistano al crescer di essa, perocchè la minor pendenza non soffre che mantengano nè pure quella velocità equabile che avevano acquistata nella maggiore;

e all' incontro la maggiore può rimetterli in parte in un grado di velocità che la minore non comporterebbe, come si è avvertito nel capo precedente, e nelle sue annotazioni.

Se per qualche accidental cagione si dasse caso d' interrimento del fiume nello sbocco, o nelle parti inferiori, e non nelle superiori, allora non sarebbe vero che l' interrimento accrescesse la pendenza rispetto al tratto superiore, anzi la sminuirebbe; e al contrario quando nell' inferiore, e non nel superiore, seguisse escavazione, la pendenza al di sopra sarebbe accresciuta, e non già scemata. Ma questi non sono di quegli effetti che si considerano in questo capo, nel quale si dee sempre supporre come fisso il termine inferiore.

ANNOTAZIONE V.

(Dopo il Coroll. 2. Propos. 1. § *Perche ciò resti*)

Tanto i fondi, quanto le larghezze degli alvei vengono ad esser determinate dalla natura.

Cioè la natura per ciascun fiume, anzi per ciascun tratto di fiume esige una tal larghezza e una tal pendenza (diversa tuttavia in diversi fiumi, e in diversi tratti del medesimo fiume, e dipendente dalle condizioni degli alvei, delle acque, e delle materie che portano) la quale finchè non si ottenga colle escavazioni o cogli interrimenti, nè la pendenza nè la larghezza sarà permanente, ma si andrà o scemando o aumentando mai sempre.

ANNOTAZIONE VI.

(Al medesimo § *Perchè ciò resti*)

L' esperienza dimostra che in un fiume stabilito di fondo . . . . e parimente stabilito di larghezza . . . . se nel di lui alveo si faranno coll' arte nuove escavazioni, ben presto, essendo l' acqua torbida, le riempirà; formandosi nuovi dossi, ben presto gli escaverà ec.

Chiama egli fiumi *stabiliti di fondo* quelli che hanno

acquistata quella tale declività che naturalmente esige la loro condizione, e *stabiliti in larghezza* quelli che parimente tanta se ne sono presa quanta la natura per essi ne addomanda. Nel che è da avvertire, non poter giammai un fiume arrivare a perfettamente stabilirsi nell' una di coteste due misure senza che si stabilisca eziandio nell' altra, come facilmente si intende sol che si rifletta, che da amendue congiuntamente dipendono (almeno in gran parte) tanto quell' ultimo grado di velocità, quanto quel limite di resistenza, nell' equilibrio de' quali consiste lo stabilimento del fiume.

Potrebbe alcuno dubitare se si diano in natura fiumi perfettamente stabiliti, a riguardo del perpetuo rialzamento che dee succedere de' loro sbocchi nel mare, posto che il mare (come non senza fondamento da qualcheduno è stato creduto) si vada egli sensibilmente alzando di superficie. Tuttavia siccome una tale elevazione, se pur sussiste, prima di manifestarsi al senso non richiede meno che il corso di qualche secolo, non si può fare errore sensibile riguardando per qualche tempo come stabiliti di fondo que' fiumi ne' quali non concorra altra cagione di cangiamento, che l' alterarsi della superficie nel mare.

Come poi in pratica possa aversi indicio se un fiume sia stabilito di fondo, veggasi nell' annotazione 3. del capo 14.

ANNOTAZIONE VII.

(Al § *Ciò premesso*)

La violenza del corso dell' acqua non sempre è effetto della declività dell' alveo, come finora è stato creduto, ma la declività dell' alveo è bensì sempre effetto della violenza del corso dell' acqua.

Cioè a dire, l' aver l' alveo quella tale declività più che un' altra, è effetto della violenza che ebbe il corso dell' acqua per renderlo sì poco declive a forza di escavarlo; dopo di che scemata la velocità, ed accresciuta la resitenza del terreno ad esser roso (effetti amendue della pendenza diminuita) si è fatto l' equilibrio delle forze, e il fondo si è stabilito. Vedi sopra l' annotazione 4. di questo capo.

ANNOTAZIONE VIII.

(Al Corollario 5. della Prop. prima.)

Que' fiumi che conservano mai sempre il medesimo corpo d' acqua, devono aver il fondo in una linea sensibilmente retta, se si parli di piccole distanze, ma . . . in grandi distanze in una spirale, le cui tangenti facciano sempre angoli eguali colle perpendicolari tirate dal centro della terra.

Affinchè si verifichi il presente corollario, come pure il 9. di questa proposizione, parmi che convenga aggiugnere una condizione, cioè quella della larghezza uniforme delle sezioni per tutto quel tratto per cui si mantiene il medesimo corpo d' acqua, essendo ciò necessario per avere quell' uniforme velocità da cui dipende il mantenersi la rettitudine della cadente del fondo.

La linea spirale, di cui egli parla, e che fa angoli eguali con tutte le perpendicolari, cioè con tutte le rette tirate dal centro della terra, necessariamente nasce dall' uniformità della pendenza, mentre nelle grandi distanze, ove una linea veramente orizzontale sensibilmente è curva, cioè è un arco di circolo, conviene che una linea egualmente inclinata all' orizzonte diventi la spirale predetta.

ANNOTAZIONE IX.

(Al Corollario primo della Prop. 5.)

In que' siti ne' quali il fondo è arenoso, le cadute sono maggiori, che in quelli ne' quali il fondo è composto di puro limo o belletta senza tenacità.

La condizione qui aggiunta *senza tenacità* era necessaria affinchè il caso del limo fosse compreso ne' supposti di questa quinta proposizione, nella quale si figurano le parti del fondo staccate, e non in quelli dell' antecedente, ove si supponevano avere aderenza fra loro, e col fondo del fiume. Per altro se il limo fosse così tenace che potesse riputarsi della natura della creta, o del

tivarro, allora potrebbe resistere a maggior declività di quella che soffrirebbe un fondo di pura sabbia, secondo le cose dette al corollario primo della proposizione antecedente.

ANNOTAZIONE X.

(Al Corollario 2. della Proposizione 5.)

Allora il fondo sarà più pendente, quando la figura delle parti che lo compongono, sarà più difficile a moversi, ed a scorrere sopra le altre.

Nella prima edizione del libro era qui occorso un abbaglio, leggendosi *più facile*, quando dee stare *più difficile*, come abbiamo emendato, e come egli medesimo avvertì nell' *Errata* della detta edizione.

ANNOTAZIONE XI.

(Al Corollario 3. della Proposizione 5.)

Osservandosi regolarmente che detti sassi sono più grossi nelle parti più alte vicino alle fontane . . . ne segue che la linea del fondo . . . . debba disporsi in una curva concava ec.

Ancorchè in questa proposizione 5. l'Autore avesse solamente preso a trattare di quella diversità che nelle pendenze de' fiumi può nascere dal diverso peso specifico delle parti che compongono i fondi, sopra quali scorrono; nulladimeno nel presente corollario egli passa a considerare piuttosto il peso assoluto, che lo specifico; il che non osta tuttavia alla verità di ciò che poi si conchiude; attesochè consistendo la difficultà di fare sdrucciolare un corpo grave, v. g. un sasso sopra un piano declive, nel dover egli sormontar que' risalti che rendono il fondo aspro ed ineguale, è manifesto, che posta una medesima asprezza e una medesima figura sferica, quella forza d' acqua che basta a fare che un sasso di mole determinata scorra sopra quel fondo, potrà non esser bastevole a farvi scorrere un sasso di maggior mole e dell' istessa materia, e per conseguente di maggior peso assoluto; e a volere che basti, si

richiederà nel piano una declività maggiore, onde il sasso meno abbia ad alzarsi rispetto all' orizzonte per vincere le scabrosità. E sebbene ne' fiumi al sasso di maggior mole è anco applicata maggior forza, a riguardo di esser egli investito e spinto da maggior quantità d' acqua, si dee tuttavolta considerare che l' aumento della forza che ha l' acqua sopra i sassi (posta la velocità eguale in tutte le parti dell' acqua che radono il fondo) non va che in proporzione della superficie de' sassi, cioè de' quadrati de' loro diametri, laddove l' aumento del peso che si tratta d' alzare è in ragione delle solidità, cioè de' cubi de' loro diametri; e perciò sempre è vero che a' sassi più grossi si richiede in un medesimo fiume maggior declivo per supplire al difetto della forza dell' acqua, onde segue che la linea curva del fondo del fiume debba esser concava dalla parte di sopra, come si conchiude in questo corollario.

In ordine poi alla natura della curva, in cui si debbono disporre gli alvei de' fiumi formati per escavazione, de' quali si tratta, risulta dalle cose dette dover ella esser tale, che in ogni suo punto equilibri colla propria resistenza alla corrosione la forza dell' acqua che, scorrendo per l' alveo, tenta di corroderlo, mentre allora solo cesserà questa di escavare quando le declività di mano in mano saranno disposte in maniera di pareggiare colla resistenza, che è variabile dipendentemente dalle stesse declività, la detta forza, variabile anch' essa dipendentemente, e da esse, e dalla discesa fatta, e dalle larghezze che di mano in mano prenderà l' alveo; e perciò la ricerca geometrica di tal curvità parmi molto astrusa, e che per venirne a capo sia indispensabile stabilir prima delle ipotesi almeno verisimili in ordine alla dipendenza o rapporto tanto delle resistenze, quanto delle velocità colle declività del piano; le quali leggi lascio a' più profondi geometri il ricercare. Avvertirò solamente, che quando in generale si trovasse la natura di tal curva, per determinarne poi i punti in ciascun caso particolare, data che fosse l' origine e lo sbocco del fiume colla positura del piano di mezzo, farebbe d' uopo ridurre a misura la tenacità speciale di quel terreno per cui l' alveo dovesse passare, caso che si

dovessero staccare le parti della terra per formarlo; o pure il peso, la mole e la figura de' sassi, caso che si dovesse esercitar la forza dell' acqua solamente sopra parti staccate, spingendole avanti; i quali dati parmi che sarebbero troppo difficili ad accertarsi.

ANNOTAZIONE XII.

(Dopo il Coroll. 5. della Prop. 5. § *Tutto l' esposto*)

Gli scoli delle campagne soliti a portar per lo più acque chiare si conservano lungo tempo senza interrirsi; ma entrandovi acque torbide, abbenchè in molta quantità, come succede nelle rotte de' fiumi, in poco tempo si riempiono di terra.

La ragione di tal interrimento si adduce dall' Autore nel capo XI al § *Ritornando*, e consiste nella troppo scarsa declività che loro suol darsi nell' escavarne il letto, come ivi si può vedere.

ANNOTAZIONE XIII.

(Al § *Sminuendosi dunque*)

Ne' fiumi che scorrono in ghiara succedono continue escavazioni . . . . replezioni.

Per escavazione s' intende qui non già il distaccamento delle parti salde del fondo, su cui posano le ghiaje, ma il trasporto delle medesime ghiaje al tratto inferiore (che forse più propriamente direbbesi espurgazione o disgombramento) siccome per replezione s' intende il succeder che fanno altre ghiaje nel luogo lasciato da quelle; e questi due effetti sono quelli che fra loro si attemperano per tal modo, che il letto venga a stabilirsi in quella pendenza che gli è necessaria. Ove poi per cagioni accidentali tal pendio venisse a sconcertarsi, se egli fosse scemato, si poserebbero stabilmente sul letto altri sassi fino a restituirgli la primiera inclinazione, servendo essi di letto a quelli che vi scenderebbero per l' avvenire; e se si fosse aumentato, allora si distaccherebbono dal fondo quelli, de' quali saldamente era lastricato fino al detto segno, e non più

oltre. Tali escavazioni e replezioni, che si chiamano continue, non debbono però esserlo se non per quel tempo in cui l'acqua ha forza bastevole a spignere le dette materie che posano sopra il fondo.

ANNOTAZIONE XIV.

(Al § *E qui cade in acconcio*)

Un caso possibile a succeder ne' fiumi che corrono in ghiaja.

È da avvertire che l'Autore poco dopo, cioè nel corollario 6. della prop. 6, vuole che sotto questo caso si comprendano eziandio tutti que' fiumi che hanno il fondo composto di parti staccate fra loro, cioè *sassi*, *ghiaja* ed *arena*; e in fatti la dimostrazione che ne adduce si può applicare non meno alle sabbie grosse, che ad altre più grevi materie che si depongan sul letto senza attaccarvisi.

ANNOTAZIONE XV.

(Alla dimostrazione della Prop. 6.)

Sia il fondo AB quello che a riguardo della forza dell' acqua e della condizione della materia ec. *si chiama stabilito.*

Cioè a dire, sia quello che la natura esige per quel tal fiume, e che attese le dette circostanze si stabilirebbe se ella avesse tempo bastante a stabilirlo, prima che nel fiume fosse portata nuova materia agli interrimenti.

ANNOTAZIONE XVI.

(Al Coroll. 4. della Prop. 6.)

Quanto maggiore di corpo sarà l' acqua ordinaria del fiume, sarà ancora tanto meno declive l' alveo.

Da ciò si deduce, non essere per sentimento dell'Autore limitato il tempo in cui la forza dell' acqua è capace di spignere le materie sciolte e staccate, che stanno

sul letto, al solo stato delle massime escrescenze del fiume, ma potersi tal effetto aspettare in qualche grado anco nello stato ordinario dell' acqua; e con ragione, potendo in tale stato rimanere ad essa tanto di forza che equivaglia a quella delle piene di un altro fiume, poste eguali tutte le circostanze che debbono concorrere al detto effetto. E quindi anco si può inferire, che in tale supposizione un fiume perenne sarà sempre meno declive d' un temporaneo, ancorchè questo fosse eguale a quello di forza a' tempi delle massime piene dell' uno e dell' altro, atteso che nel perenne più lungo tempo durerà l' azione dell' acqua in tal grado che basti a scemar la pendenza con isgombrare le materie deposte.

ANNOTAZIONE XVII.

(Dopo il Coroll. 6. Prop. 6. § *Per la stessa*)

Un fiume . . . portando acqua torbida se non avrà esso tanta altezza di corpo d' acqua da tenere la terra sempre incorporata, necessariamente dovranno seguire delle deposizioni.

L' altezza di corpo che qui richiede l'Autore, affinchè non seguano deposizioni, è necessaria o in quanto con essa suol andar congiunta maggior velocità (che è quello che principalmente qui si considera) o in quanto la maggior copia dell' acque, che non suol esser disgiunta dalla maggior altezza, può sostenere maggior quantità di terra, che è quello di che egli passa a ragionare poco dopo nel § *Non è la sola.*

ANNOTAZIONE XVIII.

(Al medesimo § *Per la stessa*)

E perciò nelle piene minori si mutano le cadute accrescendosi, e nelle maggiori sminuendosi.

Ciò che qui si dice del mutarsi le cadute, o sia le pendenze nelle varie piene d' un medesimo fiume, non è diverso da quello che si è conchiuso nelle proposizioni precedenti, e ne' loro corollarj, in proposito delle materie sciolte che scorrono sul fondo de' fiumi senza

incorporarsi coll' acqua, se non in ciò, che allora si esaminava come si formino le pendenze a' fiumi mediante l' escavazione o piuttosto l' espurgazione delle dette materie, e qui si considera come i fiumi acquistino le pendenze per la deposizione di que' corpi più tenui che scorrono mescolati coll' acqua. Poichè dunque le arene de' fiumi, se sono delle più grevi, si riducono alla prima delle dette due specie di corpi, e se delle meno grevi alla seconda; e poichè si è veduto che nell' uno e nell' altro caso le piene maggiori d'un medesimo fiume hanno forza di accomodare il letto a minor pendenza di quello che facciano le minori, ne segue che generalmente ne' fiumi che portano sabbia, se si misurerà la loro pendenza in tempi diversi, potrà questa trovarsi alquanto diversa, secondo il diverso grado delle ultime piene che per essi saranno corse, purchè tutte le altre circostanze siano pari; ma tuttavia tal diversità sarà ristretta dentro certi limiti corrispondenti alla massima e alla minima forza che possano aver avuta le dette piene nel produrre tali effetti; e però in questo e non in altro senso si può intendere che un fiume arenoso arrivi a stabilire la declività del suo letto.

ANNOTAZIONE XIX.

(Al § *Quale sia il grado*)

Il Po, il quale nelle sue massime piene ha 35 *piedi di altezza viva* ec.

Che il Po abbia nelle massime piene 35 piedi d' altezza, lo aveva eziandio detto l'Autore più sopra nel § *Similmente* di questo capo 5, e forse lo dedusse dalle misure prese in quel fiume al ponte di Lagoscuro nella visita delle acque de' due Cardinali d'Adda e Barberini dell' anno 1693, nella quale occasione (essendo il Po in grande altezza) si trovò il suo massimo fondo più basso appunto 35 piedi Bolognesi in circa de' segni delle sue piene maggiori. Ma che tale altezza fosse viva, vi ha luogo a dubitarne, attesochè nè in quell' occasione fu ritrovata una tanta profondità in alcun altro de' diversi scandagli fatti in quelle vicinanze, dove la larghezza è assai uniforme, nè dopoi in altre osservazioni replicate in que' contorni gli anni 1716, 1720,

1721, 1729, è mai stato trovato fondo così basso, con tutto che fra segni delle massime piene succedute nel tempo di mezzo non si sia riconosciuto divario di alcun momento. È ben vero che in queste più fresche osservazioni si è ivi ritrovato qualche aumento di larghezza sopra quella che allora fu misurata di piedi 700, e che l'Autore ha riferita nel detto § *Similmente*.

ANNOTAZIONE XX.

(Al medesimo § *Quale sia il grado.*)

Reno e Panaro, i quali non hanno che 9 o 10 piedi d' altezza, depongono l' arena sino però a formarsi il pendio rispetto a Reno di 13 in 14 once di caduta per miglio, ma non lasciano già la terra, nè meno l' arena sopra la detta pendenza.

Che che sia della vera altezza delle piene del Reno, qui ed altrove mentovate dall'Autore, e di quelle eziandio del Panaro (intorno a' quali fiumi, dopo il tempo in cui egli scrisse, si sono fatte nuove e più accertate osservazioni) la pendenza che egli dà al primo di 13 in 14 once per miglio è scarsa, anzi che no, anche attese quelle sole livellazioni che egli poteva aver vedute; e in fatti i detti due Cardinali, nella relazione o voto che diedero intorno al recapito di quel fiume, la stabilirono col fondamento delle dette livellazioni di once 14 e due terzi, o di 14 e tre quarti, e da altre osservazioni, che poi sono state fatte nelle susseguenti visite, è risultata forse anco alquanto maggiore. Tali divarj si ponno attribuire in parte alle fallacie delle misure, ma fors' anco in parte si debbono riconoscere da diversi stati di pendenza, che il fiume può aver avuto in diversi tempi, secondo i varj gradi di quelle ultime piene che precedettero le osservazioni che ne furono fatte.

ANNOTAZIONE XXI.

(Alla proposizione 7.)

Se ad un fiume sarà somministrata, v. g. da torrenti influenti, tanta quantità di terra o d' arena che non possa tutta incorporarsi coll' acqua di esso ec.

Con tutta ragione ha detto l' Autore che di rado

verrà il caso che si verifichino i supposti di questa proposizione, perciocchè l'acqua del fiume potrà ordinariamente sostenere quantità assai maggiore di terra o d'arena sottile di quella che possa esserle somministrata da' suoi influenti. E nel vero se un influente con quel grado di velocità e di agitazione di cui egli è dotato, si suppone poter pur sostenere e portare quella quantità di terra che egli porta, e con essa entrare nel fiume recipiente, appena si può dubitare che la medesima quantità di terra non possa esser sostenuta dal recipiente, che per l'ordinario suol esser fiume, e più copioso d'acqua, e dotato di eguale o di maggior grado di velocità per la sua maggiore altezza viva, la quale velocità dovrà poi anco aumentarsi col ricevere che egli farà le acque dell'influente. Non pare dunque possibile questo caso, se non ove il recipiente fosse assai tardo di moto, e particolarmente ove fosse impedito dal rigurgito del mare; ma allora è difficile che abbiano luogo gli altri supposti di questa proposizione, cioè a dire, che l'impedimento duri sì lungo tempo, che la materia deposta non sia stata frattanto portata via dal fiume prima che sopraggiunga altra piena del torrente, come l'Autore ha avvertito nel § *Io non stimo*, che segue appresso.

ANNOTAZIONE XXII.

(Dopo la Prop. 7. al § *Questa prop.*)

In alcuni luoghi si fanno per cause accidentali delle alluvioni nelle piene che per altro non succederebbero fuori di esse, come a suo tempo si spiegherà.

Vedine gli esempj e le spiegazioni nel capo 10. § *Abbiamo di sopra*, e § *Lo stesso accade*.

ANNOTAZIONE XXIII.

(Al § *Dalle cose*)

Dalle cose sinora dette, concernenti le deposizioni delle materie portate dall'acqua, si potrebbero dedurre alcune proposizioni ec.

In proposito de' letti de' fiumi stabiliti per deposizione

di materia potrebbe nascere una difficultà; ed è, che essendo questo caso comune più che altrove nella pianura, dove i fiumi trovando luoghi bassi e paludosi, gli hanno uguagliati colle alluvioni, e fra questi si sono formato un letto con quella tenue pendenza che secondo la dottrina dell'Autore poteva per l' appunto bastare a dar luogo alla velocità necessaria a non deporre più oltre la terra o l' arena; ed essendosi detto, che appunto ove la pendenza è così scarsa, la cagione di cui le acque riconoscono la loro velocità, non è la discesa che succeda a cagione della detta pendenza, ma quasi unicamente l' altezza corrente dell' acqua; pare che tali dottrine ripugnino una coll' altra. Ma tale apparente contraddizione si toglie considerando che quel poco di velocità originata dalla discesa che in tali casi in virtù della pendenza si mantiene tuttavia nel fiume, quando si paragoni colla velocità totale (o, se si vuole, colla media) di esso, può essere sì poca cosa che non meriti di esser messa in conto, e però sta bene che la detta velocità media si riconosca sensibilmente tutta dall' altezza; ma ciò non ostante può quell' atomo di velocità di più essere quello per l' appunto che bisognava al fiume per sostenere la materia terrea ed arenosa che egli porta, e però a conservare tal grado di velocità, e ad impedire gli interrimenti, gli era necessaria quella tal misura di pendenza. Aggiungasi, che l' istessa altezza corrente, per le cose dette nella annotazione 15. del capo 4., e per quelle che si diranno nel cap. 7, non produce velocità eguale ove gli impedimenti non sieno eguali, e però meno ne produce ove è minore la pendenza, la cui scarsezza è uno de' più considerabili impedimenti. E però non ostante che la velocità si attribuisca, più che ad altro, all' altezza, la pendenza sempre vi ha parte nel fare che questa la produca, o piuttosto la mantenga in maggiore o minor grado, secondo che maggiore o minore si trova essere la stessa pendenza.

CAPITOLO VI.

Della rettitudine e tortuosità degli alvei de' fiumi.

Dopo d'avere indagate, nel Capitolo precedente, le cause radicali delle due principali proprietà de' fiumi, cioè della profondità, o più tosto della declività e larghezza degli alvei; pare che il buon ordine porti a considerare, quali siano le vere cagioni della loro diversa situazione nella superficie terrestre; riscontrandosi in questo particolare molte circostanze degne d'una particolare avvertenza. Si vede tutto il giorno, da chi considera il corso de' fiumi, che altri di questi si stendono in una linea retta, dal suo principio sino al fine; ed altri ora s'incurvano, formando angoli assai grandi, ora s'increspano nelle curvità delle corrosioni, ora si raggirano in mille meandri: nel che si deve riconoscere o un fine particolare della natura, o pure una necessità inevitabile che obblighi i fiumi a prendere strade diverse l'uno dall'altro.

S'io considero la natura nella sua simplicità, difficilmente posso darmi a credere ch'ella affetti altra strada che di linee rette; poichè corre un assioma comune fra' fisici, che *la natura opera sempre per i mezzi e strade più compendiose.* Quindi è, ch'essendo l'intento

della natura di portare per gli alvei de' fiumi le acque di essi al suo termine, cioè al mare o a' fiumi maggiori, è difficile d'immaginarsi il fine per lo quale sceglie ella vie obblique e tortuose per lo corso de' fiumi, duplicando molte volte e triplicando la lunghezza della strada, che per una sola linea retta s'avrebbe brevissima. È dunque necessario il dire, che *l' obbliquità del corso de' fiumi sia una necessità indotta dalle circostanze e dall' azioni delle cause parziali che concorrono alla generazione*, per così dire, *degli alvei;* e che essendo sommamente difficile il fare che un moto prodotto e diretto da più cagioni seguiti la rettitudine di una linea, necessariamente perciò succeda che i fiumi prendano strade obblique e tortuose, secondo la diversità o delle resistenze, o delle cause che o s' uniscono o succedono l' una all' altra nell' operare.

La necessità che hanno avuta gli uomini d' impedire la voracità de' fiumi che ingojano, colla corrosione delle ripe, molte volte le sostanze d' una famiglia; e col mutar corso, ed abbandonando i ponti sotto i quali avevano l' esito, non rare volte intersecano le strade, ed interrompono la libertà del commercio; oltre mille altri mali dipendenti dall' instabilità de' fiumi medesimi; è stata quella che ha acuiti gl' ingegni degli architetti di acque a cercarne i rimedj, e ad indagarne le cause; onde è, che niuna altra parte dell' architettura dell' acque è stata trattata più di questa, parendo forse che essa non si estendesse oltre questa materia. Bisogna però confessare che

non si è sin ora fatto molto profitto; o siasi che troppo moltiplicate siano le cause che cagionano le corrosioni e le mutazioni di corso; o che sia troppo difficile il misurare l' energia delle medesime, e il proporzionar loro la resistenza de' ripari; o che sia facile lo sbaglio nella investigazione della vera causa produttrice dell' effetto che si vorrebbe rimuovere. E perciò, il più delle volte, vanamente si travaglia, ed inutilmente si spende il tempo e il denaro, in volere resistere al corso incamminato d' un fiume; anzi molte volte il rimedio è peggiore del male, non essendo rari que' casi ne' quali un riparo portato via dal fiume ha tirata seco in un giorno la ruina della ripa a cui egli era connesso, e la quale, per altro, avrebbe resistito più lungo tempo.

Io non pretendo con ciò di condannare l' uso di difendere le sponde de' fiumi, e molto meno di dar regole di farlo sicuramente. So quanto egli sia difficile, e quanti riguardi e cautele si richiedano, a chi ne intraprende la pratica; nè mi è ignoto che molto insegna l' esperienza, e l' esperienza del fiume in cui si travaglia, la cognizione del quale, rispetto alle proprietà individuali, è affatto necessaria. Non deve però l' esperienza andare scompagnata dal lume che somministrano le cognizioni teoriche; altrimente rimarrà ella affatto allo scuro, qualunque volta manchino le circostanze alle quali resta ella appoggiata. Pretendo bene di porgere qualche lume alla pratica, per altro cieca, degli architetti delle acque, acciocchè dalla cognizione delle cause possano

condursi più facilmente a quella degli effetti, e proporzionare a quelle ed a questi le loro invenzioni; e ciò senza uscire dal mio instituto, qual è di rendere palese la natura de' fiumi, addurre le cagioni degli effetti che in essi si riscontrano, e di mettere in chiaro le regole osservate dalla natura medesima nella condotta de' fiumi.

So che il Barattieri ed il Michelini hanno trattata ampiamente questa materia; e molti sono stati quelli che hanno proposti de' modi di riparare le ripe, acciocchè in esse non succedano corrosioni; onde io prendendo da' primi ciò che ho creduto conforme alla verità, ho aggiunto quello di più che mi è venuto in mente sopra questa materia, e che mi è paruto non lontano dal vero. Mi è ben convenuto di separare le cause, l'una dall'altra, considerando ciò che dall'una, presa sola, può derivare, senza unire l'efficienza di più di esse insieme congiunte; poichè (oltre che, avendo destinato di fare altrimenti, mi sarebbe stato necessario d'intraprendere un trattato intiero) ho creduto che chi avrà ben inteso il modo di operare d'ogn'una delle cause addotte, potrà facilmente dedurre ciò che possano due o più di esse congiunte. Nè ho mancato di dare di passaggio qualche avvertimento a' pratici, che potrà loro giovare nella construzione, sì de' ripari che degli argini, i quali si fanno alle sponde de' fiumi tortuosi. Seguitando perciò l'intrapreso metodo, ho distesa tutta la materia in alcune Proposizioni, dalle quali ho dedotti gli opportuni Corollarj, ne'

quali ho, cred'io, spiegato tutto ciò che può appartenere al soggetto di questo capitolo.

Proposizione Prima.

Se un grave sarà posato sopra d'un piano inclinato, lasciato che sia in libertà, discenderà per quella linea che dal centro del mobile caderà perpendicolare alla comune sezione del piano inclinato col piano orizzontale.

Sia il piano orizzontale (Tav. III. fig. 22.) IGCH, e l'inclinato EFCD, e la comune sezione di essi sia la linea DC: dico, che se il grave A sarà posato sopra il piano inclinato EFCD, lasciandolo cadere, prenderà esso nel discendere la linea AB, perpendicolare alla DC. Posciachè egli è certo che i gravi tutti prendono nel loro discendere quella strada per la quale più presto ponno avvicinarsi al centro; o, ch' è lo stesso, per la quale più presto arrivano a toccare il piano orizzontale; ma la linea AB, come perpendicolare alla DC tirata sul piano orizzontale, è più breve della linea AD, e generalmente di tutte quelle che dal punto A ponno tirarsi alla DC; adunque il grave A descriverà nel suo discendere la linea AB. Il che ec.

Corollario Primo.

E perchè *l'acqua* anch' essa è un corpo grave; perciò *trovandosi* dell' acqua *in A*, *senz' altra direzione che quella che le può dare la propria gravità, discenderà anch' essa per la linea AB.*

Corollario II.

Similmente perchè la linea AB è quella che fa l' angolo maggiore col piano orizzontale, (come facilmente si può provare, lasciando cadere dal punto A una perpendicolare al piano orizzontale, v. g. AK, e dal punto A tirando le linee KB, KD, dalla quale construzione farassi l' angolo ABK maggiore di ADK, per essere le due AB, KB minori ad una ad una delle due AD, DK, e la linea AK comune) ed essendo perciò la linea AB quella che ha più di caduta in eguale lunghezza; ne segue, che *dovendo l' acqua discendere per la sola virtù della propria gravità, sceglierà quella linea per la quale troverà maggiore caduta*, o la quale (che è lo stesso) sarà più inclinata all' orizzontale.

Corollario III.

Non essendo però l' acqua un solo corpo, ma l' aggregato di più corpicciuoli insieme, n' avverrà, che *posta una quantità di acqua in A, non potrà ogni parte di essa discendere per la linea AB, ma diverse parti sceglieranno diverse linee*, tutte però, per questa ragione, *paralelle ad AB*.

Corollario IV.

Essendo però impossibile che *l' acqua* corra giù per lo piano EC, senza qualche altezza di

corpo, bisogna che tale altezza *in virtù della pressione spinga lateralmente qualche parte di acqua, quale venga obbligata a prendere una linea obbliqua*, v. g. AD. *Ma*, essendo maggiore la velocità per AB che per AD, maggiore anco sarà il corso e lo scarico dell'acqua per essa AB; e in conseguenza *non potrà allargarsi molto il corso di tutta l'acqua a destra ed a sinistra della linea AB.*

Corollario V.

Che *se il corso per AB sia fatto con tanta velocità che basti a disunire l'una dall'altra le parti del piano AB, farassi l'escavazione per la linea AB;* e perciò profondandosi l'acqua sotto la superficie del piano EC, *serviranno le sponde di questo scavo ad impedire l'allargamento dell'acqua;* e perciò discendendo essa per un piano tanto declive che possa coll'escavazione formarvi dentro *l'alveo*, *sarà* questo *disposto in una linea retta che abbia la caduta maggiore di quella che possano avere tutte l'altre linee tirate da quel punto sopra del piano medesimo.* Lo stesso succederà, se, non essendo il piano tanto declive che possa essere escavato, l'acqua sia torbida, e possano farsi delle alluvioni; perchè in tal caso *la materia terrea si deporrà lateralmente alla linea AB, ed alzandosi le sponde, succederanno gli effetti medesimi dell'alveo scavato.*

Queste dimostrazioni però suppongono che la materia, della quale è composto il piano, sia omogenea, almeno nella resistenza delle

parti all' essere staccate; altrimenti potranno succedere delle alterazioni, come si dirà più abbasso.

Proposizione Seconda.

Se un grave sarà gittato sopra un piano declive con qualche direzione obbliqua, descriverà esso sopra del medesimo piano una linea curva, sin tanto che la forza, che lo spinge per detta direzione, gli si tolga dalle resistenze di esso piano; indi discenderà per la linea retta, di cui si è parlato nella prima Proposizione.

Prima d' accingermi alla dimostrazione di questa Proposizione, devo avvertire in primo luogo, ch' io *non parlo di piani matematici, ma di piani fisici;* e conseguentemente ineguali, (come, parlando di acque, sarebbe un piano di terreno) ne' quali perciò si possono intendere delle resistenze che impediscano la velocità del mobile, e finalmente l' estinguano: ed in secondo luogo si dee pure intendere, che *la natura del moto attuale, o di traslazione, è di tal sorte, che non si può concepire senza intendere il mobile con qualche direzione*, cioè senza intendere che sia trasportato verso qualche parte, *e con qualche velocità*, mediante la quale sia valevole a scorrere un dato spazio in un dato tempo.

Per quello che s' aspetta alle *direzioni*, queste o *sono semplici, o sono composte: semplici direzioni si chiamano quelle che si esercitano per linee rette*, come sono supposte

comunemente quelle delle cadute de' gravi; e queste sono prodotte da una o da più forze operanti per la retta medesima. Questo si può intendere in due maniere, o perchè, veramente operando da se ognuna delle forze, spinga il mobile per detta linea; o perchè, operando le forze separate per linee diverse, quando poi si congiungono, uniscano la propria forza in una terza linea retta, nella quale si trovi eguale ubbidienza all' una ed all' altra delle direzioni delle potenze motrici: ciò però non ostante si chiamano semplici direzioni; perchè, quantunque le forze siano diverse, e diversamente operanti, nulladimeno ponno equivalere ad una terza forza eguale di energia a quella che si esercita nel mobile.

Direzioni composte si chiamano poi quelle che sono prodotte da diverse potenze operanti per diverse direzioni semplici, ma non con moti equabili; e perciò queste vanno a terminare i loro effetti in linee curve, come sono le circolari, le elittiche, le paraboliche ec. Ma perchè il moto prodotto dalle semplici potenze è di sua natura uniforme ed equabile, e per conseguenza non impedito, continuerebbesi eternamente, e colla direzione di prima; perciò *non si può intendere che una direzione si muti, se non incontri qualche impedimento, o non s' aggiunga, di tempo in tempo, nuova forza al mobile.*

Supposto, per esempio, (Tav. III. fig. 23.) che il mobile A sia trasportato di moto equabile per la linea AB, continuerà egli a muoversi per essa indefinitamente; ma se arrivato

in B troverà il resistente CD che lo impedisca di portarsi più avanti per detta linea, ma non gli lievi alcuna parte della forza intrinseca che l'obbliga a muoversi, cambierà esso direzione in BE, ma non muterà velocità, e saranno gli angoli CBA, EBD eguali. Questo adunque è il primo caso nel quale si muta la direzione di un mobile.

Ne' moti composti poi, se ambedue i moti componenti sieno equabili, come AB, FB, (Tav. III. fig. 24.) benchè diversamente veloci; e se l'uno e l'altro di essi spinga il mobile B, non prenderà esso la direzione BE, nè la BD, ma un'altra terza BC, che sarà il diametro di un paralellogramo, i cui lati BD, BE sieno le linee continuate de' moti componenti, ed abbiano la proporzione delle velocità FB, AB. Che se i moti non fossero equabili ambedue, ma o uno uniforme, e l'altro ritardato, o accelerato; o pure l'uno accelerato, l'altro ritardato; o tutti e due accelerati, o ritardati, ma difformemente; non potrà il mobile scorrere per una linea retta, ma dovrà descrivere col suo centro dell'impeto una curva, nella quale perchè ad ogni momento si muta direzione, perciò si dee questa intendere in ogni punto di essa curva di tal maniera, come se il mobile fosse nella linea tangente che passa per lo punto medesimo; qual tangente sarà la linea di direzione del mobile. E quindi nascono molti casi, ne' quali i mobili sono sforzati a mutare direzioni, o in una maniera, o in un'altra, secondo la proporzione che hanno fra loro le potenze moventi ec.

Quello che più importa, si è di esaminare da qual principio sieno derivate le prime direzioni del mobile. Io considero dunque, che *qualunque forza agente non solo imprime nel mobile quella quantità di moto o di impeto che lo porta da un luogo all' altro, ma in oltre lo determina a muoversi per una linea determinata.* Questa forza agente o è la prima causa del moto, e rispetto a questa non si può assegnare altra cagione della direzione del mobile che il di lei libero arbitrio, essendo stato in piena libertà del sommo Creatore il far muovere le materie da esso create per quelle linee che più gli sono piaciute: ovvero per forza agente s' intende una causa seconda, o occasionale della comunicazione de' moti, e da essa succedono le direzioni, secondo certe leggi particolari. Poichè egli è certo che non mai si muoverà un corpo, se ad esso non sarà comunicata una certa potenza da un altro corpo o attualmente mosso, o in conato al moto. Se il corpo movente sarà attualmente mosso, sarà altresì necessariamente con qualche direzione: e perciò la regola è, che se *la linea retta tirata dal punto della percossa, o della comunicazione de' moti, al centro dell' impeto, o di gravità del mobile, sarà in dirittura della direzione del movente; seguiterà il mobile la medesima direzione del movente; ma se queste due linee faranno angolo fra loro, la direzione del mobile seguiterà quella linea che connette il punto della percossa col centro di gravità del mobile,* e lascierà la direzione del movente.

Similmente ne' conati (poichè anche questi hanno sempre qualche determinazione) s' ella sarà una sola, è necessario che il mobile obbedisca alla medesima, nella maniera che si è detta di sopra; e perciò, secondo l'applicazione di esso alla forza energetica, talora prenderà la medesima direzione del conato, e talora un' altra, che sia obbliqua alla predetta; e generalmente *s' appiglierà a quella che è insegnata dalla linea tirata dal punto dell'applicazione al centro di gravità del mobile.* E finalmente, *se le direzioni del conato saranno diverse in una medesima parte*, come se saranno fatte in essa da altrettante direzioni determinate (che ponno equivalere in un certo modo ad un conato o indeterminato nelle direzioni, o più tosto determinato ad ogn' una di esse, come succede ne' corpi fluidi a causa della propria pressione, e de' corpi elastici per ragione della loro forza espansiva) *allora la determinazione delle direzioni del mobile si dee tutta al difetto delle resistenze;* e ciò (per non uscire dalla materia della quale trattiamo) manifestamente apparisce *ne' vasi pieni d' acqua*, ne' quali, da per tutto, ove s' aprono fori, *sboccano le acque con la direzione de' fori* medesimi, che sono quelli che danno la forma dell' applicazione del mobile al conato del movente.

Passando dalla direzione alla velocità del mobile, è d' avvertirsi, esser questa un effetto cagionato dalla forza comunicata o impressa dal movente, ed attemperata dalla copia della materia del mobile; poichè la medesima forza

movente farà muovere più velocemente un picciolo corpo che un grande, mancando nell' intensione quanto si perde nell' estensione. Può dunque essere che la velocità del mobile, o per difetto di forza o per troppa abbondanza di materia, sia così picciola, che in ogni tempo sensibile venga comunicata tutta la forza alle resistenze; e che perciò, perdendola il mobile, esiga il fomento di nuova potenza per continuare a muoversi, come si vede nelle carrozze, le quali d' ordinario se non sono tirate da' cavalli, si fermano; e questa maniera di muoversi si chiama *moto per impulso.* Ma essendo la velocità del mobile assai grande, e tale che non possa tutta ad un tratto essere assorbita, per così dire, dalle resistenze, si continuerà bensì il moto, ma non con la primiera velocità, la quale perciò sempre scemandosi, permetterà finalmente che il mobile, perduta che abbia affatto la forza, si riduca alla quiete, come succede nelle palle d' artiglieria, le quali, anche lontane dalla forza del fuoco impellente, continuano a portarsi avanti con grande velocità: e questa continuazione di moto, senza l' ajuto di nuova forza, si chiama *fatta da un impeto impresso*, o pure *moto di projezione.* Ciò supposto, è manifesto che i corpi che si muovono per impulso, mantengono, quanto a loro, la direzione dell' impellente, quale sempre è necessario, per così dire, che stia loro alle spalle per ispingerli avanti. Ma i corpi mossi per impeto seguitano, almeno sul principio, quella direzione che loro vien data dal movente; per altro poi nel progresso sono pronti a mutarla,

se o altre forze con altre direzioni, o le resistenze incontrate li obbligano a prenderne d' altra sorte.

Io mi sono esteso su questo particolare delle velocità, direzioni ec. de' mobili, più di quello era necessario per la dimostrazione della Proposizione di sopra enunciata: ma ciò non sarà stato affatto fuori di proposito; posciachè la materia di questo Capitolo addimanda, di quando in quando, molte delle notizie che in questa occasione abbiamo apportate.

Sia dunque il piano inclinato ABDC, (Tav. III. fig. 25.) sopra il quale scorra un grave E, portato dal proprio impeto per la direzione EF: e supponiamo che la lunghezza della strada EF sia quella che basta a trovare tante resistenze che possano distruggere l' impeto di esso: dico che il grave E, supposta la direzione obbliqua EF, descriverà una linea curva, v. g. EG, uguale alla retta EF, ed arrivato in G, vi scenderà rettamente per la GH, perpendicolare alla CD, che si suppone la comune sezione del piano inclinato AD con un piano orizzontale.

Posciachè, essendo E spinto per la linea EF dal proprio impeto (il quale abbenchè di sua natura sia atto a fare un moto equabile, nulladimeno, a cagione delle resistenze del piano, converrà sia ritardato); ed essendo che nell' istesso tempo che il mobile tende verso F, la propria gravità lo porta con moto accelerato verso la linea CD, per quello si è dimostrato nella Proposizione antecedente; perciò combinandosi un moto ritardato ed uno accelerato nel medesimo mobile E, converrà

ch' esso descriva una linea curva, per la quale vada sempre accostandosi al punto F, e nello stesso tempo ancora alla linea CD; e questa sarà, v. g., la curva EG, la cui natura dipende dal modo o proporzione del ritardamento secondo la direzione EF, e dell' acceleramento secondo la direzione GH. E perchè si è supposto che la lunghezza del viaggio EF sia quella che basti per fare incontrare al mobile tante resistenze che sieno sufficienti ad assorbire tutto l' impeto di esso; allora parimente sarà cessato l' impeto nel mobile G, quando egli avrà fatto per EG tanta strada che gli abbia somministrate tante resistenze, quante ne avrebbe avute per EF; cioè, quando EG sarà eguale ad EF: adunque arrivato il mobile in G, sarà distrutto in esso ogni impeto precedente, e per conseguenza ogni direzione verso F; restando perciò il grave privo d' ogni altra direzione, fuor di quella della propria gravità, discenderà per la linea GH. Il che ec.

Corollario Primo.

Quanto maggiore sarà l' impeto del mobile E, e quanto minori saranno le resistenze del piano, e parimente quanto minore sarà la di lui inclinazione all' orizzonte, tanto più lunga sarà la linea curva EG, ma minore sarà la curvità di essa; ed al contrario. Il Galileo, prescindendo da ogni sorte di resistenze, ha dimostrato che tale curva sarà una linea parabolica; ma in caso di resistenze considerabili grande ancora sarà la differenza da essa.

Corollario II.

(Ann. I.) *L' acqua anch' essa*, (che, non meno d' un grave solido, si può muovere per impeto impresso, ed accelera i suoi moti, discendendo verso il centro de' gravi) *se entrerà a scorrere sopra d' un piano con qualche direzione ed impeto*, come se dopo aver corso fra le montagne, sboccasse dalle foci di queste in una pianura, nella quale non trovasse alveo alcuno, *farà l' effetto medesimo, descrivendo una linea curva col suo moto.* Ben è vero che, per le ragioni dette di sopra al Corollario IV della Proposizione antecedente, si farà qualche spargimento d' acqua laterale, tanto dalla parte superiore che dall' inferiore; e questa volterassi per linee oblique di maggiore curvità, che finalmente termineranno in linee rette perpendicolari alla retta CD; ma l' acqua sparsa dalla parte superiore della linea EG converrà che, ricadendo verso di essa, seguiti il di lei corso, e, al più, faccia col suo peso in maniera che la curvità EG si renda maggiore.

Corollario III.

E quando la velocità, della quale è dotata l' acqua corrente per la linea EG, *sia bastante ad escavare il piano AD, tale escavazione si farà per detta curva EG;* e parimente, *quando l' acqua sia torbida, e la di lei forza non sia bastante per fare escavazioni, si formerà essa l' alveo d' alluvioni per la linea predetta, ed a misura che si anderanno alzando*

le ripe, s' impediranno dall' altezza di queste l' espansioni laterali dell' acqua. (Ann. II.) Ben è vero che, in questo caso, le ripe non si alzeranno egualmente, ma più si eleverà in egual tempo quella che risguarda la parte più alta del piano, e meno la contrapposta; la quale, giunta che sia ad una determinata altezza, può succedere che non s' alzi di vantaggio, per essere la di lei declività acquistata verso la parte CD giunta a tal segno, che non permetta deposizione alcuna di torbida.

Corollario IV.

Siccome, portandosi *l' acqua* da E verso G, va perdendo l' impeto, e conseguentemente la velocità; così *è necessario, che procedendo da E verso G, si vada sempre allargando, e minori succedano l' escavazioni;* ma per lo contrario, impedendo le sponde dell' alveo formato l' espansione dell' acqua, rendesi essa più vigorosa, sì per non avere più tante resistenze da superare come prima; sì perchè l' altezza del corpo di essa può sottentrare a dar fomento all' impeto perduto; e perciò, a misura che maggiore succederà l' incassamento del fiume dalla parte di E, ne seguirà sempre maggiormente la formazione dell' alveo nelle parti più lontane verso G.

Corollario V.

E perchè la forza dell' altezza dell' acqua, ch' è un conato esercitato per tutte le direzioni, viene ad essere determinata, dal difetto

delle resistenze, ad una direzione paralella all'andamento delle sponde; quindi è, che *l' escavazione dell' alveo non solo contribuirà a formare più presto il letto al fiume verso G, ma sarà cagione che, sboccando da G l' acqua con una certa direzione e con un impeto determinato*, non possa essa scorrere per la linea GH; ma la curvità si prolunghi più avanti, v. g. sino in L, accostandosi però sempre più al paralellismo di GH; (Ann. III.) dopo di che finalmente si ridurrà a formarsi l' alveo paralello a GH; e ciò s' intende sempre, supposta l' uniformità della resistenza nella materia del piano AD.

Corollario *VI.*

E perciò è manifesto che, nell' *uno e nell' altro caso delle due Proposizioni dimostrate, l' acqua, quanto è in se, ha propensione di scorrere per alvei retti, ed il più che sia possibile declivi.*

Proposizione Terza.

Se sarà una sezione di un fiume retto, per lo quale, cioè, siano le direzioni di tutte le parti dell' acqua corrente perpendicolari al piano della sezione medesima; se il fiume sarà stabilito di fondo e di sponde, non potranno queste essere corrose dall' acqua, quando sia eguale da per tutto la resistenza della materia che compone detta sezione.

Questa proposizione è manifesta; poichè essendo, per lo supposto, le direzioni dell' acque

perpendicolari al piano della sezione, e per conseguenza paralelle alle sponde, non potrà mai l'acqua andare a battere le sponde, nè rettamente nè obbliquamente; e perciò a causa dell'impeto non le altererà: ed essendo il fondo stabilito, non potrà esso nè deprimersi nè elevarsi, e per conseguenza non potrà ristringersi la sezione, nè le sponde potranno allontanarsi l'una dall'altra; e perciò per tal cagione non potranno restar corrose: similmente, supponendosi la resistenza delle ripe equilibrata con la forza delle piene massime, avranno esse potere di conservarsi contro la medesima, e contro ogn'altra minore. E finalmente, essendo la resistenza dell'alveo eguale per tutto, non vi è ragione alcuna per la quale l'acqua debba corrodere più una sponda che l'altra; non potranno esse dunque essere corrose dall'acqua. Il che ec.

Corollario.

Di qui nasce, che *i fiumi i quali hanno gli alvei in linee rette, non ponno farsi tortuosi che per cagioni accidentali*, delle quali parleremo più abbasso.

Proposizione Quarta.

Se la sezione di un fiume retto sia stabilita tanto in larghezza quanto in profondità, e la figura di essa sia quella di un paralellogramo rettangolo, sicchè le sponde della medesima siano perpendicolari all'orizzonte; non sarà

mai essa alterata dal corso dell' acqua, quando questa sia chiara; ma se la medesima sarà torbida, o porterà sasso, sarà altresì necessario che le sponde si corrodano, e che nella sezione si faccia il fondo inclinato, dalle sponde verso il mezzo di essa.

Suppongasi, per escavazione manufatta, formato un alveo retto, il cui fondo sia un piano così declive, che non possa essere alterato nè scavato dalla forza dell' acqua corrente per esso; e siano le di lui sponde perpendicolari all' orizzonte, e di tal materia che possano reggersi in detta situazione, non ostante la forza dell' acqua corrente per detto alveo, ma niente più; (Tav. III. fig. 26.) e sia detta sezione il rettangolo BDFC: dico in primo luogo, che se per essa correrà acqua chiara, non si altererà di sorte alcuna. Suppongasi che BC sia la superficie dell' acqua, il cui mezzo sia A, e similmente sia il fondo della sezione DF orizzontale, ed il di lei mezzo E, (che supponiamo stabilito nel senso del precedente Capitolo) e diasi che la materia, della quale è fatto l' alveo, sia uniforme ed uniformemente resistente. Introdotto dunque a correre un corpo d' acqua in questa sezione coll' altezza EA, non l' altererà di sorte alcuna; perchè non potendo profondarsi a cagione di supporsi stabilito il fondo DF, nè elevarsi per mancanza di materia, essendo l' acqua chiara; ne siegue che in tale stato durerà sempre. Similmente, perchè le sponde BD, CF si suppongono di tal materia da potersi sostenere sul taglio perpendicolare in proporzione della forza, che le

rade; ed essendo la larghezza DF stabilita; non potranno mutare situazione, nè essere corrose; adunque la sezione BDFC non potrà essere alterata di sorte alcuna.

Dico in secondo luogo, che se l' acqua corrente sarà torbida, sarà necessario che il fondo della sezione s' abbassi nel mezzo, s' elevi nelle parti laterali, e nelle parti superiori s' allarghi. Posciachè, supponendosi che la forza dell' acqua sia tale da mantenere il fondo E colla forza del filone, scostandosi questo da E verso F, perderà di forza per l' avvicinamento alla ripa CF, e conseguentemente non potrà mantenersi il fondo scavato alla profondità di E; e perchè in E la forza dell' acqua è precisamente tanta, quanto basta per impedire le deposizioni della materia terrea, non potrà essere sufficiente a farlo, per esempio, in H, e molto meno in F; adunque fra E ed F si deporrà della materia, e tanto più se ne deporrà quanto più impedita sarà la velocità dell' acqua; cioè, quanto più il sito sarà vicino alla sponda CF; ma ciò facendosi, è evidente che la sezione BDFC si renderà minore, e per conseguenza converrà che la superficie dell' acqua si elevi; e ciò seguendo, o accrescerassi la velocità dell' acqua in E, o almeno il peso, il quale colla forza della velocità potrà corrodere il fondo, v. g. da E sino in K; adunque la sezione si profonderà: posto adunque il maggior fondo in K, col medesimo discorso si proverà che le deposizioni dovranno elevare il fondo verso la ripa, come KH. E perchè l' alzamento della

superficie dell' acqua accresce velocità proporzionalmente in tutte le parti di essa, non potrà la ripa CF (la cui resistenza si suppone equilibrata con una forza minore) resistere ad una maggiore; e per conseguenza diruperà ed allargherà la sezione, v. g. da C in G, formando la sponda GH di tal declività che basti a resistere al corso accresciuto dell' acqua. Il che ec.

Corollario Primo.

Di qui è manifesto, che essendo uniformi le condizioni della sezione dall' una parte e dall' altra, sarà la figura del fondo e della ripa di essa dalla parte opposta BD eguale in tutto e per tutto alla KHG.

Corollario II.

E perciò le sezioni naturali de' fiumi retti avranno il fondo più grande nel mezzo, che da' lati, disposto perciò o in due linee che formino angolo insieme nel mezzo della sezione, o pure in una linea curva, il cui vertice sia nel mezzo dell' alveo. Ma le sponde saranno disposte, per lo più, in una linea retta che faccia angolo coll' andamento del fondo della sezione.

Corollario III.

Lo stesso succederà in un fiume che porti acqua chiara, purchè esso siasi escavato l' alveo colla forza del proprio corso; essendo che

tanta a un dipresso, o poco maggiore, è la forza che si richiede per fare delle escavazioni, quanto quella che è necessaria per impedire le deposizioni.

Corollario IV.

Dalla predetta dimostrazione resta pure evidente, che ne' fiumi retti, siccome il maggior fondo, così la maggior velocità è nel mezzo dell'alveo; e per conseguenza ivi è il maggior corso, o il filone dell'acqua.

Corollario V.

Supponendosi che in tutte le sezioni di un fiume diritto sia uniforme la resistenza della materia, della quale è composto l'alveo; e parimente, che per tutto sia uniforme il modo dell'introduzione dell'acqua corrente nell'altre sezioni; non potrà il fiume, se non per cause accidentali, lasciare la primiera dirittura.

Proposizione Quinta.

Se l'alveo di un fiume retto sarà composto di materia la quale disegualmente resista al corso dell'acqua, ivi maggiormente si escaverà il fondo dove sarà materia meno resistente, e si eleverà dove la materia sarà più tenace.

Sia la sezione del fiume retto ACDEB, (Tav. III. fig. 27.) che supponiamo in prima sia di un fiume che abbia l'alveo composto di materia poco uniforme; e perciò supponiamo che la parte CD sia di materia poco

resistente, e la DE di materia molto resistente: dico che la parte del fondo CD si profonderà, e la DE si eleverà.

Posciachè, o sia l'alveo fatto per escavazione, o per deposizione, supponendo che eguale sia la forza dell'acqua tanto in CD, che in DE; e che in CD sia minore la resistenza del fondo, se la forza agente sopra DE è quella che precisamente impedisce le deposizioni, e la resistenza di DE quella che impedisce le escavazioni; non potrà il fondo DC resistere al profondamento, addimandando minore declività per ostare alla separazione delle parti del terreno: supponiamo adunque che l'escavazione siasi fatta sino in FD, essendo adunque in FD accresciuta l'altezza dell'acqua, v. g. GF, ivi correrà con maggior velocità di prima, e renderassi più potente a maggiormente scavare; ma quando cresce la velocità dell'acqua in GF, tanto scema in HI, anche per essersi accresciuta la sezione, di quanto importa la figura CFD; adunque, se la velocità primiera in I era precisamente quanto bastava per impedire le deposizioni, scemata che sia, non sarà più sufficiente ad impedirle, e per conseguenza facendosene ivi, s'alzerà il fondo DE, v. g. in DK, sino a formare la pendenza che s'uguagli con la velocità HM; adunque il fondo CD si abbasserà, ed il fondo DE si eleverà, se la resistenza di essi sarà diseguale. Il che ec.

Corollario Primo.

Perchè, adunque, *la velocità dell' acqua è maggiore verso la ripa AC, di quello sia verso la ripa EB, converrà che la resistenza della ripa AC ceda alla forza dell' acqua*, e *restando corrosa s' allontani da essa*; ed al contrario *la ripa BE restando più lontana dal maggior corso del fiume*, e per conseguenza ritardata la velocità dell' acqua, *vicino ad essa si faranno delle deposizioni, e la ripa BE s' accosterà più verso il mezzo del fiume, perdendo l' alveo in questa parte la primiera rettitudine.*

Corollario II.

Anzi, *se la poca resistenza del fondo DC sia tale, che permetta l' escavazione al pari o più bassa del* fondo D, *mezzo dell' alveo; lascierà il filone il sito D, e porterassi verso F: il che tanto maggiormente contribuirà alla corrosione della ripa AC, alla formazione della spiaggia DK, ed all' avanzamento della ripa BK verso D, mezzo dell' alveo.*

Proposizione Sesta.

Se un mobile sarà posto senz' alcuna direzione sopra d' una superficie inclinata, nella quale siano delle concavità continuate sino al fine di essa, le quali sempre s' avvicinino al

centro de' gravi; o pure alla linea, che è la comune sezione del piano orizzontale coll' inclinato; discenderà il mobile per esse concavità, purchè l'inclinazione sia tanta, che basti a fargli superare le resistenze che sia per incontrare.

Sia il piano FG (Tav. III. fig. 28.) inclinato, il cui lato GH sia la comune sezione di esso col piano orizzontale; e sia una concavità, o canale ABCDE più basso della superficie del piano FG, e sia tale seguitamente, ed in modo che da A in E sempre più s'avvicini alla linea HG: dico, che un grave posto in A senza veruna direzione, discenderà per ABCDE, purchè l'inclinazione della linea ABCDE sia sufficiente, acciò il grave possa discendere per essa. Posciachè, essendo, per lo supposto, l'inclinazione di ABCDE tale, che il grave in essa non possa sostenersi, ma non ostanti le resistenze debba discendere; certo è che il mobile A discenderà da A in B per AB, essendo la linea AB (che si può prendere sensibilmente per una retta) inclinata all' orizzontale HG; per l'istessa ragione, essendo BC inclinata all'orizzontale, potrà il mobile A, giunto che sia in B, discendere per BC ec. e così del restante; adunque il mobile A discenderà per ABCDE. Il che ec.

In questo caso la celerità acquistata dal mobile per le discese AB, BC ec. e la disposizione delle sponde, che formano la concavità del sito ABC ec., ponno fare diversi effetti; perchè può essere tanta la velocità acquistata nella discesa da A in B, che possa fare ribalzare

il mobile più alto di quello sia la sponda in B, la situazione della quale può o permettere, o impedire il risalto di A sopra B, secondo che la linea di essa sponda fa l'angolo o retto, o ottuso, colla direzione AB; posciachè, se l'angolo sarà retto, la sponda impedirà il ribalzo; ma, se sarà ottuso, il mobile per la velocità acquistata riascenderà per la sponda opposta in B; ed avendo egli tanto impeto da potere sormontare la sommità di essa, non continuerà per BC, ma prenderà altra strada. Ma supponendosi, nella proposizione, che l'inclinazione di ABCDE sia tale che basti per fare superare al mobile le resistenze, e non tale da accelerare il mobile considerabilmente, perciò o mancando la forza dell'impeto in B, o mutata la di lui direzione dall'ostacolo in B, sarà il mobile in B, o senza alcuna direzione, e perciò prenderà quella che gl'insegnerà il difetto delle resistenze, cioè verso BC; o, se pure si troverà con qualche direzione, sarà questa rivoltata dalla resistenza della sponda in B, lungo l'andamento della concavità BC; e perciò descriverà il mobile la linea ABC ec.

Corollario Primo.

Lo stesso, e più esattamente, si dee intendere dell'acqua, la quale, mercè della sua fluidità, è più facile a muoversi, ed a rivoltarsi in qualsisia direzione; ed a cagione della sua gravità è prontissima a scegliere quelle strade per le quali può scorrere più brevemente verso

il centro de' gravi; e perciò, *essendo in A dell'acqua senza altra direzione, che quella che le suggerisce lo sforzo della gravità, necessariamente dovrà discendere anch' essa per la concavità seguita ABCDE.* Vero è, che *essendosi in B accelerata di moto* (il che le è più facile, che se fosse un corpo solido) *se troverà, discesa che sia per AB*, (Tav. III. fig. 29.) *la sponda opposta inclinata alla verticale DB, secondo la misura dell' angolo DBM, potrà scorrere qualche poco all' insù sopra di BM; ma se l' acceleramento non sarà tale da fare ribalzare l' acqua sino alla sommità della sponda M, sarà necessario ch' ella torni a discendere, per esempio, per MBC, e perciò ritornata in B, seguiti il corso della concavità BC* ec.

Corollario II.

Se tale sarà la velocità per AB, che paragonata all' inclinazione di AB, ed alla resistenza della materia, *possa escavare; formerassi l' alveo al corso dell' acqua per la tortuosità predetta, e la concavità si farà maggiore.* (Tav. III. fig. 28.) Vero è, che, *se le sponde saranno composte di materia che possa essere corrosa, non si stabilirà l' alveo, precisamente secondo il tipo della concavità ABCDE, ma solo a un dipresso;* potendosi, per la troppa strettezza delle tortuosità, formare delle corrosioni ne' concavi, e delle alluvioni ne' convessi di esse, come si dirà a suo luogo.

Corollario III.

E questa è la ragione per la quale *le rotte de' fiumi*, sul principio, *ed in tempo che le acque hanno dell'impeto, seguitano per qualche spazio la direzione di esso; ma, estinto ch' egli sia, cominciano a correre ne' luoghi più bassi, e trovando qualche concavità seguita, prendono il corso per essa*, facendo alluvioni ne' luoghi ne' quali l'acqua torbida perde il moto, ed escavando in quelli ne' quali conserva o acquista tanta velocità che basti a portar via la terra.

Corollario IV.

E siccome, lasciando correre una rotta di fiume, comincia essa subito (parte coll' escavazioni, parte colle alluvioni, secondo la disposizione diversa del piano per lo quale scorre) ad operare, per formarsi l' alveo: così, *se un fiume, uscendo dalle montagne, entrerà in una pianura, per la quale sia obbligato a prender corso*, per portarsi al mare, ed in essa, *vicino allo sbocco, si trovi qualche cavità continuata che possa*, almeno in parte, *servirgli d' alveo; seguiterà esso per quella il suo corso: ma, se la medesima concavità non sarà continuata, dopo riempitala di acqua, trasfonderà quella che sopravverrà per la campagna*, allagando all' intorno, sino a trovarne un' altra; e così seguitamente, *sintantochè ne' trovi una che abbia esito;* o non trovandone di sorte alcuna,

o non a misura del bisogno, coprirassi d'acqua tutta la pianura; al termine della quale o troverassi qualche insigne declività (e per essa scorrendo l'acqua, formerassi l'alveo, per escavazione, nella maniera detta nella prima proposizione) o pure incamminandosi l'acque verso quella parte dove troveranno lo sfogo, abbandoneranno negli altri luoghi la campagna allagata, e (proporzionato che sia l'alveo, in qualche maniera, all'acqua corrente) resterà quella affatto asciutta. In questo caso la rettitudine o tortuosità dell'alveo si dee a' supposti della prima, seconda e sesta Proposizione; cioè alla diversa caduta della campagna verso la parte dello sfogo; all'impeto precedentemente concepito con qualche determinata direzione, ed alle concavità continuate della campagna: condizioni che ponno avervi parte, ora unite, ora separate; dimanierachè non se ne può dare regola veruna. Che se al termine della campagna si trovasse l'acqua del mare, o d'un lago, sarebbe necessario che ivi si formasse una palude, o laguna; e finalmente, se la campagna fosse tutta chiusa all'intorno, dimanierachè l'acqua, per uscirne, dovesse elevarsi considerabilmente di superficie, dovrebbe in tal caso formarsi un lago, il quale avesse l'emissario in un sito il più basso di tutti quelli che circondano detta pianura; e quindi uscirebbe l'acqua del fiume, se pure per meati sotterranei non trovasse luogo all'uscita, prima di elevarsi all'altezza necessaria; o pure, se non cessasse l'influsso di quella copia d'acqua che si richiede a riempire tutta la concavità.

Proposizione Settima.

Se un fiume, o retto, o tortuoso, che corra con insigne velocità, incontrerà un resistente, perderà l'acqua qualche grado della velocità primiera; ed elevandosi, si formerà un conato, atto a spingere il corso del fiume dalla parte opposta del resistente.

Nella antedetta Proposizione abbiamo supposto che l'acqua corrente non abbia alcuna direzione, nè impeto veruno, differente da quello che è proprio della gravità; ma in questa noi supponiamo che l'acqua corrente abbia acquistato qualche impeto e direzione che possa spingerla per qualche linea diversa da quella che prenderebbe l'acqua senza di essa; ed in ciò si comprendono due casi che giornalmente s'osservano ne' fiumi; poichè alcuni di questi sono così languidi di moto, che senza dare quasi niuno tormento alle ripe, seguitano quella strada che loro è mostrata dall'escavazione dell'alveo, come sono le acque che corrono con poca caduta e poca altezza di corpo, che è il caso della Proposizione antecedente; ed altri corrono con tant'impeto, che incontrando un resistente, fanno molto sforzo per superarlo ed abbatterlo, come sono i fiumi che hanno o gran caduta, o grande altezza viva di acqua: e questo è il caso della Proposizione presente.

Sia dunque l'alveo ABCD (Tavola III. figura 30.) quello di un fiume di tal natura, che corra da A verso B, con impeto e direzione

paralella alle sponde AB, CD, (Ann. IV.) ed arrivato in B, incontri il resistente BE: dico, che l'acqua in BE si eleverà, e spingerà il corso del fiume verso O, ovvero M ec.

Poichè, essendo il resistente BE capace di ricevere in se, e comunicare a' corpi vicini qualche parte dell' impeto dell'acqua corrente da A in B; egli è certo, che incontrandosi il fiume colle direzioni AB, GH, IE, nel resistente BE, quanto d'impeto comunicherà a questo, tanto ne perderà esso; rallentata perciò la velocità dell'acqua, converrà che passi con minore velocità; e, sopravvenendone dell'altra, che si elevi. Suppongasi adunque che l'altezza del resistente BE sia BF, e che l'altezza dell'acqua non impedita fosse per essere BP, e dell'impedita BF: e perchè l'altezza FB produce in B maggiore velocità, accrescendosi FB, si riparerà la velocità perduta in B; ma essendo la velocità nata dall'altezza dell'acqua, figlia di un conato che può produrre le direzioni verso le parti; e le produce verso quella, nella quale sono minori le resistenze; perciò l'altezza BF, rivolterà il fiume verso quella parte alla quale mancheranno le resistenze, cioè lo scosterà dal resistente BE, v. g. verso O, M. Ma qui restano da considerarsi due cose: la prima si è, che si suppone, per virtù del resistente BE, levata una parte dell'impeto, ma non tutto; perciò l'acqua portata per la direzione AB, sarà ribattuta per la BO, la cui direzione sia tale, che faccia l'angolo di riflessione prossimamente eguale a quello dell'incidenza: e similmente

l'acqua portata per GH sarà rivoltata in HM, ec. Il secondo punto, al quale si dee riflettere, è, che quando le direzioni AB, GH, IE ec. non s'impediscono l'una l'altra, veramente sono paralelle; ma quando la direzione, v. g. AB è rivoltata in BO, allora BO viene impedita dalle altre direzioni GH, IE, ec. Quindi è, che l'acqua B ribattuta per BO, arrivata che sia in R, troverà un'altra forza e direzione GR, dalla quale sarà spinta, e perciò dovrà abbandonare la linea RO, e volgersi per un'altra che sia diametro di un paralellogramo, i cui lati abbiano la proporzione delle forze o degli impeti GR, BR, come si è spiegato alla Proposizione seconda. Supponiamo dunque che la proporzione delle forze BR, GR, sia quella di RS ad RH; adunque l'acqua, ch'è nel punto R, si volterà per la linea RT; e di nuovo arrivata in T, perchè ivi si combinerà con la direzione ST, non potrà seguitare la RT, o la ST, ma dovrà portarsi per un'altra che stia di mezzo fra le medesime; e perciò considerando le combinazioni che si fanno d'una linea riflessa con tutte le direzioni paralelle GR, IE ec. non potrà farsi la riflessione da B in O, ma per la strada, v. g. BRT ec., di nuovo si porterà verso il resistente BE. Se però si metteranno a conto tutte le riflessioni fatte da' punti tra B ed E, colle loro direzioni e potenze, e si combineranno con le paralelle tra AB, IE, e le loro potenze; si formerà dal corso dell'acqua una linea, la quale in B sarà più lontana della linea BE, ma in E più vicina: e la ragione si è, che

le direzioni AB, GR, hanno minor impeto, per essere assai vicine alla ripa; e la IE molto maggiore, per essere più vicina al mezzo; ed al contrario le riflessioni in B ed H, si fanno più vigorosamente, per essere meno impedite dalle combinazioni delle direzioni paralelle, che verso E; e perciò maggiore sarà la riflessione in B, che in E: tal linea può essere o retta, o curva, secondo la proporzione colla quale si accrescono le potenze, procedendo da B verso E; ma per lo più sarà curva, attesa la rigorosa uniformità che si richiede nelle proporzioni e ne' moti, acciò tal linea sia retta. Saranno adunque dal resistente BE rivoltate tutte le direzioni paralelle verso la sponda CD; e conseguentemente, intersecando esse tutte le altre paralelle che non incontrano il resistente BE, faranno loro cambiare direzione, e voltare contro la ripa D; la quale sarà corrosa, (1) per essere battuta dalle direzioni mutate, e rese più vigorose dall' alzamento dell' acqua lungo BE, il cui conato, non potendo agire contro il resistente, nè contro il corso del fiume, darà maggior impeto all' acqua per la direzione BE, o per quella che risulterà al corso del fiume dalle cause sopraddette; (2) perchè ristringendosi tutto il corso dell' acqua in DE, dovrà questa elevarsi; e per conseguenza, resa più veloce, si profonderà e si allargherà l'alveo dalla parte di D, nella quale si suppone minore la resistenza.

Corollario Primo.

E perchè, secondo la combinazione delle forze che si trovano nelle direzioni paralelle, e nelle riflesse, il corso dell' acqua più o meno si scosta dal resistente BE; perciò, se le seconde avranno alle prime una proporzione insensibile, si prenderà dall' acqua un corso paralello, o radente il resistente BE; e perciò, *quando le acque corrono con poca velocità, accomodano il loro corso alle linee degl' impedimenti e delle sponde.*

Corollario II.

Ed al contrario, *quanto più la detta proporzione si accosterà alla proporzione di egualità, tanto più si allontanerà il corso dell' acqua dal resistente.*

Corollario III.

Similmente, perchè la corrosione della ripa opposta al resistente si fa in parte dalle direzioni mutate dell' acqua, che vanno a batterla; perciò *quanto più l' angolo di esse con la ripa s' accosterà all' angolo retto, tanto più danno ella ne riceverà;* e perciò ha molto luogo, per fare questo effetto, l' inclinazione dell' angolo che fa il resistente colle direzioni paralelle del fiume.

Corollario IV.

Per la stessa ragione, essendo causa della corrosione della ripa CD l' angustia della sezione, o il ristringimento dell' alveo in DE; ed esssendo fatto tal ristringimento dal portarsi BE dentro il corso del fiume; perciò *quanto maggiormente si allargherà il resistente verso il filone dell' acqua*, *tanto più la ripa opposta sarà corrosa, e renderassi tortuoso l' alveo.*

Corollario V.

Sebbene *quanto meno è veloce il corso dell' acqua* per le linee e direzioni paralelle, tanto più s' accosta la di lui direzione mutata a quella del resistente, e perciò si dirige a battere con angolo maggiore la ripa opposta; ad ogni modo, perchè tale direzione si fa senza molt' impeto; *non può rivoltare con molta efficacia, verso la sponda CD, le direzioni dell' acqua non impedite dal resistente, che non vale per questa cagione a fare molto effetto, il quale*, in tal caso, quasi tutto si dee attendere dal ristringimento della sezione; e conseguentemente, per la regola degli opposti, *quanto più veloce sarà il fiume, e quanto più il resistente ribatterà il corso dell' acqua;* cioè, quanto meno d' impeto assumerà in se medesimo, *tanto maggiore succederà la corrosione della ripa opposta.* E perciò *ne' lavorieri che si fanno per rivoltare il corso de'*

fiumi, si dee considerare, fra le altre cose, la robustezza de' medesimi, la direzione che hanno, paragonata al corso del fiume, la velocità di questo, e la lunghezza del riparo, per potere in qualche maniera presagire la qualità dell' effetto ch' è per succedere.

(Ann. V.) Intorno alla direzione del resistente BE, sarebbe molto da discorrere, e richiederebbesi un intero trattato, tante possono essere le di lei diversità. Parlando però generalmente, si possono considerare sei differenze, tre delle quali risguardano l' angolo che il medesimo resistente fa orizzontalmente colla corrente del fiume; e le altre tre risguardano l' angolo fatto colla medesima corrente, ma verticalmente. Quanto agli angoli orizzontali, questi o ponno esser retti, come quello che fa FD (Tav. IV. fig. 31.) colle direzioni paralelle CD, GF; o acuto, come CDH; o ottuso, come CDI. Quanto a quest' ultimo, di già si è veduto ciò ch' egli sia per operare; onde resta da considerare brevemente quale sia per essere l' effetto degli altri due FD, DH; e quanto ad FD =

Corollario VI.

Si deduce da quest' ultima Proposizione che le riflessioni si faranno all' opposto delle direzioni CD, GF; e che *essendo il fiume veloce, e stabile il resistente DF* (Tav. IV. fig. 32.) *converrà che le riflessioni opposte alle direzioni finalmente si equilibrino, e l' acqua si renda stagnante dentro l' angolo CDF*, quanto,

cioè, per esempio, prenderà il triangolo KDF: dico *il triangolo KDF;* perchè maggiori saranno le riflessioni vicino la ripa CD, che lontano da essa; e ciò per più ragioni: prima, perchè il resistente DF è più robusto ordinariamente vicino alla ripa, che lontano da essa; e perciò toglie meno d' impeto all' acqua, e la ribatte con più vigore. Secondo, perchè l' acqua CD è meno veloce, come impedita dallo sfregamento colla sponda; e perciò meno resiste alle riflessioni: onde è, che maggior proporzione può avere la forza ribattuta alla diretta verso D, che verso F. Terzo, perchè elevandosi l' acqua per la resistenza DF, e facendo un conato inclinato alle direzioni paralelle a GF, potranno le direzioni composte, prese vicino al resistente, incontrare nuovamente l' opposizione del medesimo, e prendere con ciò nuova occasione di ristagnare: cosa che non potrà succedere, facendosi più lontano dal resistente DF la composizione delle direzioni: perchè supposto che tal direzione composta sia quella che con la sponda faccia l' angolo FKD; sarà KF la prima che non troverà opposizione, e perciò tutte l' altre tra K e D, essendo impedite, renderanno l' acqua, se non affatto stagnante, almeno ritardata; *e perciò ne seguirà l' effetto della deposizione della torbida dentro il triangolo KDF.*

Corollario VII.

Però, *secondo la diversa forza del resistente DF, e secondo la diversa velocità della*

corrente, sarà l'angolo FKD ora più acuto, ora più ottuso; e la linea KF ora retta, ora concava; perchè egli è certo, che *se il resistente FD*, o cedendo, o in altra maniera, *permetterà il corso sino in L;* o se la forza della direzione CL sarà tanto grande che, commensurata alla resistenza che fa DF, possa giugnere sino in L, *sarà l'acqua resa stagnante solamente dentro il triangolo LDF minore del primo*, e conseguentemente *minore sarà la deposizione della torbida.* E finalmente, *se DF permettesse il corso sino a se medesimo*, senza fare veruna riflessione, *il conato s'eserciterebbe per la medesima direzione DF;* ma questo caso è assai difficile da succedere.

Corollario VIII.

Quindi è chiaro che *i ripari che secondano il corso del fiume, sono meno atti a cagionare delle alluvioni avanti di se, di quello siano gli opposti ad angolo retto al corso del medesimo;* e perciò restano in un quasi continuo tormento che ricevono dalla corrente, che sempre coopera alla loro demolizione. Vero è che tali ripari, retti al corso del fiume, richiedono tanto maggiore robustezza, quanto è maggiore la forza della percossa ricevuta ad angoli retti, che obbliqui; e perciò un vantaggio vien compensato con un disavantaggio; *e ricercasi il giudizio dell'architetto, a saper scegliere, secondo le occasioni, quello che sia per riuscire più profittevole.*

Corollario IX.

Di qui è manifesta la ragione del diverso modo, che si pratica in diversi luoghi, per ripararse alle corrosioni de' fiumi; vedendosi che altri adoprano resistenze robuste per ostare alla corrente; altri si contentano di piccioli ripari che facilmente cedono al corso; altri li dirigono in un modo, altri in un altro: potendo essere tutte le predette maniere utili, secondo la diversità de' casi; poichè chi usa di fare i ripari con frasche d' arbori flessibili, che ponno radicarsi nel fondo, ha ragione di praticar questo modo o in fiumi di poco veloce corso e torbidi, a' quali ogni picciolo resistente basta per far deporre la torbida; o in fiumi di corso molto veloce, che non tollerano grandi ostacoli, ne' quali la flessibilità del resistente serve a non dar pena al fondamento del riparo; e a poco a poco può fare quello che non farebbe un ostacolo più rigido, contro il quale operando gagliardamente la corrente, facilmente lo svellerebbe: ed in questo caso, quello che si leva alla brevità del tempo, s'aggiunge alla sicurezza dell' opera; ma si richiede maggiore e più lunga l' attenzione al mantenimento e protrazione del riparo. Chi ha buoni fondi, e buone sponde per assodare i ripari, e chi sa fabbricarli di tale struttura che una parte concorra alla robustezza dell' altra, può intraprendere di farli grandi e molto resistenti; ma veda di non ingannarsi in proporzionarli alla corrente del fiume. Opera più sicuramente,

ma con minore effetto, chi seconda co' ripari in qualche modo il corso dell' acqua; ma v' è bisogno di una continua vigilanza per conservarli: ed al contrario, con più effetto, ma con minore sicurezza, chi li spinge ortogonali alla corrente; poichè, quando questi si sono fortificati colle alluvioni da una parte e dall' altra, non è soggetta al tormento dell' acqua altra parte di esso, che la più lontana alla ripa.

In questo caso si dee però avvertire, che essendo più veloce l' acqua per GF, che per CD, ed essendo trattenuta e ristagnata, può darsi il caso, come molte volte si dà, che l' acqua più si elevi in F, che in D; e che perciò dividendo il suo corso, una parte si porti verso la punta del riparo F, ed un' altra verso D. Succedendo ciò, si farà un vortice dentro il triangolo FDK, che impedirà la deposizione della torbida, anzi potrà corrodere la ripa LD; ma sarà facile il rimediarvi, se il riparo DF non si spingerà tutto in una volta contro la corrente, ma a poco a poco, e se si lascieranno fare le alluvioni prima di prolungarlo più avanti; lasciando sempre tanto di esito al fiume nella parte BF, che non possa fare forza considerabile contro il riparo, nè cagionare vortice di momento in KDF; ed avvertendo d' incastrare il riparo nella ripa tanto, che corrodendosi essa qualche poco, non possa il fiume trovare sfogo dalla parte di essa, e prendere in mezzo il lavoro.

Corollario X.

Ma se *i ripari saranno opposti ad angolo acuto alla corrente*, come FD, (Tav. IV. fig. 33.) egli è certo, che battendo l'acqua in FD per la direzione GF, sarà essa ribattuta in FK; e la HI, in IL; e che arrivando alla ripa, di nuovo sarà riflessa in KM, LN; le quali direzioni e riflessioni, combinate con altre, *faranno* passare le direzioni rette dell'acqua in *un vortice che impedirà le deposizioni, e corroderà la ripa CD*. Il corso però del fiume non potrà farsi che secondo la direzione EF, per la ragione detta di sopra, supposta la resistenza della ripa ED. Vero è che *tali vortici non potranno estendersi alla punta dell'angolo D; ma essendo le loro linee circolari o spirali, solo si faranno in quel tratto del triangolo EFD, che sarà comune al circolo o spirale predetta*, che necessariamente dovrà toccare il riparo FD, e la ripa ED in due punti, che saranno i luoghi ne' quali e l'uno e l'altra patiranno maggiori danni: quindi è, *che se questi luoghi saranno maggiormente fortificati, tanto che resistano almeno sin che la ripa opposta sia corrosa, allora abbandonando l'acqua il corso verso l'ostacolo FD, si scemerà o si toglierà la forza del vortice, e succederà l'alluvione dentro il triangolo EFD*. In questo particolare, si dee ancora avvertire, che *se l'angolo FDE sarà molto acuto, più dalla di lui punta D si scosterà il vortice; ma per lo contrario*

dovrà molto prolungarsi il riparo, acciocchè faccia effetto sensibile nella corrosione della ripa opposta. Io però non sarei mai autore di anteporre, in parità di circostanze, questi ultimi ripari agli ortogonali: perchè, quando anche egualmente operassero, quanto a se, e gli uni e gli altri, i retti, però in eguale lunghezza, rispingono sempre più la corrente verso la ripa opposta, e danno occasione di operare alla seconda cagione predetta, che è l' angustia della sezione.

Corollario XI.

Rispetto all' angolo fatto da' ripari, sul piano verticale, colla corrente de' fiumi, *non è da dubitare che la direzione del riparo a lungo della corrente non sia la migliore*. Per più chiara spiegazione di ciò, s' avverta che può darsi che il riparo riceva la corrente AB ad angoli retti come BD; (Tav. III. fig. 34.) o ad angolo acuto come BC, o ad angolo ottuso come BE. Intendasi prima *il resistente CB ad angolo acuto con la corrente:* in questo caso egli è evidente che la direzione del resistente *ribatterà la corrente dell' acqua verso il fondo*, come per GI, quella che viene per la direzione HG ec.; la quale spinta dalla corrente AI, e dalle altre tra HG, AI, paralelle insieme, e combinata con esse, opererà per la direzione obbliqua FB, *e perciò roderà il fondo in B*; e se il riparo non sarà piantato ben profondamente, potrà scalzarlo e portarlo via. *Lo stesso succederà, abbenchè meno, all' acqua ribattuta*

dal resistente BD; la quale sebbene sarà riflessa con direzione opposta ad HX, nulladimeno, per virtù della medesima direzione, sarà divisa parte verso D, parte verso B; e perciò in B succederà l' escavazione del terreno, che *potrà togliere il fondamento al resistente BD, e conseguentemente svellerlo.* Ma *il riparo BE,* perchè ribatte la forza dell' acqua all' insù, *non potrà essere scalzato nel fondamento;* e per conseguenza, *se avrà forza bastante da non rompersi per lo corso dell' acqua, sussisterà; anzi, rincalzandosi* a causa delle alluvioni che si faranno al di lui piede, *si renderà sempre più forte e più resistente.*

Corollario XII.

Non solo il resistente BE rivolterà la corrente verso la ripa opposta D; ma essendo cagione che s' impedisca il moto dell' acqua nel triangolo XBE, (Tav. III. fig. 30.) necessariamente *dovrà farsi in detto triangolo dell' alluvione;* e perciò *sarà il resistente rincalzato al di dietro di terra:* ciò però s' intende, *ogni volta che il resistente abbia tanta altezza, quanta basta per non essere sormontato dal fiume,* e che l' acqua vi si porti di rigurgito, girando attorno ad E, ed equilibrandosi con quella che corre al disotto del resistente; altrimenti, *se l' acqua potrà sormontarlo, e se vi sia considerabile differenza tra 'l livello della di lei superficie di sopra, e di sotto dal resistente,* come se detta differenza fosse FP, *dovendo l' acqua cadere da F in P,*

scaverebbe il fondo del fiume verso B, ed ivi impedirebbe l'alluvione, la quale però potrebbe manifestarsi poco più lontano. *Quando* però *l'acqua di sopra e di sotto* da BE *fosse quasi nel medesimo livello*, o almeno nella medesima linea che il restante della superficie del fiume, *ciò non dovrebbe succedere*, *ma solo la deposizione della materia terrea*. Questo effetto non solo è proprio de' resistenti inclinati alla corrente, ma anche degli altri, o retti o contrapposti alla medesima; e perciò *bisogna avvertire*, *quale sia la natura de' fiumi, dentro de' quali si fabbricano i ripari*; poichè, se essi avranno le piene subitanee, o la velocità grande o il pendio del fondo considerabile, considerabile anche sarà la predetta differenza de' livelli, della quale non dovrà tenersi conto ne' fiumi di poco corso, di fondo piano, e che durino molto tempo in portare la piena al suo maggior colmo.

Prima di levar mano dalla considerazione degli effetti de' ripari (ch' io mi protesto di non aver toccati che leggiermente e per digressione, non essendo questo il mio principal fine in questo Trattato) io non voglio lasciare di motivare alcuni punti necessarj in questa materia. Il primo di essi è, che, *quanto più alto è un riparo*, *tanto riesce egli più debole*, non solo per le maggiori spinte che riceve dall' acqua, quanto per ragione della leva, l' ipomochio della quale si dee intendere nel punto, nel quale quello sorge dal terreno: (2) *Che*, *desumendosi la direzione de' fiumi dalla*

direzione del filone, *e questa seguitando regolarmente la maggiore profondità dell' alveo*, *che può essere cagionata dall' azione de' ripari anche bassi; perciò il più delle volte poco o nulla serve il fabbricarli molto alti:* (3) *Che si dee avere riflesso alle cause produttrici delle corrosioni;* perchè la rimozione di esse, alle volte, serve molto più che tutti i ripari del mondo; e frequentemente succede che la spontanea cessazione delle medesime, perchè non avvertita, dà un gran credito, benchè non meritato; ad un' opera male intesa e peggio eseguita; quindi è, che chiunque rinvenirà le vere cagioni degli effetti perniciosi che accadono ne' fiumi, potrà molte volte con poco di spesa e fatica ottenere l' intento desiderato; e serva per regola universale, che *sempre più sicuro sarà il rimediare alle cause, che l' ostare all' effetto:* (4) *Che si dee scegliere tal luogo al riparo, che possa superare, non essere superato dal corso dell' acqua; che possa fare l' effetto desiderato, e dargli quella direzione che più richiederanno le circostanze:* (5) *Che qualunque riparo, obbligato a soggiacere all' impeto dell' acqua, richiede una continua vigilanza e precauzione tanto in conservarlo, quanto in ripararlo dove porta il bisogno;* altrimenti essendo l' azione dell' acqua continua (atta perciò a vincere colla lunghezza del tempo qualsisia ostacolo) facilmente verrà il caso che il riparo sia danneggiato; ed allora bisogna rimetterlo, quando per altro se ne trovi buon effetto; altrimenti può darsi, che demolito il riparo, e indebolito perciò il fondo del

fiume, il danno da esso ricevuto resti maggiore di prima.

Proposizione Ottava.

(Ann. VI.) *Ne' medesimi supposti della Proposizione antecedente, se il resistente sarà composto di parti amovibili, e di tanta altezza che possa sostenere l'effetto che si dirà, sarà esso corroso inegualmente, e formerà una concavità, le cui direzioni spingeranno il corso dell' acqua alla parte opposta.*

Intendasi nuovamente il fiume ABCD, di cui tutte le direzioni siano paralelle ad AB, o CD; (Tav. IV. fig. 35.) e che correndo da C in D, incontri il resistente DE composto di parti ammovibili, come sarebbe una sponda di terreno tanto alta, che non possa essere sormontata dall'acqua: dico, che detta sponda non potrà sussistere nella situazione DE, ma corrodendosi si ridurrà in forma di una linea curva, v. g. DFG, dalle direzioni della quale sarà rivoltata la corrente verso la sponda AB.

Posciachè essendo il moto, per le direzioni paralelle, impedito maggiormente, quanto più le linee di esse sono vicine alla sponda, sarà l'impeto per CD minore che per HE; ed essendo DE in linea retta, saranno tutti gli angoli, fatti dalle linee di direzione con essa, eguali; e perciò maggiore sarà lo sforzo dell' acqua per la direzione HE che per la CD: ed inoltre essendo la sponda DE verso il suo ultimo termine (come non fortificata dall' unione e rincalzamento delle parti vicine) meno resistente in E che in D, maggiore per l' uno e

per l'altro capo sarà l'effetto in egual tempo in E che in D; e perciò in E si farà maggiore corrosione che in D: e perchè simili effetti sempre più si diminuiscono, quanto più obbliquo è l'angolo dell'incidenza, accrescendosi sempre più l'obbliquità all'accrescersi della corrosione, e diminuendosi l'impeto per la direzione KI, (Ann. VII.) finalmente si arriverà ad un angolo KID così acuto, che la resistenza, nata dall'adesione delle parti del terreno, sarà bastante a pareggiare la forza dell'acqua; e perciò la ripa si stabilirà in DI inclinata alla corrente KI. Quindi è, ch' equivalendo essa ad un resistente composto di parti non ammovibili, comincierà a ribattere la corrente verso la ripa opposta AB, (per la Proposizione antecedente) e conseguentemente farà voltare qualche poco la direzione LM verso la medesima sponda AB; (Ann. VIII.) ma perchè, voltata questa direzione, come in LOP, farà colla sponda un angolo minore di LMD; perciò essendo questa battuta ad angolo più obbliquo, resterà con maggiore possanza, per resistere all'impeto della direzione LM, se bene esso sia qualche poco maggiore di quello della direzione KI; e perciò l'angolo LMD sarà qualche poco maggiore dell'angolo KID; (Ann. IX.) al quale in fine (cioè quando la sponda sia stabilita in P) sarà eguale l'angolo OPN. Nella stessa maniera si dimostrerà che l'angolo NFM dovrà essere maggiore dell'angolo LMI ec.; ma ciò essendo, non potrà la linea DFG essere retta, perchè la linea retta fa angoli eguali con tutte le direzioni paralelle;

adunque sarà una curva, le cui tangenti facciano sempre angolo maggiore colle direzioni più lontane alla sponda CD, cioè una curva concava, la cui specie dipende dalla diversa proporzione che ha l' impeto dell' acqua alla resistenza del terreno, del quale è composta la sponda; poichè se maggiore sarà la resistenza in I, con maggior forza ancora sarà riflessa l' acqua da I, che unita colla direzione susseguente, farà sì, che resti battuta più obbliquamente la sponda, e per conseguenza meno sia ella corrosa, onde resti l' angolo LMI tanto maggiore. Secondo la proporzione adunque, colla quale cresceranno gli angoli fatti dalle direzioni paralelle colle tangenti della curva DFG, sarà ella o di una spezie o di un' altra. Resta da provarsi che detta curvità DFG spingerà l' acqua alla ripa opposta: ma ciò è evidente; perchè, correndo anche l' acqua sul tipo di una linea curva che le fa sponda, viene a mutare ad ogni punto direzione, che è quella delle tangenti di essa; ed essendo tutte queste inclinate alla sponda CD, prolungate che siano, anderanno a tagliare la ripa AB, e per conseguenza verrà ad essere indirizzata l' acqua verso di essa. Il che ec.

Corollario Primo.

Da questa proposizione apparisce che *le corrosioni de' fiumi, arrivate che siano a formarsi la curvità che richiede la combinazione delle cause e delle circostanze, non crescono di più; ma sono lasciate dal corso dell' acqua*

le ripe intatte, *egualmente come se fossero paralelle fra di loro*, *ed alle direzioni del fiume;* e su questa ragione s' appoggia la forma praticata dagli architetti ferraresi nel ripararsi dalle corrosioni del Po grande, che è di ritirarsi addietro colle arginature, e solamente di difendersi dagli effetti delle corrosioni, cioè dalle innondazioni, con nuovi argini; ma non mai di ostare alle cause che producono la corrosione.

Corollario II.

Perchè la forza delle direzioni, unita a quella delle riflessioni, fa accrescere l' impeto, perciò *è evidente la causa per la quale il filone si tiene più vicino alla ripa nelle corrosioni, che ne' siti retti del fiume;* perchè, cioè, l'acqua resa più veloce, meno patisce dalla vicinanza della ripa. E similmente si manifesta la cagione per la quale il filone, nel principio della corrosione, meno s'accosta alla ripa corrosa di quello faccia più a basso; posciachè non solo unite le forze di più direzioni e di più riflessioni in G, che in M, rendono l' acqua più veloce, ma anco perchè le direzioni più violente, come HG, spingono la corrente più vicino alla ripa in G, che in M.

Corollario III.

Perciò, *nelle corrosioni non stabilite*, *maggiore sarà il tormento della ripa in quella parte di essa alla quale più s' accosta il*

filone, (questo sito sia chiamato *vertice della corrosione) ma nelle stabilite sarà eguale per tutto;* e perciò *in quelle corrosioni*, *nelle quali il filone si porta sempre più a basso, succedono delle alluvioni nelle parti superiori, e delle corrosioni nelle inferiori.*

COROLLARIO IV.

E perchè *i fiumi*, *quanto sono più larghi, tanto sono più atti a portare il vertice della corrosione più lontano dal principio di essa;* perciò *ne' fiumi maggiori le corrosioni prendono maggior giro*, ed occupano più terreno, internandosi nelle campagne; e conseguentemente *i fiumi più grandi hanno meno frequenti le tortuosità.*

COROLLARIO V.

Ed essendo che nel *vertice della corrosione s' unisce il maggior impeto del fiume*, operante per una direzione determinata, ch' è la tangente del vertice; ed incontrandosi da lì in giù le direzioni paralelle sempre più languide, e le riflessioni più vigorose; perciò *il filone dovrà scostarsi dalla ripa corrosa sempre maggiormente*; e ciò serve *a fare ribattere la corrente verso la parte opposta, con angolo meno obbliquo.*

COROLLARIO VI.

Dal che ne segue, che *facendosi dentro d' un fiume, disteso in linea retta*, per qualche

causa accidentale, *la corrosione*, *v. g. della ripa destra*, *dovrà seguirne una*, eguale o poco minore, *nella sinistra; e questa ne cagionerà un' altra nella destra ec.* E perciò *i fiumi, per ordinario, si vedono correre dentro alvei composti di parti o tronchi retti, inclinati l' uno all' altro, ed uniti negli angoli con linee curve*, che sono le formate dalle corrosioni.

Corollario VII.

E perchè, posta la medesima resistenza nelle ripe, le corrosioni succedono tanto maggiori, quanto più i fiumi sono veloci, e servendo al corso la rettitudine per renderlo più veloce; quindi è, che *succedono maggiori quelle corrosioni che sono imboccate nella parte superiore da' tronchi retti del fiume medesimo, per li quali, cioè, il fiume abbia potuto prendere quella velocità di accelerazione che gli è permessa dalle sue condizioni;* e qua cade la considerazione di tutte quelle cause che possono rendere più veloce il corso d' un fiume.

Corollario VIII.

Similmente, perchè supposta la medesima velocità d' un fiume, tanto più opera ella in corrodere la ripa, quanto più questa se le oppone rettamente; perciò *maggiori succederanno le corrosioni, quanto meno ottusi saranno gli angoli formati dalle direzioni del medesimo fiume colla situazione della ripa dalla parte inferiore.*

Corollario IX.

Per una simile ragione *più facilmente cederà una ripa arenosa, che una cretosa;* e perciò, *secondo la diversità della resistenza delle ripe, maggiori o minori si faranno le corrosioni.*

Corollario X.

Essendo che *nelle corrosioni sempre, per lo meno, si ritarda notabilmente la velocità dell' accelerazione acquistata per lo pendio dell' alveo;* perciò *se un fiume retto incontrerà la resistenza d' una ripa,* v. g. se AB incontrerà BC *col fargli rivoltare il corso* in BC, (Tav. IV. fig. 36.) *farà la corrosione* in B; *ma* potrà darsi il caso, che *ribattuta l' acqua* in C, *non potendo* per BC *rendersi nuovamente tanto veloce,* quanto per AB, *e per conseguenza percotendo* C *con forza minore* di quella con che ha prima percossa la sponda B, *non faccia ivi tanta corrosione;* e per conseguenza *sia la corrente ribattuta* in D *ad angolo più obbliquo, e così successivamente:* dal che ne può avvenire che dopo alcune battute e ribattute, trovando l' alveo FG retto, di nuovo s' indirizzi il corso dell' acqua per esso.

Corollario XI.

A questi ultimi Corollarj, si deve avere riflesso ne' tagli che si fanno per raddirizzare

il corso a' fiumi; nelle quali operazioni si dee avvertire per regola (1) *d' imboccare coll' incile del taglio il filone del fiume;* altrimenti o egli non vi entrerà, o entrandovi di nuovo si farà tortuoso; (2) *di mandare lo sbocco del medesimo taglio, quanto si può, a seconda del filone delle tortuosità susseguenti*, se non si vogliono fare cambiare al fiume i siti delle corrosioni inferiori, il più delle volte, con grave danno: (3) *Che quando non sia possibile ottenere quest' ultima condizione, si dee fare il taglio in due linee che facciano fra loro un angolo, il più che sia possibile, ottuso*: (4) *Che quando non riesca di ottenere una buona imboccatura del filone superiore nel taglio, è necessario di sforzarlo ad entrarvi con qualche lavoriero fatto nell' alluvione opposta alla corrosione;* o pure con traversare la corrente, almeno in parte, con buone palificate: (5) *Che quando la caduta del taglio fosse assai grande in proporzione di quella che avesse il fiume per le tortuosità, potrebbe questa supplire, in qualche parte, al difetto della buona imboccatura ec.*

Corollario XII.

Alle cose predette si dee anco riflettere, in destinare il luogo agli argini che si fanno o ad uno de' tagli predetti, o ad un nuovo alveo di fiume; perchè in ciò succedono errori infiniti, fabbricandosi alle volte argini in certi siti che sono dovuti alle corrosioni, le quali necessariamente sono per accadere, se non sul

principio, almeno quando tutta l'acqua del fiume si porterà a correre per gli alvei arginati: ed io potrei addurne qui molti esempj, se non stimassi meglio di star lontano dal condannare le operazioni degli altri.

Proposizione Nona.

Se in una palude, lago, laguna ec. entrerà un fiume torbido; ivi deponendo la materia terrea, la eleverà di fondo, e si formerà l'alveo dentro di essa, in mezzo alle proprie alluvioni, prendendo quella strada che gli sarà insegnata dalla direzione della foce, dalle resistenze che troverà, e dall'esito, se vi sia, del lago o della palude ec.

Che un fiume d'acqua torbida, entrando v. g. in una palude, perda il moto, è manifesto per esperienza e per ragione; siccome è fuor di dubbio, che perdendosi l'agitazione nelle acque torbide, succedono delle alluvioni: resta solo da spiegare in qual maniera possa un fiume con esse formarsi l'alveo, e quali siano le cagioni che concorrono a determinare il sito di esso.

Sia dunque il fiume ABC (Tav. V. fig. 37.) che entri nella palude CDEFG; e sia in C lo sbocco del fiume, la cui ultima direzione sia BC; e sia in E l'emissario di essa palude: dico, che per determinare il sito al fiume da C in E, concorrono la direzione BC, il sito di E, e gli impedimenti che di quando in quando incontra il corso dell'acqua nella palude. Posciachè glie è certo, che dovendo l'acqua nel tronco

dello sbocco BC avere qualche velocità, ed eguale, se non maggiore, altezza di superficie in B, che in C; dovrà il semplice conato dell'acqua della palude in C cedere alla velocità del moto attuale per BC; adunque *l' acqua non solo correrà dentro l' alveo BC, ma prolungherà per qualche spazio il suo corso dentro della palude, v. g. da C sino in H;* sempre però indebolendosi, sino a perdere ogni moto sensibile. Supponiamo che ciò succeda in H; adunque l'acqua entrando torbida, sarà poi resa stagnante per tutta la palude, fuor che nel sito CH; e (ANN. X.) perciò lateralmente a CH deporrà la torbida, e succederanno delle alluvioni, le quali, colla loro altezza, chiuderanno un sito lasciato basso da C in H; e per questo continuerassi il corso del fiume. *Risguardando* dunque *la sola direzione* BC, *dovrà tal principio d' alveo distendersi in una linea retta CH, e continuarsi sempre la medesima*, elevandosi maggiormente le sponde laterali, sino a sopravanzare la superficie dell' acqua della palude, constringendo con ciò il fiume a continuare il suo corso per un alveo nuovo, *ed a prolungare lo sbocco dentro la palude sempre a dirittura.*

Ma, *se qualche cosa si opponesse al moto dell' acqua per la direzione CH*, come erbe, arbori ec. (che sono assai famigliari alle paludi) o soffii di venti, o correntie d' altre acque, abbenchè occulte ed insensibili, come, per esempio, se dentro d' una palude piena di un canneto, o di erbe, fosse aperta una strada senza impedimento, come CI; allora,

perchè la direzione per BC, uscita l'acqua dallo sbocco C, sempre s'illanguidisce, *farebbe bene il fiume qualche sforzo, per ispingersi in CH*, e sul principio ne prenderebbe, per qualche picciolo spazio, la linea; *ma finalmente, vinto dalle resistenze, sarebbe obbligato a prendere a un dipresso la strada meno impedita per* CI. Lo stesso succederebbe, *se nella direzione CH s'incontrasse qualche resistente valevole a rivoltarla ad altra parte;* e per far ciò non si richiederebbe gran forza, pur che esso resistesse più delle parti vicine; perchè, in tal caso, *l'impeto in gran parte perduto, facilmente indirizzerebbesi ad altra parte.* E da questo principio nascono i molti rivoli o rigagnoli, ne' quali si dividono i fiumi, che mettono la foce nelle paludi di poco fondo.

È considerabile in questo caso un' altra sorte di resistenza, che nasce dall'ineguálità del fondo della palude, la quale sebbene sul principio nulla opera, nel progresso però cagiona un impedimento maggiore di ogni altro. Poichè supposto che il maggior fondo sia in CHKLE, egli è certo, che facendosi deposizioni eguali in que' siti, ne' quali l'acqua egualmente stagna ed è egualmente torbida, necessariamente dovrà succedere che ne' siti laterali a' fondi continuati CHKLE dovranno le alluvioni elevarsi più presto sopra la superficie della palude, che nel mezzo; e conseguentemente formeranno come un alveo, dentro il quale dovrà il fiume prendere il suo corso; e perciò *molte volte i fiumi, che hanno esito nelle paludi e*

lagune, seguitano, nel formarsi che fanno l'alveo dentro le proprie alluvioni, la via delle maggiori profondità di esse paludi. Per la stessa ragione operano tutte le cause che fanno una strada o più aperta e spedita, o più bassa d' un' altra, come sono, oltre le tagliate delle erbe, qualche picciola escavazione; e la via tenuta da' navicelli nel passare da un luogo all'altro; perchè in tali siti l' acqua, posta come in equilibrio, seguita la via delle minori resistenze.

Finalmente *supposto che la palude ec. non possa avere altro sfogo che in E*, è manifesto che *l' acqua portata dal fiume in essa, dovrà avere corso considerabile in E*, e che *non potendo il fiume avere sfogo in altra parte, finalmente* bisognerà (quando anche dovesse prima circuire tutta la palude) *che arrivi al luogo dove comincia il corso dell' acqua che esce per E, col quale combinandosi quello del fiume, s' incamminerà a quella parte medesima.* Egli è dunque dimostrato che *le tortuosità o sinuosità de' fiumi, i quali si formano l' alveo colle alluvioni, debbono la loro situazione, parte alle direzioni dello sbocco del fiume inalveato, parte alle resistenze trovate dentro la palude, e parte al sito dell' emissario della medesima.* Il che ec.

Non si dee però credere, come pure si è accennato di sopra, che tal fiume, inalveandosi, seguiti con un ramo solo una sola direzione; anzi piuttosto, secondo la diversità delle cause vicino allo sbocco, si dovrà dividere in moltissimi rami, divisi anch' essi in altri minori,

i quali a poco a poco saranno lasciati dal fiume, e serrati colle alluvioni, a misura della forza che prenderà per uno di essi il più facile e meno impedito; dimodochè rare volte succede che si mantengano più rami insigni, se il fiume non ha o notabile abbondanza d'acqua, o ne' rami diversi un certo equilibrio di condizioni, non così facile da succedere.

Ecco dunque da quante cause può provenire che i fiumi si facciano tortuosi, e come avvenga che tali si mantengano: succede ora da esaminarsi, quali siano gli effetti di essi, e quali quelli de' fiumi retti; ma prima è d'avvertire che *i fiumi i quali corrono in ghiara difficilmente ponno mantenere la rettitudine;* perchè spingendo essi sregolatamente e con moto lento le ghiare, molte volte le ammassano e le lasciano, al cessare della piena, nel mezzo del proprio corso: ond'è, che facendosi dossi, sforzano questi la corrente a voltarsi da quel lato, ove, trovando qualche volta materia poco resistente in tempo di acqua bassa, può profondare un nuovo alveo, e fare come una chiamata alla piena sopravveniente. Di qui anche nascono la moltiplicità de' rami che hanno i medesimi fiumi in ghiara, le isole che dalla divisione, e riunione di detti rami derivano; (Ann. XI.) ed in oltre la continua variazione del letto e del filone, osservandosi ad ogni piena, in ciò, qualche notabile mutazione. Quindi è ancora la larghezza soprabbondante degli alvei ghiarosi, e la poca sicurezza che si ha da' ripari fabbricati per difesa delle ripe; e conseguentemente il poco frutto che

si ricava da' mezzi che si adoprano per mutarli di corso, ed obbligarli a correre, quanto più si possa, rettamente; potendosi dire che *i fiumi in siti simili siano quasi indomabili*, o almeno richiedano una più che ordinaria vigilanza ed assistenza per essere mantenuti in dovere; e ciò è sempre tanto più vero, quanto le ghiare o sassi sono più copiosi e più grandi di mole. Al contrario *i fiumi che corrono in sabbia, sono molto più maneggiabili*, per la quasi intera uniformità della materia della quale viene composto l'alveo; *e perciò essendo diritti, facilmente si conservano, e le loro botte più agevolmente si difendono;* e mantenendosi il corso quasi sempre nel luogo medesimo, *non hanno bisogno di tanta larghezza di letto;* onde in molti casi è facile di mutare loro l'alveo o con cavi proporzionati, o con ripari ben intesi, o con accrescimento di caduta, o con maggiore facilità di sfogo; regolandosi in questi casi la maggiore o minore facilità dalla considerazione della velocità del corso dell'acqua, dalla direzione ed impeto in essa impresso, dalla situazione della ripa ec.

Passando ora agli effetti de' fiumi retti e tortuosi, facilmente si ponno quelli dedurre da ciò che abbiamo sin ora detto. E prima, (Ann. XII.) *i fiumi retti mantengono più scavato il loro letto, i tortuosi meno*: e la ragione si è, perchè essendo la linea retta tirata dal principio al fine del fiume la più corta, ed essendo la caduta proporzionata alla lunghezza del corso; ne segue, che conservando lo stesso

alveo la medesima declività, debba essere più alto il fondo nel principio del fiume tortuoso, che del retto, quando nell' uno e nell' altro si trovi la medesima distanza de' termini.

Per esempio, supponiamo che l' origine d' un fiume sia distante in linea retta dalla foce del medesimo cento miglia, e richieda un piede di caduta per miglio; certo è adunque che tutta la caduta necessaria a questo fiume sarà di cento piedi; e tanta dovrà essere l' elevazione del principio di esso sopra il fondo della sua foce, qualunque volta abbia esso il corso per detta linea retta. Ma se il medesimo colle sue tortuosità s' allungasse la strada sino a cento cinquanta miglia, altrettanti piedi vorrebbe egli di caduta, (tralascio di considerare in questo luogo la differenza ch' è tra un fiume retto e un tortuoso, la quale fa che il primo, a cagione delle minori resistenze, riesca più veloce e meno declive del secondo) e perciò dovrebbe il principio del fiume essere più alto che nel caso precedente; il che è vero, anche di tutti i siti del fiume, paragonando la loro distanza dalla foce per la linea retta e per la curva; quindi è, che desumendosi la profondità del fiume dalla distanza del di lui fondo dal piano della campagna, *se la caduta di questa sopra il fondo dello sbocco sarà maggiore di quella ch' è dovuta al fondo del fiume, necessariamente correrà questo incassato nel terreno; e tanta sarà la profondità, quanta la differenza tra la caduta maggiore della campagna, e la minore del fondo del fiume.* E perchè la caduta de' fiumi tanto fassi maggiore, quanto

è più lunga la linea del loro corso; però *può darsi il caso che un fiume correndo rettamente al suo termine, abbia il suo fondo assai basso sotto il piano della campagna; ma facendosi tortuoso, e per conseguenza elevandosi, abbia bisogno di argini, per essere trattenuto che non inondi.* Il paragone della caduta della campagna con quella ch' è necessaria al fiume, fa anche conoscere quale sia la causa che alcuni fiumi camminino per fondi elevati sopra il piano del terreno contiguo; che altri corrano affatto incassati dentro la campagna, e ch' altri si profondino di soverchio dentro le viscere di essa: la medesima comparazione può portarci anche alla cognizione de' rimedj opportuni, per impedire la nociva elevazione del fondo de' fiumi, e le estreme loro profondità. *Ne' fiumi però che hanno il fondo orizzontale, la rettitudine o tortuosità degli alvei non contribuisce cosa alcuna al maggiore o minore profondamento;* ma la sola copia dell' acqua, che, quanto è maggiore, mantiene più basso il fondo del proprio letto: la caduta sì della campagna opera qualche cosa, paragonata alla cadente del pelo del fiume; perchè, *se la caduta del terreno sarà maggiore di quella che tira seco la declività della cadente del pelo d' acqua nelle massime piene, non vi sarà bisogno d' argini al fiume;* e perchè, anche in questo caso, la linea più lunga ricerca maggiore caduta, *può essere che la tortuosità induca una necessità di arginature, che forsi non si avrebbe, se il fiume camminasse retto:* (Ann. XIII.)

la tortuosità dunque, in questo caso, *potrà ben fare elevare il pelo dell' acqua, ma non il fondo dell' alveo.*

Le altre proprietà de' *fiumi retti* sono, che essi, come si è dimostrato, *conservano il loro maggior fondo nel mezzo dell' alveo*, restando le altri parti in ciascheduna sezione omologamente disposte; e perciò non si scava il loro fondo più in un luogo che nell' altro; non si fa alcun gorgo, o inegualità di letto che accidentalmente; e stabilita che sia la loro larghezza, non alterano la situazione delle proprie *ripe*, le quali perciò *non fanno altra forza, che di sostenere l' altezza dell' acqua nella medesima maniera che farebbero, se fosse stagnante, cioè in proporzione della propria altezza.* Ma al contrario *i fiumi tortuosi portano la maggior profondità degli alvei ora verso una ripa, ora verso l' altra; e la linea del filone dell' acqua è sempre più curva di quella delle ripe, accostandosi alle parti concave delle rotte, e scostandosi dalle connesse:* perlochè ne nasce, da una parte la generazione delle spiagge e delle alluvioni o arenai; e dall' altra, anche frequentemente, la corrosione delle ripe, che sogliono in detti siti avere al piede gorghi profondi. *Il carico che portano le sponde battute dalla corrente del fiume, è molto maggiore che ne' fiumi retti*, come non fatto dal solo conato, ma dall' impeto dell' acqua, del quale è tanto maggiore la forza, quanto l' energia della percossa supera lo sforzo della sola gravità. S' aggiunge, che *ne' fiumi retti le direzioni del corso procedono paralelle alle*

sponde, e perciò non ponno cagionare que' vortici che solo nascono dalla combinazione di diverse direzioni insieme, e che sono tanto frequenti ne' fiumi tortuosi, con danno indicibile delle sponde.

Procede anco dalla curvità degli alvei un effetto assai considerabile, ed è *la direzione che ha il fondo dell' acqua, diversa da quella del mezzo e della superficie;* dal che ne nasce, che le piene maggiori, alle volte, mostrano di battere la ripa opposta in un luogo, le mezzane in un altro, e l' acqua bassa in un altro. Ciò deriva, perchè camminando il maggior fondo colla medesima curvità delle alluvioni e delle spiagge, che sono nel fondo del fiume, la corrente del fondo segue la direzione di questo; ma quella che, essendo più alta, copre tutte le spiagge quanto è in sè, s' accomoda alla curvità delle sponde delle golene, che per lo più non sono paralelle alla maggiore profondità dell' alveo; e finalmente le piene più alte, coprendo il piano delle golene, prendono qualche direzione dalla situazione degli argini, i quali non mai secondano la curvità delle medesime, ma il più delle volte servono di corda al loro arco. Queste diverse direzioni però non si conservano così independenti l' una dall' altra, che non vengano di quando in quando alterate; e perciò combinandosi tutte e tre, il filone batte la ripa in un sito; cessandone una, cioè la superiore, l' incontro del filone con la ripa si fa in un altro luogo; e finalmente, non essendovi che la direzione più bassa, di nuovo si muta sito.

E perciò si dee avvertire, nel destinare i luoghi a' ripari che si formano per difesa delle corrosioni, di non avere unicamente riflesso al filone dell' acqua bassa, ma bensì di considerare anche lo stato mezzano e sommo delle piene del fiume.

L' altezza maggiore che ha l'acqua corrente nella parte concava delle botte, è un effetto non disprezzabile delle tortuosità degli alvei: poichè, siccome in quel sito gli argini si ricercano più vigorosi, più larghi e di miglior construzione; così devono essere più alti, acciò l' acqua non trabocchi dalla sommità di essi; e tanto devono essere più alti, quanto più sono vicini al vertice della corrosione, perchè ivi è anche maggiore l'altezza dell'acqua; e perciò nella construzione o riparazione degli argini, non occorre sopra d' una linea uniformemente declive regolare il piano superiore di essi, ma piuttosto giova tenerlo (col prendere norma dal pelo di una piena) tanto più alto, quanto si può credere che basti a sostenere una piena straordinaria, quando ella venisse.

Sebbene pare che gli effetti delle tortuosità de' fiumi siano tutti perniciosi; nulladimeno (perchè anche nel male si trova sempre misciata qualche cosa di bene) oltre l'utile che ricavano i possessori de' fondi contermini alle alluvioni, v' è alle volte qualche cosa di necessario all' economia universale de' fiumi; posciachè i giri di essi (particolarmente se sono reali) ponno, secondo il bisogno, avvicinare o allontanare gli sbocchi de' fiumi

influenti, all' origine di essi, e per conseguenza accrescere o sminuire la necessaria caduta, ch' è un punto assai considerabile nella condotta dell' acque; ma di ciò parleremo più ampiamente nel Cap. 9. Si dee però avvertire, che la direzione de' fiumi s' intende in due maniere; l' una cioè universale, l'altra particolare. La direzione universale non tiene conto delle picciole curvità che ha l' alveo d' un fiume, quando anche fossero tali che spingessero le correnti, in un luogo a levante, nell' altro a ponente; ma solo mette a capitale la strada che tiene il fiume, prescindendo da esse: così vien detto da' geografi, che il Po camina da ponente a levante, che il Danubio nell'Austria tiene la medesima strada, nell' Ungheria volta a sirocco, dopo Belgrado ritorna verso levante, e vicino a' suoi sbocchi nel Mar Nero tende verso Greco; e queste sono le tortuosità che ponno essere utili ed instituite con qualche fine dalla natura; ma la direzione particolare è quella che gode la corrente o filone in ciascheduna parte dell' alveo, e della quale si tiene conto da chi pretende fare una pianta esatta di un fiume in una carta di corografia, nella quale si voglia esprimere lo stato di esso con ogni maggiore diligenza; e queste picciole tortuosità rare volte avviene che portino vantaggio, anzi sono abborrite dall' universale degli uomini, che tutto 'l giorno s' affaticano o per toglierle, o per impedirne gli effetti dannosi.

È congenea alla materia di questo Capo la quisitone promossa dal Varenio nella sua Geografia

generale lib. I. cap. 6. prop 8. Se gli alvei de' fiumi siano stati fatti dalla natura, o dall'arte? Egli distingue i fiumi contemporanei alla terra da quelli che hanno avuta la necessità di avere formati gli alvei dopo la creazione del globo terracqueo: circa i primi non ispiega il suo sentimento; ma circa gli ultimi si dà a credere che abbiano gli alvei manufatti, assumendo per fondamento della sua opinione, l'osservarsi che le nuove fontane, nello scaturire che fanno dalla terra, non iscavano gli alvei per lo corso delle acque proprie, essendo perciò necessitate a spandersi per li terreni vicini: che molti alvei sono stati fatti per opera umana, desumendone la certezza dalla fede indubitata delle storie: e finalmente, che i fonti, o sorgive, le quali scaturiscono dalle pianure, generano paludi, per essiccazione delle quali bisogna scavare fosse che divertiscono da esse le acque: e in fine conferma il suo sentimento col dire che molti fiumi siano stati uniti, per artificio d'uomini, ad altri, coll'esempio del Tanai, dell'Eufrate e della Volga; e che perciò si debba credere il simile di tutti gli altri.

Io, siccome non ardirei di negare, senza motivo, fatti d'istoria, così non posso dubitare che le acque d'alcuni fiumi non corrano per alvei scavati a mano, sapendosi che quelle del Po furono unite in un sol alveo da Emilio Scauro; che la Brenta è stata cambiata di alveo dalla Serenissima Repubblica di Venezia; così il Lamone ed il Reno nostro dalla santa Sede; per non dire delle fosse tirate dal Nilo

ad Alessandria da Alessandro Macedone, di quelle fatte da Druso per lo Reno, da Tiberio per lo Tevere ec. Ma, per l'altra parte, sono ben di parere che la maggior parte de' fiumi siano stati fatti dalla natura, e che, lasciandola operare da se sola, ella formerebbe col tempo gli alvei a tutte l'acque; come di molti, formati per sola disposizione di cause naturali, se n'hanno indizj evidenti. Poichè, se si considera la parte più alta della terra, cioè quella che noi chiamiamo montuosa, si può ben facilmente comprendere che le spaccature, le quali in essa da per tutto si trovano, per lo fondo delle quali scorrono i rivi, i torrenti ed i fiumi, e che sono come termini divisorj d'una montagna dall'altra; è facile, dico, comprendere ch' esse sono state fatte dalla forza dell'acque, che le ha scavate col corso, nella maniera già diffusamente spiegata nel Capitolo antecedente; osservandosi molte volte che dalla maggiore o minore profondità viene determinata la distanza delle cime de' monti che soprastano, dall'una e dall'altra parte, al corso del fiume; abbenchè, a ciò fare, anche concorra la condizione della materia di che sono formate sì le montagne, che i fondi degli alvei. Quindi è, che per impedire l'escavazioni superflue e dannose, ed i dirupamenti della terra ad esse succedenti, sono obbligati gli abitanti di fare e mantenere un' infinità di chiuse, che sono fabbriche, per lo più, di legnami o di sassi, le quali colla loro altezza sostentano il fondo de' torrenti alla necessaria altezza.

Non può intendersi una fonte di nuova origine che abbia qualche abbondanza d'acqua, e che col continuo aumento, uscendo dal proprio ricettacolo, e trovando esito a qualche parte, verso il mare, non incontri o un declivio per lo quale scorra, o una caduta dalla quale precipiti, la quale essendo più grande del dovere, è necessario succedano escavazioni, che sono quelle che danno l' essere agli alvei: quando queste hanno potuto farsi seguitamente, si sono formati i letti continuati; ma incontrandosi ostacoli da tutte le parti, ed essendo sforzata l'acqua ad elevarsi di corpo, per trovare l' esito sopra gl' impedimenti, si sono formati i laghi, che servono di temporaneo ricettacolo a' fiumi; e talora si sono fatte cateratte, o cascate d' acqua, quando nella dirittura dell' alveo l'acqua ha trovati impedimenti, i quali non ha potuto superare, col roderli, e che perciò hanno sostentata la parte superiore dell'alveo più alta dell' inferiore. Accade talvolta che i fiumi, scorrendo fra' monti, trovano voragini che li assorbiscono, e però sono interrotti i loro alvei dalle montagne che stanno in faccia del loro corso: queste voragini o hanno esito al mare, o pure trasfondono le loro acque di nuovo sopra la terra, o formano nuovi fiumi: e questa è la ragione per la quale se ne trovano di quelli che entrano in laghi, ma non ne escono, e che alle volte si vedono scaturire dalla terra fiumi ben grandi piuttosto che fontane, delle quali l' origine è tanto lontana, che non se ne tien conto. Troppo lungo sarebbe il voler qui

rendere la ragione di tutti gli accidenti che si osservano ne' fiumi dentro le valli delle montagne; ma sarà ben facile a chi che sia, sulla norma delle cose dette di sopra, d'indagarne le cause; onde passeremo a discorrere degli alvei, fuori delle foci de' monti

Io credo assai probabile che poche siano nel mondo le pianure che non siano figlie delle alluvioni de' fiumi, essendo state per l'innanzi o seni di mare, o paludi: posciachè, se si osserverà la condizione del terreno disposto in istrati di sabbia o di terra, come nel cavamento de' pozzi, o altri simili, si riscontra; e se si farà riflessione alle materie in casi simili trovate, cioè a dire, a pezzi di barche, giunchi ed alleghe marine, come riferisce il Bertazzolo essere accaduto nel cavare i fondamenti del sostegno di Governolo sul Mantovano; ed in oltre se si considereranno l'istorie antiche, come di Erodoto, che asserisce, tutto l'Egitto essere composto di terra portata dal Nilo; e che la Lombardia bassa quasi tutta è bonificata, dopo due mill'anni, dalle alluvioni del Po, e d'altri fiumi che scendono dall'Apennino e dall'Alpi; e finalmente (Ann. XIV.) se si avvertirà che i fiumi che scorrono per le pianure, hanno, in gran parte, bisogno d'argini, che vuol dire, che senza d'essi sarebbero soggette le campagne alle innondazioni d'acque per lo più torbide (alle quali vanno necessariamente connessi gl'interrimenti) bisognerà dire che, siccome levando tutte le opere manufatte, le pianure si ridurrebbero in paludi, così prima

che fossero formati gli argini, non può essere di meno che i piani delle campagne non si andassero elevando sempre più, col beneficio dell' acque torbide; e che perciò nel principio delle cose fossero siti innondati, forse anche dall' acque del mare: ciò fa vedere che gli alvei de' fiumi nelle pianure non sono fatti, come quelli fra i monti, per escavazione, ma solo per alluvione, cioè con la deposizione delle materie terree portate dall' acque.

Egli è manifestissimo, per un' evidentissima ragione, e per un' esperienza sempre costante, che i fiumi torbidi, i quali hanno il loro sbocco nelle paludi, nelle lagune, o anche in seni e spiagge di mare di poco fondo, si formano le ripe da se medesimi; ed alzando il fondo de' proprj ricettacoli, fanno loro cambiare natura, riducendoli in istato di terreno fertile (come è indubitato essere succeduto a tutto il Ducato di Ferrara, a una gran parte di quello di Mantova, del Bolognese, del Modanese, del Mirandolano, della Romagna ec.) e che dentro gl' interrimenti formano e conservano l' alveo proprio: e perchè le acque vaganti facilmente perdono la direzione, secondando quella d' ogni picciolo impedimento, come si è dimostrato nell' ultima Proposizione; quindi è nata la tortuosità de' fiumi nel loro primo nascimento, inclinata però sempre, secondo la direzione universale, verso quella parte dove l' acqua ha trovato più facile l' esito, e dove la maggior caduta l' ha destinata. Quindi è, che la superficie delle campagne viene, a un dipresso, ad essere disposta sul tipo della

cadente della superficie de' fiumi, la quale avrebbe precisamente imitata, se la necessità dell' abitazione non avesse obbligati gli uomini ad essiccare le campagne coll' artificio degli argini: (Ann. XV.) accidente che fa che il piano di esse resti in molti luoghi più declive, e finalmente più basso, del fondo de' fiumi; e che perciò richiedasi altezza maggiore di argini, per difenderle. Al contrario ne' luoghi dove l' espansioni hanno avuto più lungo tempo da operare; dove l' acque sono state più torbide, e dove si sono unite più cause simili, ivi si sono fatti maggiori gl' interrimenti; e quantunque i siti siano più lontani dalla fonte del fiume, nulladimeno hanno il piano di campagna più alto, come si osserva nelle confluenze degli alvei formati in questa maniera.

È anche regola generale, che le pianure fatte per alluvione sono più alte alle sponde de' fiumi, e scostandosi da queste sempre si rendono più basse; e perciò ne' siti di mezzo a' due fiumi s' osserva una concavità seguita, dove l' acqua piovana delle campagne s' unirebbe, se la provvidenza degli uomini non avesse scavato in que' luoghi fosse proporzionate, a ricevere l' acque degli scoli particolari delle campagne, ed a scaricarle o nelle parti più basse de' fiumi medesimi, o al mare, o in paludi, secondo la contingenza. Ciò però è vero, qualunque volta il fiume, prima d' essere stato arginato, non abbia mutato sito da un luogo all' altro, in maniera da fare alluvioni, quasi, per tutto, eguali; o non siano state trattenute le torbide dentro il circondario degli

argini particolari a ciò destinati, perchè in tal caso gl' interrimenti succedono quasi orizzontali. Le osservazioni di queste particolarità, che regolarmente si fanno nelle pianure, danno ben a conoscere che gli alvei de' fiumi, che le bagnano, sono, per lo più, fatti per alluvione, dalla natura, non dall' arte; e che quando questa v' ha luogo, si danno indizj tali da conoscerlo, anche prescindendo da qualsisia notizia di fatti antichi.

I condotti dell' acque piovane riconoscono ben tutti il loro essere dall' artificio degli uomini, se non quanto, alcuna volta, ponno avere per canale l' alveo derelitto d' un fiume, o altra simile concavità naturale. Lo stesso s' intende dell' acque de' fonti che nascono nelle pianure, se esse sono in poca quantità; poichè tanto queste, quanto quelle, per correre regolate, richiedono escavazioni di canali; e la ragione si è, perchè essendo chiare, non ponno deporre materia alcuna, e perciò non vagliono a farsi l' alveo per alluvione; e perchè scorrendo per campagne che hanno, a un dipresso, il declivio richieduto dal fiume, non ponno, essendo molto minori di corpo, fare escavazione alcuna, e per conseguenza profondarsi un alveo sotto il piano della campagna. Egli è dunque necessario che sopra de' terreni si spandano, e scorrendo sempre ad occupar i luoghi più bassi, proccurino l' uscita da qualche parte, la quale, essendo l' acque vive, troveranno finalmente, se non altro, coll' alzamento della superficie, che rendendosi, o per sorgive temporanee, o per

espansioni di qualche fiume ec. superiore agli ostacoli, li sormontarà; e sopra di essi acquistando quell' altezza che, proporzionata alla larghezza e velocità, è necessaria per iscaricare tutta l'acqua che di nuovo si va somministrando, terrà occupate ed innondate tutte all' intorno le campagne, che saranno più basse del livello dell' uscita dell' acqua, nella stessa maniera appunto che succede ne' laghi. Ma non essendo le acque perenni, può darsi il caso che siano sì bassi gl' impedimenti da superare, ch'ogni poca altezza d'acqua basti per iscaricarne una parte; e cessando l'afflusso (siasi o per siccità, o per altro) cessi il corso fuori dello stagno, e l'acqua impedita resti trattenuta, sintantochè il Sole o il vento la consumi in vapori, o pure ch'essa da se medesima s'imbeva ne' pori della terra.

(Ann. XVI.) Quindi è, che per essiccare gli stagni e le paludi, mezzi proporzionati sono o la diversione dell' acque, che le fomentano e mantengono; o la rimozione degl' impedimenti, che le sostentano ad un' altezza non necessaria: che vuol dire, l'escavazione d'emissarj e canali proporzionati; ovvero, in ultimo luogo, quando ogni altro mezzo si riconosca frustraneo, la immissione di acque torbide, che elevino il fondo della palude, uguagliando con ciò le concavità che servono di ricettacolo all' acque stagnanti. L' elezione dell' uno o dell' altro di questi mezzi dipende dalla considerazione di tutte le circostanze; poichè, se vi sarà luogo a proposito per divertire o regolare le acque che hanno il loro sfogo

nelle paludi, sano consiglio è di praticar questo mezzo, qualunque volta però il fondo di esse sia tant'alto, quanto basta per tramandare al suo termine le acque che sopra vi pioveranno.

Ma, se avendo il fondo della palude questa ultima condizione, sarà effetto de' soli ostacoli la stagnazione e la elevazione dell' acque; in tal caso basta, colla rimozione degl' impedimenti, dare sfogo proporzionato all' acqua ristagnata, e portarla per canali manufatti a qualche termine reale; ed occorrendo, scavarne degli altri per mezzo della palude, che servano a dar passaggio all' acque che dentro vi mettono, o che devono uscirne: e finalmente, se il fondo della palude non avrà la caduta necessaria al suo scarico, è d' uopo di proccurargliela con l' arte, elevandole, con l' acque torbide, il fondo, il quale ridotto che sia ad un' altezza sufficiente, bisogna poi praticare uno de' due mezzi suddetti; senza di che mai non si arriva ad una perfetta essiccazione.

Giacchè siamo entrati a discorrere delle paludi, non sarà che bene, per fine di questo Capitolo, di avvertire una considerazione assai necessaria alla materia di cui si tratta. Alcuni hanno creduto che le paludi siano un errore della natura, e che perciò bisogna sempre cercare di correggerlo. Io però le stimo in molti casi, non so se mi dica, o una necessità, o un artificio della natura medesima, la quale somministra agli uomini il comodo di tenere asciugate campagne vastissime, col

sottometterne all'innondazione una picciola parte; poichè, prima egli è evidente che molte terre sono così poco alte sopra il termine, il quale dee dar loro lo scolo, che se l'acque, anco scolatizie, dovessero unirsi in un alveo solo, continuato sino al termine predetto, dovrebbero avervi altezza tale che manterrebbe pantanoso tutto il terreno vicino, cosa che non succede quando l'acque escono presto da' loro condotti, e trovano un'espansione e profondità considerabile dove trattenersi per qualche tempo, e sino all'estate, che può in gran parte consumarle; quindi è, che si trovano molti stagni che non hanno esito alcuno, e servono ne' tempi piovosi, come di picciolo mare, a dare ricetto alle acque delle campagne contigue. (2) Molti fiumi scorrono per campagne, e danno ricetto agli scoli delle medesime, perchè entrando nelle paludi, mantengono il loro fondo più basso, che non farebbero, interrito che fosse il fondo delle medesime. (TAV. V. fig. 38.) Sia AB il fondo stabilito di un fiume, influente in una palude, di cui la superficie orizzontale sia BC, e che, uscendo dalla medesima, scorra per lo fondo CD paralello ad AB; e sia EF il piano della campagna superiore alla palude: ciò posto, egli è evidente che la campagna EF può avere scolo, sì nel fiume AB, sì anche, e molto meglio, sopra il pelo della palude BC; ma interrita che questa sia, egli è certo, per le cose dette di sopra, che il fondo AB si eleverà in GC, per mantenere la caduta proporzionata al suo corpo d'acqua; e perciò non

potranno le campagne avere più lo scolo nè nel fiume, nè nella palude, ma solo nella parte inferiore CD; il che può essere impedito per più cause, cioè, o per l'unione di qualche altro fiume, o pure perchè s'incontri la spiaggia del mare, che suol essere d'impedimento allo sbocco de' piccioli condotti; e perciò, non potendo l'acque piovane avere più ricetto, bisognerà che restino a coprire le campagne, dalle quali prima derivavano, il che maggiormente accaderà a que' siti che necessariamente deono avere lo scolo nella parte del fiume, superiore al punto C. Casi simili, derivati dal prolungamento degli alvei dentro le paludi, si vedono frequenti nel nostro territorio di Bologna, nel Ferrarese e nella Romagna; perchè (Ann. XVIII.) essendo le campagne disposte a scolarsi sopra il pelo basso dell'antica Padusa, ch'era orizzontale a quello del mare; ed essendosi questa divisa in più parti, ed alzata di fondo e di pelo, per le alluvioni; si vedono quasi tutti i fiumi obbligati a scorrervi dentro, così alzati di letto, che restano superiori di molto al piano delle campagne, negando con ciò lo scolo a' terreni; anzi innondandoli, ed ampliando, ogni dì maggiormente, le paludi, in vece di renderle fertili; come sembra che dovrebbe succedere, dopo gli interrimenti, a chi non è capace di considerare a quale altezza dovrebbero questi elevarsi, per potere scolarsi dentro gli alvei de' fiumi vicini; mentre, per l'impedimento degli altri fiumi inferiori, non ponno avere la strada aperta al mare per cavi separati. Questa è la

ragione per la quale non sempre sono utili le bonificazioni per alluvione; bensì quelle per essiccazione, particolarmente, quando si fanno per via di diversione di acque copiose, e per rimozione degli ostacoli che fanno stagnanti le acque; essendo per altro (fuorchè ne' casi nei quali le terre hanno pochissima pendenza al termine dello scolo) insensibile l'effetto del prolungamento de' cavi manufatti, particolarmente, quando questi si mantengono espurgati, ed escavati alla dovuta profondità.

ANNOTAZIONI
AL CAPITOLO VI.

ANNOTAZIONE I.

(Al Coroll. 2. della Proposizione 2.)

L'acqua anch' essa ... se entrerà a scorrere sopra un piano con qualche direzione ed impeto ec.

Intendesi in questo luogo che il piano sia inclinato, e che l' acqua vi entri con direzione obbliqua, cioè per linea non perpendicolare alla comune sezione di quel piano coll' orizzonte, affinchè si possa applicare all' acqua ciò che l' Autore ha considerato ne' corpi solidi in questa seconda proposizione, in ordine alla quale ci sarebbe occorso di notare qualche altra cosa per trattare più accuratamente una tal materia; ma ciò ne avrebbe condotti troppo in lungo, nè per altro sarebbe stato di gran rilievo in ordine alla considerazione de' fiumi, che è il nostro principale assunto.

ANNOTAZIONE II.

(Al Coroll. 3. della Proposizione 2.)

Ben è vero che in questo caso le ripe non si alzeranno egualmente, ma più si eleverà in egual tempo quella che risguarda la parte più alta del piano.

Anche quando l' alveo si formasse dalla forza dell' acqua per escavazione, è manifesto che la ripa che risponde alla parte più alta del piano, dee rimanere più alta, e il fondo, oltre la sua pendenza per lo lungo del corso del fiume, dee pendere per traverso dalla parte più elevata del piano verso la più bassa, rimanendo concava lungo la ripa meno elevata, come

facilmente si può intendere, considerando che da questa parte si terrà il maggior corpo d' acqua, e vi escaverà con maggior forza.

ANNOTAZIONE III.

(Al Corroll. 5. della Proposizione 2.)

Dopo di che finalmente si ridurrà a formarsi l' alveo parallelo a GH (Tav. III. fig. 25.)

Può darsi che la curvità dell' alveo si prolunghi tant' oltre, che prima di ridursi alla direzione GH. o s' incontri in un recipiente, in cui il fiume abbia il suo termine, o finisca il piano inclinato AD, per cui si supponeva scorrere, e un altro ne succeda in altra positura, il quale di nuovo obblighi il fiume a distornarsi per altre strade senza poter mai giugnere a prender la detta direzione; e quindi è, che le linee degli alvei de' fiumi non sempre si veggono tirate per quel medesimo verso, secondo cui è diretta la linea della maggior declività delle pianure per le quali camminano.

ANNOTAZIONE IV.

(Alla Proposiz. 7.)

E arrivato in B (Tav. III. fig. 30.) *incontri il resistente BE.*

Benchè l' Autore non abbia specificato cosa alcuna in ordine alla positura del resistente di cui parla, nulladimeno dal contesto della sua dimostrazione, e dalla figura a cui questa si riferisce, abbastanza si scorge intendersi da lui per resistente un riparo manufatto attaccato ad una delle ripe del fiume, il quale faccia con essa e colla direzione del fiume un angolo ottuso, o almeno non acuto dalla parte superiore; e che tale sia il suo intendimento, si conferma da ciò che espressamente dice nel § *Intorno* dopo il coroll. 5. di questa 7. proposizione.

ANNOTAZIONE V.

(Al § *Intorno* dopo il Coroll. 5. della Prop. 7.)

Intorno alla direzione del resistente BE sarebbe molto da discorrere, e richiederebbesi un intero trattato, tante ponno essere le di lei diversità.

Oltre le diversità che si ponno considerar ne' ripari e ne' loro effetti a riguardo degli angoli che essi fanno colla corrente del fiume tanto nel piano orizzontale o parallelo al fondo, quanto ne' piani verticali paralleli alle ripe (delle quali sole diversità prende l'Autore a trattare ne' seguenti corollarj) altre ponno nascerne dalla diversa situazione e pendenza del piano superiore, o dal ciglio di essi ripari rispetto al fondo del fiume; altre dalla figura rettilinea o curva della base de' medesimi; altre da quella delle sezioni rette alla base di quella faccia che essi presentano all' acqua; altre dalla materia più o meno cedente o resistente di cui sono composti; altre dalla struttura e legamento delle loro parti; altre da altre cagioni; e però con gran ragione ha egli detto che tale argomento richiederebbe un intiero trattato, e lo stesso ha dichiarato più sotto nel § *Prima di levar mano*, protestando di non aver toccata che leggermente tal materia, nella quale in fatti non poco ha lasciato da desiderare. Ciò che rende più difficile questa dottrina de' ripari è, che ciascuna delle diversità addotte può avere le sue particolari ispezioni, non pure in ordine alla maggiore o minor impressione che possa far l' acqua nel riparo, ma anco in ordine alle alluvioni o alle corrosioni che possono seguire o superiormente o inferiormente al medesimo, quando il fiume sia torbido; dal che può dipendere che il lavoro non solo riesca in fatti più o meno atto a resistere di quello che farebbe in riguardo alla sola considerazione delle direzioni o sia degli angoli, ma produca maggiore o minore beneficio, deviando più o meno il corso dell' acqua verso la sponda opposta.

Tuttavia, per quello almeno che riguarda la proporzione delle forze o impressioni che soffrono dall' acqua i ripari secondo i diversi angoli orizzontali, ne' quali

essi sono inclinati alla corrente del fiume (considerando le dette impressioni come percosse istantanee, senza aver riguardo alle riflessioni delle linee dell' acqua che debbono seguire nell' incontrare che fanno lo stesso riparo, il che turba grandemente le loro azioni, per la resistenza che fanno e che scambievolmente ricevono le linee dirette e le riflesse) si può vedere quello che ne ha dimostrato il P. Abate Grandi nella proposiz. 41 e nelle seguenti del libro 2 del Movimento delle acque, e quel di più che poi ha soggiunto nelle proposizioni 45 e 46 in ordine alla figura orizzontale più o meno atta a resistere, potendosi dalla sua dottrina ricavare utilissimi avvertimenti per giudicare degli effetti de' ripari, e per prescegliere in pratica più una che un' altra forma. E specialmente giova sapere (ciò che egli mostra ne' luoghi accennati) che data la lunghezza del riparo rettilineo, e la velocità dell' acqua, le impressioni che questa fa sul riparo, sono come i quadrati de' sini delle inclinazioni di esso colla corrente; data l' inclinazione e la velocità, sono come le lunghezze; e data la lunghezza e l' inclinazione, sono come i quadrati delle velocità: dalle quali ragioni debitamente composte ne risultano le impressioni per tutti i casi possibili; avvertendo tuttavia che queste fanno altro effetto in ordine allo scalzare il riparo, secondo che l' angolo dalla parte superiore è ottuso o acuto, ancorchè abbia il medesimo sino, come ivi distesamente si spiega. Lo stesso argomento ha preso ad illustrare sopra i medesimi fondamenti il Sig. Tommaso Narducci dottissimo patrizio Lucchese nella parte 10 del suo libro sopra la Forza delle acque correnti.

ANNOTAZIONE VI.

(Alla Proposiz. 8.)

Ne' medesimi supposti ... se il resistente sarà composto di parti amovibili ec.

Dalla considerazione de' ripari artificiali, che resistono al corso dell' acqua, passa l' Autore a quella degli altri ostacoli che, opponendosi al medesimo corso, non sono atti a resistergli, ma ne rimangono corrosi, quali sono

le sponde medesime del fiume, quando si avanzano a ricever la corrente con qualche notabile inclinazione; nella qual materia si avverta poter cadere quasi tutte quelle medesime ispezioni che abbiamo accennate nell' annotazione precedente in ordine a' ripari, onde qui ancora potrebbe aver luogo un intero trattato.

ANNOTAZIONE VII.

(Alla stessa Prop. 8. § *Posciachè*)

Finalmente si arriverà ad un angolo (Tav. IV. fig. 35.) *KID così acuto ec.*

In questo discorso la direzione KI si dee intendere così vicina alla ripa CD (a cui è parallela) che la porzione della ripa corrosa e stabilita in ID, ancorchè curva, si possa sensibilmente riguardare come retta, e l' angolo KID come rettilineo.

ANNOTAZIONE VIII.

(Al medesimo § *Posciachè*)

Ma perchè voltata questa direzione come in LOP (Tav. IV. fig. 35.) *farà colla sponda un angolo minore di LMD ec.*

Qui per l' angolo LMD, che è mistilineo, si vuol intendere l' angolo rettilineo che fa la direzione LM colla direzione MI, ovvero MF dalla sponda corrosa nel punto M, cioè l' angolo della retta MI colla tangente della curva GMD nel punto M.

ANNOTAZIONE IX.

(Allo stesso § *Posciachè*)

Al quale in fine (cioè quando la sponda sia stabilita in P (Tav. IV. fig. 35.) *sarà eguale l' angolo OPM.*

Il punto P, che in questa figura è situato dentro la curva della sponda corrosa GMD, si vuol intendere sulla periferia della detta curva tra M et F, e al detto punto dee terminare la linea OP, che rappresenta una linea d' acqua distornata dalla sua direzione LOM per la reflessione di essa fatta nella sponda DIM.

Tralascio altre annotazioni a questa dimostrazione, che non ha forse tutta l' evidenza desiderabile. Vi sarebbe oltre di ciò da considerare l' effetto delle corrosioni, e la loro curvatura ne' piani verticali, o sia nelle sezioni delle ripe corrose perpendicolari al fondo del fiume, non avendoli l' Autore considerati che ne' piani orizzontali o paralleli al fondo; ma la materia è inviluppata di tanta difficultà, e tante sono le supposizioni che conviene assumere per una tale indagine, che è difficile trattarne se non in una certa generalità di poco uso nella pratica. Veggasi nulladimeno ciò che con molta acutezza ne scrisse il Sig. Bernardino Zendrini Matematico della Serenissima Repubblica di Venezia nella dissertazione pubblicata sopra questo argomento nell' articolo 3 del tomo 21 del Giornale de' letterati d' Italia, pag. 105.

ANNOTAZIONE X.

(Alla Proposiz. 9. § *Sia dunque*)

E perciò lateralmente a CH (Tav. V. fig. 37.) *deporrà la torbida, e succederanno delle alluvioni, le quali colla loro altezza chiuderanno un sito lasciato basso da C in H ec.*

Cioè a dire, chiuderanno quel sito sopra cui, per aver avuto corso l' acqua, non sarà seguita tanta alluvione quanta nelle parti laterali al detto corso, e perciò sara restato più basso. Vedi in questa materia della formazione degli alvei de' fiumi entro le paludi ciò che si dirà più sotto nel capo 13, e specialmente nella annotaz. 3.

ANNOTAZIONE XI.

(Dopo la Prop. 9 al § *Ecco dunque*)

Fra le conseguenze che traggono seco le perpetue e mutabili tortuosità degli alvei de' fiumi che portano ghiaje e sassi, una si è il raccorciamento o il prolungamento che in virtù di tali mutazioni va succedendo delle loro linee, con che dee necessariamente andar

connesso l'abbassamento o l'alzamento del loro letto nel tratto superiore; la qual differenza d'altezza può essere assai notabile, per poco che la linea predetta si sia raccorciata o allungata, attesa la gran pendenza che hanno i fiumi, ove portano sì fatte materie.

Quindi si spiega, come in tali siti si veggano alle volte grandissime piagge o greti ricoperti, anzi composti di sassi, e in tal quantità e situazione che manifestamente fa scorgere non essere stati colà sbalzati (come talvolta succede), ma depostivi dalle fiumane, e per conseguenza soverchiati allora dalle medesime, i quali ciò non ostante sopravanzano di qualche piede sopra la superficie delle maggiori escrescenze, contuttochè niuna manifattura sia stata fatta nel fiume, per cui tali spiagge dovessero rimanere più alte di quel che erano, quando egli le produsse colle sue alluvioni. In tal caso se si osserverà il fiume nelle parti inferiori, si vedrà aver fatto la natura ciò che l'arte non ha fatto, cangiandone il corso col farli abbandonare qualche svolta per cui già si aggirava, e coll' abbreviarne in tal modo la linea come per un taglio naturale. Al contrario se in simili tratti sassosi si vedessero le piene cominciare a riuscir molto più alte di quello che solevano, senza che però altra manifesta cagione vi concorresse, si potrebbe aspettar di trovare che nelle parti inferiori il fiume stesso si fosse deviato dalla primiera sua strada per prenderne alcun' altra più tortuosa. Qualche cosa di simile può anco avvenire ne' fiumi che portano pura sabbia senza ghiaja; ma allora nè è sì facile che i cangiamenti naturalmente seguiti in lunghezza siano molto grandi, nè a tali cangiamenti può corrispondere molto notabil divario nello stato del fondo superiore, per essere le pendenze de' fiumi arenosi molto minori di quello che sieno ne' tratti sassosi.

ANNOTAZIONE XII.

(Al § *Passando ora*)

I fiumi retti mantengono più scavato il loro letto, i tortuosi meno.

Questo solo vantaggio che hanno i fiumi retti sopra

i tortuosi, e che l'Autore prova nel seguente § (non mettendo nè pure in conto il riuscire il retto più veloce del tortuoso a cagione delle minori resistenze) parmi di tal momento che ben si possa contrapporre a qualunque altro vantaggio possa essere addotto a favore della tortuosità degli alvei.

ANNOTAZIONE XIII.

(Al § *Per esempio*)

La tortuosità dunque in questo caso potrà ben fare elevar il pelo dell' acqua, ma non il fondo dell' alveo.

Cioè a dire, la tortuosità, che segua in un tratto d' alveo orizzontale che prima era retto, potrà ben fare che in qualsivoglia dato punto del tratto superiore alla nuova tortuosità la superficie delle piene si mantenga più alta di quel che era, quando il fiume camminava retto; ma non potrà già fare che ivi il fondo del fiume divenga più elevato di prima. L' istesso dovrà dirsi ove ad un fiume orizzontale venga ad allungarsi la linea per protrazione seguita della spiaggia del mare in cui egli abbia lo sbocco. In fatti ne' rami del Po, ne' quali può dirsi che egli cammini con alveo orizzontale, vi sono indicj di alzamento di pelo delle piene dopo la protrazione succeduta delle alluvioni che sono alle loro foci, ma non così di alzamento di fondo; anzi nel ramo d' Ariano ve ne ha piuttosto di abbassamento.

ANNOTAZIONE XIV.

(Al § *Io credo assai probabile.*)

Se si avvertirà che i fiumi che scorrono per le pianure hanno in gran parte bisogno d' argini, che vuol dire, che senza di essi sarebbero soggette le campagne all' innondazione ec.

È da avvertire che la necessità di arginare i fiumi che scorrono per le pianure nasce talvolta da protrazione seguita del loro alveo, o per natural corso, o per arte, o pure da mutazione di sbocco congiunta

con diminuzione di pendenza. Tali accidenti ponno fare che un fiume, il quale correva in altri tempi tutto incassato fra terra colla superficie delle sue piene, cominci a spandere sopra le campagne, e ad aver uopo d' argini; e però l' essere un fiume arginato non è segno infallibile che la campagna, per cui scorre, sia prodotta dalle alluvioni delle sue torbide almeno per tutto quel tratto per cui è fiancheggiata da argini. Questo è ciò che è accaduto a' fiumi della Romagna, molti de' quali si veggono ora arginati, incominciando a poche miglia sotto la via Romana, contuttochè certamente si sappia (almeno rispetto a qualcheduno di loro) che in tali siti, non ha molto, non vi era bisogno d' argini.

ANNOTAZIONE XV.

(Al § *Egli è manifestissimo.*)

Accidente che fa che il piano di esse resti in molti luoghi più declive, e finalmente più basso del fondo de' fiumi.

In questo effetto ancora può aver parte o la protrazione seguita della linea del fiume, o la mutazione del suo sbocco, come nella nota precedente.

ANNOTAZIONE XVI.

(Al § *Quindi è*)

Quindi è, che per essiccare gli stagni e paludi ec.

Tutto ciò che accenna l' Autore in ordine all' essiccazione delle campagne innondate in questo e nel seguente §, viene da lui trattato più di proposito nel capo 13 e parte nel capo 12 di quest' opera.

ANNOTAZIONE XVII.

(Al § *Giacchè siamo entrati*)

Essendo le campagne disposte a scolarsi sopra il pelo basso dell' antica Padusa, che era orizzontale a quello del mare ec.

L' antica Padusa, cioè il Po disarginato ed espanso per le campagne, con tutta ragione si suppone dall' Autore essere stato col suo pelo basso orizzontale a quello del mare (almeno sensibilmente), dappoichè si vede che anche il Po ristretto fra argini, accostandosi agli sbocchi, porta ora per lunghissimi tratti il suo pelo infimo quasi di livello con quello del mare.

FINE DEL VOLUME I.

TAVOLA

DE' CAPITOLI ED ANNOTAZIONI

CAPITOLO I.

CAPITOLO II.

CAPITOLO III.

CAPITOLO IV.

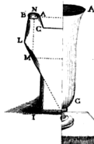
CAPITOLO V.

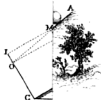
CAPITOLO VI.

ERRORI			CORREZIONI
		NEL TESTO	
Pag. 14	lin. 33	l' a-qua	l' ac-qua
152	,, 20	ridusri	ridursi
244	,, 21	gudicare	giudicare
255	,, 16	gallegianti	galleggianti
		NELLE ANNOTAZIONI	
84	,, 13	sopa	sopra
93	,, 16	*acquae*	*aquae*
264	,, 37	al	il

371a

Tav. I.





Mc